

## Podsumowanie wykładu z Podstaw Fizyki Współczesnej II (2007/08)

**Uwaga:** niektóre z wymienionych poniżej zagadnień były omawiane *na ćwiczeniach*.

Zagadnienia wyróżnione (metoda „kostkowa”):

- Blok I: 2bc; 7; 9; 11c; 11d; 12b;
- Blok II: 13b; 15ef; 17a-d; 21cd; 22; 23e;

### Blok I

1. Efekty falowe w propagacji cząstek:
  - a) przechodzenie cząstek przez przesłonę z jedną wąską szczeliną: rozmycie wiązek (dyfrakcja);
  - b) przechodzenie cząstek przez przesłonę z dwiema wąskimi szczelinami, umieszczonymi blisko siebie: rozkład cząstek w funkcji kąta odchylenia od osi układu (dyfrakcja i interferencja); *dlaczego otrzymany rozkład jest zaskakujący z punktu widzenia fizyki klasycznej?*
  - c) model teoretyczny dla zjawiska interferencji na układzie dwóch szczelin: funkcja falowa, zasada superpozycji, interpretacja probabilistyczna funkcji falowej; prosty wzór na położenia maksimów rozkładu cząstek; relacja de Broglie’a między długością fali i pędem cząstki;
  - d) efekty falowe w rozpraszaniu cząstek na kryształach;
2. Równanie falowe dla cząstki swobodnej:
  - a) opis zlokalizowanych stanów cząstek: paczki falowe;
  - b) ewolucja czasowa paczek falowych dla cząstek swobodnych: prędkość grupowa paczki falowej, związek dyspersyjny dla fal de Broglie’a;
  - c) równanie Schrödingera dla cząstki swobodnej;
3. Pęd cząstek w mechanice falowej:
  - a) rozwiązywanie zagadnienia początkowego dla cząstki swobodnej: odczytywanie profilu paczki falowej z zadanych warunków początkowych (transformacja Fouriera);
  - b) funkcja delta Diraca;
  - c) rozkład prawdopodobieństwa w przestrzeni wektorów falowych (pędów); relacja między szerokością rozkładu w przestrzeni położenia, a szerokością rozkładu w przestrzeni wektorów falowych (pędów);
  - d) wartość średnia pędu dla paczki falowej;
  - e) operator pędu w reprezentacji położeniowej;
  - f) wartość średnia energii kinetycznej dla paczki falowej; operator energii kinetycznej w reprezentacji położeniowej;
4. Równanie falowe dla cząstki w polu siły o potencjale  $V$ :
  - a) postulowana postać równania falowego;
  - b) sprawdzenie poprawności równania – rozpraszanie cząstek na prostym potencjale w przybliżeniu małych długości fal de Broglie’a, porównanie wyniku klasycznego z wynikiem kwantowym;
  - c) koncepcja kwantowania kanonicznego;
5. Ogólna metoda konstrukcji rozwiązań równania Schrödingera dla układów z hamiltonianem niezależnym od czasu:
  - a) funkcje własne i wartości własne hamiltonianu;
  - b) rozwiązania stacjonarne;
  - c) rozwiązanie ogólne jako kombinacja liniowa rozwiązań stacjonarnych.

6. Ewolucja funkcji falowej cząstki w nieskończenie głębokiej, jednowymiarowej studni potencjału:
  - a) rozwiązania stacjonarne: warunki brzegowe, funkcje własne (symetrie, ortonormalność, zupełność), energie własne; *jakie właściwości ma rozkład prawdopodobieństwa dla położenia cząstki w studni w przypadku rozwiązań stacjonarnych?*
  - b) rozwiązania niestacjonarne; *jakie właściwości ma rozkład prawdopodobieństwa dla położenia cząstki w studni w przypadku rozwiązań niestacjonarnych?*
  - c) konstrukcja rozwiązania zagadnienia początkowego w postaci superpozycji rozwiązań stacjonarnych;
  
7. Cząstka w nieskończenie głębokiej, dwuwymiarowej studni potencjału: metoda separacji zmiennych, warunki brzegowe, funkcje własne, energie własne (degeneracja dla studni symetrycznej).
  
