

II kolokwium z matematyki I NKF

Zadania 1,2,3 proszę rozwiązywać na innych kartkach niż zadania 4,5! Każdą kartkę należy podpisać imieniem i nazwiskiem oraz podać nr grupy lub nazwisko osoby prowadzącej!

Zadanie 1.

Oblicz pochodne funkcji:

$$a) f(x) = \sqrt[3]{x} \ln x, \quad b) g(x) = x^{x^2},$$

a następnie znajdź prawostronne granice tych funkcji w zerze.

Zadanie 2.

Zbadaj przebieg zmienności funkcji:

$$y(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

oraz naszkicuj jej wykres.

Zadanie 3.

Znaleźć rozwinięcie funkcji \arctg w szereg Taylora w otoczeniu zera. Ograniczyć się do wyrazów piątego rzędu. Następnie, korzystając z tego rozwinięcia oraz ze wzoru:

$$\pi = 4 \arctg 1,$$

obliczyć przybliżoną wartość liczby π .

Czy użycie alternatywnego wzoru $\pi = 6 \arctg 1/\sqrt{3}$ mogłoby zwiększyć dokładność rachunków? Odpowiedź uzasadnić.

Zadanie 4.

Znaleźć rodzinę funkcji pierwotnych dla każdej z poniższych funkcji:

$$a) f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^4}}, \quad b) f(x) = \arccos x, \quad c) f(x) = \ln x.$$

Zastosować proste podstawienie lub metodę całkowania przez części.

Zadanie 5.

Obliczyć jedną z poniższych całek nieoznaczonych:

$$A) \int \frac{dx}{x^3 - x^2 + 4x - 4}, \quad *B) \int x^2 \sqrt{1-x^2} dx.$$

Wykonanie obydwu przykładów będzie dodatkowo punktowane (przy czym ten drugi jest bardziej złożony rachunkowo).