

# Programowanie i metody numeryczne

Zadania – seria 1.

Podstawy języka C++ – powtórzenie.

## Zadanie 1. Kula trójwymiarowa.

W przypadku trójwymiarowej kuli o promieniu  $R$  prawdziwe są następujące wzory:

$$\text{pole powierzchni: } P = 4\pi R^2,$$

$$\text{objętość: } V = \frac{4}{3}\pi R^3.$$

- Napisz program `balli`, który wczytuje ze standardowego wejścia liczbę całkowitą  $R$ , a następnie oblicza i wypisuje na standardowe wyjście pole powierzchni i objętość kuli o promieniu  $R$ .
- Napisz program `balla`, który przyjmuje jako argument wywołania liczbę całkowitą  $R$ , a następnie oblicza i wypisuje na standardowe wyjście pole powierzchni i objętość kuli o promieniu  $R$ .

## Zadanie 2. bmi – Wskaźnik masy ciała.

*Wskaźnik masy ciała* (ang. *Body Mass Index*, BMI) to współczynnik stosowany do określania poprawności masy ciała. Oblicza się go zgodnie ze wzorem

$$\text{BMI} = \frac{\text{masa ciała}}{\text{wzrost}^2},$$

przy czym masa ciała wyrażona jest w kilogramach, zaś wzrost – w metrach. W przypadku młodej osoby dorosłej wartości BMI interpretowane są w następujący sposób:

- poniżej 18,5 – niedowaga,
- 18,5 – 25 – waga prawidłowa,
- 25 – 30 – nadwaga,
- powyżej 30 – otyłość.

Napisz program `bmi`, który wczytuje ze standardowego wejścia masę ciała w kilogramach i wzrost w metrach, a następnie wypisuje na standardowe wyjście wartość BMI odpowiadającą tym danym oraz jej interpretację.

### Przykładowe wykonanie

*Wejście*

Podaj masę ciała (w kilogramach): 70

Podaj wzrost (w metrach): 1.8

*Wyjście*

BMI = 21.60

Waga prawidłowa.

## Zadanie 3. qeq – Rozwiązywanie równań kwadratowych.

Napisz program `qeq`, który wczytuje ze standardowego wejścia rzeczywiste współczynniki  $a \neq 0$ ,  $b$  i  $c$ , a następnie wypisuje na standardowe wyjście wszystkie (również zespolone) rozwiązania równania kwadratowego  $ax^2 + bx + c = 0$ .

#### Zadanie 4. `nextprime` – Następna liczba pierwsza.

Napisz funkcję `NextPrime`, która przyjmuje jako argument liczbę naturalną  $n$  i zwraca najmniejszą liczbę pierwszą większą od  $n$ .

Korzystając z tej funkcji, napisz program `nextprime`, który przyjmuje jako argument wywołania liczbę naturalną  $n$ , a następnie wypisuje najmniejszą liczbę pierwszą większą od  $n$ .

#### Zadanie 5. `factorial` – Silnia.

Napisz funkcję `ifactorial`, która przyjmuje jako argument liczbę naturalną  $n$ , oblicza silnię tej liczby, korzystając z odpowiedniego algorytmu iteracyjnego, a następnie zwraca otrzymany wynik.

Napisz także funkcję `rfactorial`, która działa podobnie, jak funkcja `ifactorial`, wykorzystując jednak do obliczenia silni odpowiedni algorytm rekurencyjny.

Korzystając z obu tych funkcji, napisz program `factorial`, który przyjmuje jako argument wywołania liczbę naturalną  $n$ , a następnie dwukrotnie, iteracyjnie i rekurencyjnie, oblicza silnię liczby  $n$ , za każdym razem wypisując wynik obliczeń oraz czas wykonania kodu obliczającego silnię.

#### Zadanie 6. `histogram` – Histogram tekstowy.

Napisz program `histogram`, który wczytuje ze standardowego wejścia dowolnie wiele nieujemnych liczb całkowitych, a następnie wypisuje na standardowym wyjściu ciąg poziomych „słupków” złożonych z gwiazdek (\*), wyrównanych do lewej. Słupków powinno być tyle, ile wczytanych liczb, a długości kolejnych z nich (tzn. ilości gwiazdek) powinny odpowiadać kolejnym z wczytanych liczb.

#### Zadanie 7. Ciąg Fibonacciego.

*Ciągiem Fibonacciego* nazywamy ciąg  $(F_n)_{n=1}^{\infty}$  określony wzorem

$$F_n \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & \text{gdy } n = 1 \text{ lub } n = 2, \\ F_{n-1} + F_{n-2}, & \text{w pozostałych przypadkach.} \end{cases}$$

Piętnaście początkowych wyrazów tego ciągu to

$$(F_n) = (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, \dots).$$

- Napisz program `fib`, który przyjmuje jako argument wywołania liczbę naturalną  $n$  oraz oblicza i wypisuje  $n$ -ty wyraz ciągu Fibonacciego.
- Napisz program `fibsum` obliczający i wypisujący sumę wyrazów ciągu Fibonacciego spełniających jednocześnie dwa warunki: wskaźnik wyrazu jest parzysty, a wartość wyrazu jest mniejsza od  $3 \times 10^6$ .

#### Zadanie 8. Ciąg Collatza.

Niech  $k$  będzie liczbą naturalną. *Ciągiem Collatza* nazywamy ciąg  $(c_n^k)_{n=0}^{\infty}$  określony wzorem

$$c_n^k \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} k, & \text{gdy } n = 0, \\ \frac{1}{2}c_{n-1}, & \text{gdy } c_{n-1} \text{ jest liczbą parzystą,} \\ 3c_{n-1} + 1, & \text{gdy } c_{n-1} \text{ jest liczbą nieparzystą.} \end{cases}$$

Na przykład

$$(c_n^{12}) = (12, 6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, \mathbf{1}, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \dots),$$

$$(c_n^{13}) = (13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, \mathbf{1}, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \dots),$$

$$(c_n^{15}) = (15, 46, 23, 70, 35, 106, 53, 160, 80, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, \mathbf{1}, 4, 2, 1, 4, 2, 1, \dots).$$

Gdy pewien wyraz ciągu Collatza ma wartość 1, wyrazy następujące po nim mają wartości 4, 2, 1, 4, 2, 1, ... – sekwencja 4, 2, 1 powtarza się w nieskończoność. Przypuszcza się, że ciąg Collatza  $(c_n^k)$  osiąga wartość 1 dla dowolnego  $k$ , hipoteza ta pozostaje jednak problemem otwartym.

- a) Napisz program `collatz`, który przyjmuje jako argument wywołania liczbę naturalną  $k$  oraz oblicza i wypisuje początkowe wyrazy ciągu Collatza  $(c_n^k)$  aż do pierwszego z wyrazów o wartości 1 włącznie.
- b) Napisz program `lcollatz` znajdujący tę liczbę naturalną  $k < 10^6$ , dla której ciąg Collatza  $(c_n^k)$  ma najwięcej wyrazów występujących przed pierwszym z wyrazów o wartości 1.

*Opracowanie: Bartłomiej Zglinicki.*