8. Wektor gęstości prądu prawdopodobieństwa; równanie ciągłości dla prądu prawdopodobieństwa;
  
9. Rozpraszanie cząstki na barierze potencjału o wysokości  $V_0$  (ruch w jednym wymiarze):
  - a) warunki zszycia dla funkcji falowej na skoku potencjału;
  - b) opis ruchu cząstki w postaci superpozycji rozwiązań stacjonarnych;
  - c) postać rozwiązań stacjonarnych z uwzględnieniem warunków zszycia;
  - d)  $E > V_0$  - współczynniki przejścia i odbicia; zjawisko Ramsauera-Townsenda;
  - e)  $E < V_0$  - tunelowanie przez barierę.
  
10. Postulaty mechaniki kwantowej:
  - a) opis stanu kwantowego:
    - przestrzeń stanów jako przestrzeń wektorowa;
    - iloczyn skalarny w przestrzeni stanów;
  - b) reprezentacja wielkości obserwowalnych:
    - pojęcie hermitowskiego sprzężenia operatora, hermitowskie sprzężenie iloczynu operatorów);
    - operatory hermitowskie, *pokaż, że operator pędu dla cząstki w nieograniczonej przestrzeni jest hermitowski; pokaż, że operator momentu pędu jest hermitowski;*
    - pojęcie kwantowych obserwabli;
    - wartości własne i funkcje własne kwantowych obserwabli - właściwości;
    - możliwe wyniki pomiarów wielkości fizycznej w teorii kwantowej i prawdopodobieństwa ich uzyskania;
    - przewidywanie teorii kwantowej dla średnich po zespole układów;
  - c) ewolucja stanu kwantowego w czasie;
  
11. Wnioski z postulatów mechaniki kwantowej:
  - a) komutator operatorów;
  - b) ewolucja w czasie wartości średnich wielkości fizycznych;
  - c) twierdzenie Ehrenfesta: ewolucja wartości średnich położenia i pędu – porównanie z ewolucją w mechanice klasycznej (podobieństwa, ale i różnice);
  - d) zasada nieoznaczoności dla niekomutujących obserwabli; zasada nieoznaczoności dla położenia i pędu;
  - e) twierdzenie o funkcjach własnych komutujących obserwabli;
  
12. Kwantowa teoria oscylatora harmonicznego:
  - a) hamiltonian oscylatora jednowymiarowego,
  - b) energie własne i funkcje własne;
  - c) operatory kreacji i anihilacji;

## Blok II

13. Operator momentu pędu:
- podstawowe komutatory;
  - operatory drabinkowe, algebraiczne wyprowadzenie ogólnych właściwości wartości własnych i funkcji własnych operatora momentu pędu;
  - jawna postać funkcji własnych operatora orbitalnego momentu pędu we współrzędnych kulistych – harmoniki sferyczne; *jaką mają postać funkcje własne operatorów  $L_x$  i  $L_y$ ?*
14. Spinowy moment pędu  $s = 1/2$ :
- macierz operatorów składowych momentu pędu dla przypadku  $j = 1/2$ ; macierze Pauliego; *czy właściwości spinowego momentu pędu wynikają z kwantowania ruchu obrotowego cząstek wokół własnej osi? Jakie są wartości własne rzutu spinu na oś  $Ox$ ?*
  - funkcja falowa dla cząstki o spinie  $1/2$ ;
15. Spinowy moment magnetyczny cząstek o spinie  $1/2$ :
- operator spinowego momentu magnetycznego; spinowy moment magnetyczny elektronu, protonu, neutronu; *jakie właściwości spinowego momentu magnetycznego są zaskakujące z punktu widzenia teorii klasycznej?*
  - hamiltonian oddziaływania spinowego momentu magnetycznego z zewnętrznym polem magnetycznym dla cząstki o spinie  $1/2$ ;
  - cząstka o spinie  $1/2$  i niezerowym momencie magnetycznym, uwięziona w węźle sieci w stałym polu magnetycznym – precesja spinu; *jakie wnioski na temat spinu możemy wysnuć na podstawie tego efektu?*
  - cząstka o spinie  $1/2$  i niezerowym momencie magnetycznym, uwięziona w węźle sieci w wirującym polu magnetycznym – rezonans magnetyczny;
  - dwójłomność wiązki neutronów przy przejściu przez „ściankę magnetyczną”; *jaki obraz tego zjawiska przewiduje teoria klasyczna?*
  - pryzmat magnetyczny, przejście wiązki przez układ pryzmatów magnetycznych; *jakie zaskakujące efekty kwantowe można w takim układzie zaobserwować?*
16. Cząstka o spinie  $1/2$  w potencjale o symetrii sferycznej – rozważania ogólne:
- układ komutujących operatorów dla tego zagadnienia;
  - równanie falowe we współrzędnych kulistych;
  - separacja zmiennych; redukcja równania radialnego do równania Schrödingera dla cząstki w jednym wymiarze w polu potencjału efektywnego;
17. Energie własne i funkcje własne elektronu w potencjale kulombowskim:
- postać funkcji falowej dla małych i dużych  $r$ ;
  - ogólna postać funkcji falowej z uwzględnieniem asymptotyki, warunek urywania szeregu, radialna liczba kwantowa, energie własne;
  - struktura widma w potencjale kulombowskim, dopuszczalne liczby kwantowe, degeneracja stanów;
  - postać funkcji własnych, radialny rozkład prawdopodobieństwa, rozkłady kątowe;
  - półklasyczna teoria promieniowania atomu;
18. Energie własne i funkcje własne cząstki w sferycznie symetrycznym potencjale oscylatora harmonicznego:
- postać funkcji falowej dla małych i dużych  $r$ ;
  - warunek urywania szeregu, radialna liczba kwantowa, wyrażenie na energie własne, dopuszczalne wartości innych liczb kwantowych.

