

#### IV seria zadań domowych z matematyki II NKF

**Zadanie 1.** Niech odwzorowanie liniowe  $F : V \rightarrow V$ , gdzie  $V$  jest przestrzenią wektorową wielomianów stopnia  $\leq 2$ , będzie zadane macierzą

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

w bazie  $\{ 1, x, x^2 \}$ . Wyznaczyć macierz tego odwzorowania w bazie  $\{ 3x^2 + 2x + 1, x^2 + 3x + 2, 2x^2 + x + 3 \}$ .

**Zadanie 2.** Niech  $V$  - przestrzeń wektorowa i  $v_1, \dots, v_n \in V$  - zbiór wektorów parami prostopadłych. Udowodnić, że wektory te są liniowo niezależne.

Wskazówka: policzyć iloczyn skalarny kombinacji liniowej wektorów  $v_1 \dots v_n$  z dowolnym wektorem  $v_i$  z naszego zestawu. A potem zastanowić się, co dalej.

**Zadanie 3.** Wyznaczyć rozwiązanie układu równań liniowych:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \end{cases}$$

**Zadanie 4.** Obliczyć wyznacznik macierzy:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -3 & 2 & -5 & 13 \\ 1 & -2 & 10 & 4 \\ -2 & 9 & -8 & 25 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} x & y & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & x & y & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x & y \\ y & 0 & 0 & \dots & 0 & x \end{pmatrix}$$

Wskazówka do przykładu drugiego: liczyć wzdłuż pierwszej kolumny.

**Zadanie 5.** Wyznaczyć rząd macierzy:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & -1 & 1 \\ 12 & 9 & 8 & -7 & 3 \\ -12 & -5 & -8 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

**Zadanie 6.** Wyznaczyć macierz odwrotną (metodą dowolną) do macierzy:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$