

Zadania domowe z Matematyki II Pochodne i przebieg zmienności funkcji

Zadanie 1 Obliczyć pochodną funkcji

$$\arcsin(\ln(\operatorname{tg}x)), \ln(\operatorname{arctg}(x^x)), (\ln(x^2))^5 \sin x \arcsin(x^2),$$

$$\frac{\arccos(\ln x)}{\operatorname{th}x \operatorname{tg}x}, \ln(x + \sqrt{1+x^2}), \frac{1 - \sin x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$x^{(x^x)}, x^{\arcsin x}, (\cos x)^{\cos x}.$$

Zadanie 2 Obliczyć pochodną funkcji f w $x = 0$ dla

$$f(x) = \sin(\sin(\sin(\sin x))), f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{dla } x \neq 0, \\ 1 & \text{dla } x = 0, \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} |x|^{|x|} & \text{dla } x \neq 0, \\ 1 & \text{dla } x = 0 \end{cases} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x) & \text{dla } x \neq 0 \\ 0 & \text{dla } x = 0 \end{cases},$$

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}(1/x) & \text{dla } x > 0, \\ \operatorname{arctg}(1/x) - \pi & \text{dla } x < 0, \\ 0 & \text{dla } x = 0. \end{cases}$$

Zadanie 3 Znaleźć styczną do wykresu funkcji $f(x)$ w punkcie $x = 2$

$$f(x) = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4, f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}, f(x) = 3^x.$$

Zadanie 4 Znaleźć największą wartość funkcji

$$x^4 - x^6, \sin^4 x + 2 \cos^2 x, 2 - e^x - e^{-x}, \ln(1 + e^{-x^2}).$$

Zadanie 5 Znaleźć wszystkie ekstrema (minima i maksima) poniższych funkcji i zbadać je. Znaleźć przedziały wypukłości do dołu i do góry.

$$x^3 - 2x^2 + 3x - 1, \frac{1-x^4}{1+x^4}, x^{1/x}, \operatorname{th}x.$$

Zadanie 6 Zbadać funkcje i narysować ich wykresy

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x^2 + x + 1}, f(x) = \sin x + 2 \cos x,$$

$$f(x) = xe^{-x^2}, f(x) = \frac{1 - \cos x}{\sin x}, f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 2x^2}.$$

*Wesołych Świąt i Szczęśliwego
Nowego Roku 2006*