19. Rachunek zaburzeń dla energii własnych:
- przypadek bez degeneracji – przykład: zaburzony oscylator harmoniczny;
  - przypadek z degeneracją;
20. Kwantowy opis ruchu układu wielu cząstek:
- układ dwóch cząstek bez spinu: separacja równania dla ruchu środka masy i ruchu względnego; masa zredukowana;
  - układ dwóch cząstek o spinie  $1/2$ : funkcja falowa, stany bazowe spinów cząstek, równanie falowe;
  - układ dowolnej liczby cząstek o dowolnych spinach: funkcja falowa, równanie falowe;
  - układy cząstek identycznych – postulat o związku spinu z właściwościami symetrii funkcji falowej; fermiony, bozony;
21. Prosty model funkcji falowej stanu podstawowego dla atomów wieloelektronowych:
- atom helu,
    - przybliżenie niezależnych elektronów,
    - przestrzenna funkcja falowa, spinowa funkcja falowa; konsekwencja postulatu o antysymetrii funkcji falowej;
  - atom litu:
    - antysymetryzacja funkcji falowej - wyznacznik Slatera,
    - wyбір funkcji falowych w najniższym rzędzie przybliżenia;
  - stan podstawowy atomów o liczbie atomowej  $Z > 3$ ; schemat zapełniania powłok elektronowych; zakaz Pauliego; *czy potoczne sformułowanie zakazu Pauliego jest w pełni równoważne postulatowi o związku spinu z symetrią funkcji falowej?*
  - układ okresowy pierwiastków;
22. Model powłokowy jądra atomowego:
- liczby magiczne w fizyce jądrowej;
  - model niezależnych nukleonów – potencjał oscylatora harmonicznego jako przybliżony potencjał jednocząstkowy;
  - obsadzenie powłok w modelu oscylatorowym – wyjaśnienie kilku pierwszych liczb magicznych;
23. Elementy fizyki statystycznej:
- dynamika układów bardzo wielu ciał: mikrostan, makrostan;
  - postulat równych prawdopodobieństw a priori; związek między średnimi po czasie a średnimi po zespole statystycznym;
  - przykład - najbardziej prawdopodobna liczba cząstek gazu w części naczynia;
  - dwa układy w stanie równowagi termicznej – statystyczna definicja temperatury;
  - rozkład najbardziej prawdopodobny dla gazu;
    - cząstki rozróżnialne – rozkład Maxwella; wyprowadzenie równania stanu gazu doskonałego z podstawowych postulatów statystycznych;
    - cząstki nierozróżnialne o spinie połówkowym – rozkład Fermiego-Diraca;
    - cząstki nierozróżnialne o spinie całkowitym – rozkład Bosego-Einsteina;