Zadania domowe - seria 1

Zadanie 1. Sprawdź, czy wektory $\vec{A} = (3, 1, 2)$ i $\vec{B} = (1, -3, 0)$ są prostopadłe, a wektory $\vec{A} = (4, 0, 2)$, $\vec{B} = (2, -2, 1)$ i $\vec{C} = (2, 2, 1)$ leżą w jednej płaszczyźnie?

Zadanie 2. W układzie odniesienia A wektor prędkości małego obiektu ma współrzędne $\vec{v} = (10, 5, 3)$ m/s. Układ ten porusza się ruchem jednostajnym z prędkością opisaną wektorem $\vec{v}_0 = (-7, 3, -8)$ m/s względem układu laboratoryjnego B (spoczywającego),

(a) Znajdź wektor prędkości $\vec{v}'$ obiektu w układzie B.

(b) Przyjmując, że obiekt wystartował w chwili czasu $t = 0$ s ze środka układu współrzędnych A, oraz że w chwili $t = 0$ współrzędne środka układu A były przesunięte względem środka B o wektor $\vec{R} = (-7, -3, -2)$ m znajdź położenie obiektu po 200 s ruchu w jednym i w drugim układzie współrzędnych.

(c) Jaka będzie odległość między środkami układów A i B po tych 200 s?

(d) Jak będzie odległość obiektu od środków układów współrzędnych A i B po tych 200 s?

Zadanie 3. Dwa statki A i B wychodzą równocześnie z portu. Statek A płynie na północ z prędkością $v_1 = 48$ km/h, a statek B płynie z prędkością $v_2 = 56$ km/h w kierunku $\alpha = 40°$ na zachód od kierunku południowego.

(a) Jaka jest wartość i kierunek prędkości statku A względem B?

(b) Po jakim czasie statki będą od siebie odległe o $d = 320$ km?

(c) Jaki będzie wtedy wektor położenia statku B w układzie odniesienia związanym ze statkiem A?

Zadanie 4. Na nadmorskim klifie o wysokości H znajduje się stanowisko armaty, mogącej strzelać pociskami z maksymalną prędkością v pod kątem 30 stopni do poziomu. Jak daleko od brzegu musi płynąć konwój, by być poza zasięgiem ostrzału?

Zadanie 5. Ze skrzyni pojazdu poruszającego się po ulicy z prędkością $v = 36$ km/h spadł klocek. Jak wysoko była podłoga skrzyni nad powierzchnią ulicy, jeśli w chwili uderzenia klocka w asfalt wartości składowych jego prędkości – pionowej i poziomej – były równe?

Zadanie 6. W czasie treningu hokeista strzela z końca boiska tak, że krążek zatrzymuje się dokładnie na linii bramkowej. Z jaką prędkością krążek wpadnie do bramki, jeśli w takich samych warunkach podczas meczu hokeista nada mu prędkość początkową 4 razy większą niż na treningu?

Zadanie 7. Cząstka porusza się w dodatnim kierunku osi OX. Jej prędkość v zależy od x i określona jest wzorem $v = \alpha x$, gdzie α - dodatni współczynnik. Wyznaczyć

(a) zależność prędkości v i przyspieszenia a od czasu,

(b) średnią prędkość cząstki w czasie, w którym przebędzie ona pierwszych s metrów drogi. Przyjąć $x(t = 0) = x_0$.

Zadanie 8. a) Znaleźć kąty pomiędzy wychodzącymi z tego samego wierzchołka przekątnymi ścian prostopadłościanu o bokach a, b i c.

b) Znaleźć odległości pomiędzy punktem leżącym w 1/3 głównej przekątnej tego prostopadłościanu i wszystkimi jego wierzchołkami.

Zadanie 9. a) Posługując się definicjami iloczynu skalarnego i wektorowego wykazać, że objętość równoległościanu rozpiętego na wektorach $\vec{A}$, $\vec{B}$ i $\vec{C}$ jest równa modułowi tzw. iloczynu mieszanego tych wektorów. Iloczyn mieszany to iloczyn wektorowy dwóch spośród tych wektorów pomnożony skalarnie przez trzeci z nich. b) Obliczyć objętość równoległościanu rozpiętego na wychodzących z tego samego wierzchołka przekątnych ścian prostopadłościanu o bokach a, b i c.