

**I seria zadań domowych z matematyki II NKF**  
(szeregi potęgowe i liczby zespolone)

**Zadanie 1** Znaleźć przedział zbieżności szeregu:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3x+1)^n}{2^n}.$$

**Zadanie 2** Oblicz promień zbieżności szeregu:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^3 2^{2n+1}}{(n^2+5)5^n} x^n.$$

**Zadanie 3** Zapisać w postaci trygonometrycznej elementy zbioru:

$$\sqrt[8]{8\sqrt{2}'}(1-i),$$

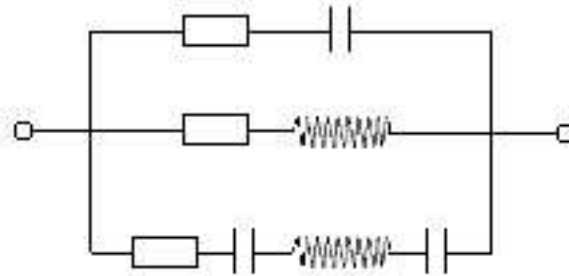
gdzie  $\sqrt[8]{(\cdot)}$  oznacza pierwiastek zespolony, a  $\sqrt{2}'$  zwykły pierwiastek rzeczywisty.

**Zadanie 4** Rozwiąż poniższe dwie pary równań drugiego i trzeciego stopnia o współczynnikach rzeczywistych i zespolonych:

$$\begin{aligned} a) \quad 2x^2 + 3x + 2 = 0, \quad b) \quad 4x^2 + (4 + 8i)x + 3i - 3 = 0, \\ c) \quad x^3 - 6x - 4 = 0, \quad d) \quad x^3 - 6ix + i - 8 = 0. \end{aligned}$$

**Zadanie 5** Tangens hiperboliczny pewnej liczby rzeczywistej  $x$  wynosi  $1/2$ . Korzystając z wzorów Eulera i jedynek hiperbolicznych oblicz wartość  $\cos ix$  oraz  $\sin ix$ .

**Zadanie 6.** Oblicz impedancję  $\hat{Z}$  (uogólniony opór zespolony) układu RLC przedstawionego na schemacie, odpowiadającą prądowi o jednostkowej częstotliwości.



Przyjmij jednostkową wartość oporu omowego oporników, pojemności kondensatorów i indukcyjności cewek. Oblicz wszystkie wielkości pokrewne impedancji, zdefiniowane następująco:

$$\hat{Z} = R + iX = Z e^{-i\phi}, \quad \hat{Y} = \hat{Z}^{-1} = G + iB,$$

gdzie  $R$ -rezystancja,  $X$ -reaktancja,  $Z$ -zawada,  $\phi$ -przesunięcie fazowe natężenia względem napięcia,  $\hat{Y}$ -admitancja,  $G$ -konduktancja,  $B$ -susceptancja.

*Wskazówki:* Przy łączeniu szeregowym impedancje się dodają, a przy równoległym dodają się ich odwrotności. Postać impedancji dla opornika, cewki i kondensatora można znaleźć w skrypcie.