

## Zadania domowe z Matematyki II Zbiory i funkcje

**Zadanie 1** Sprawdzić, że

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C), \quad A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C,$$
$$(A \setminus B) \cap (C \setminus D) = (A \cap C) \setminus (B \cup D), \quad A \setminus (B \setminus (C \setminus D)) = (A \setminus B) \cup (A \cap C) \setminus D.$$

**Zadanie 2** Dowieść, że

$$A \subset B \Rightarrow C \setminus B \subset C \setminus A, \quad A \setminus B = B \setminus A \Rightarrow A = B.$$

**Zadanie 3** Narysować zbiór  $A \times B$ , gdzie  $A = \{a \in \mathbf{R} : x^2 + x - 2 > 0\}$ ,  $B = \{b \in \mathbf{R} : x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$

**Zadanie 4** W Sejmie wybierano wicemarszałków. Głosowało 459 posłów. Panowie LEP, OLE, KAL, KOM i KOT otrzymali odpowiednio 279, 398, 448, 398 i 442 głosy. Ilu co najmniej posłów głosowało zawsze ZA?

**Zadanie 5** Znaleźć zbiory ( $x$  – rzeczywiste,  $k$  – całkowite)

$$x^2 - 4x + 3 > 0, \quad (x - 2)/(x^2 - 5x + 4) \geq 0, \quad \sin x \geq 1/2, \quad e^{x^2} > e,$$
$$\ln(x^2 - 4) > 1, \quad \sqrt{x^2 + 4} \geq 1, \quad (x^2 + 1)/(x^2 - 1) > 2,$$
$$k^3 \leq 8 \wedge k^2 < 15, \quad \ln k < 2 \vee \sqrt{k^2 + 6k + 9} \leq 5.$$

**Zadanie 6** Znaleźć dziedzinę funkcji

$$\ln(\cos^2 x), \quad \sqrt{\ln(x^2 - 1)}, \quad \arcsin(\operatorname{tg} x),$$
$$\sqrt{x - 2} + \sqrt{3 - x}, \quad \ln(\ln(1 - x^3)), \quad \arcsin(\sqrt{x^3 + 1}),$$
$$(x - 2)/\sqrt{x^3 - 6x^2 + 8x}, \quad \arccos(x/(1 - x)), \quad \ln(x - 1) + \arccos(x + 1).$$

**Zadanie 7** Rozwiązać równania

$$e^2 + e^{-2} = 2\operatorname{ch} x, \quad e^x + 2e^{-x} = 3, \quad x^4 - 5x^2 + 6 = 0,$$
$$\ln(x^2 + 1) = \ln(2x - 1) + \ln(x + 1), \quad \operatorname{arctg}(x^2/(1 - x)) = \pi/4,$$
$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 8, \quad \operatorname{tg}^2(x^2 - \pi/2) = 3, \quad \operatorname{ch}^2 x + \operatorname{sh}^2 x = 1.$$

**Zadanie 8** Wykazać tożsamości

$$(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1) = x^5-1, \operatorname{th}(x+y) = (\operatorname{th}x+\operatorname{th}y)/(1+\operatorname{th}x\operatorname{th}y),$$

$$6e^{5x} - 4e^{-5x} = \operatorname{ch}5x + 5\operatorname{sh}5x, \ln(x^2 + 4x + 4) = 2\ln(x + 2)$$

**Zadanie 9** Obliczyć (podać w postaci liczby wymiernej)

$$\log_2 3 \log_3 5 \log_5 8, \cos^2(\operatorname{arctg}\sqrt{7}), \sin^2(2005\pi/3),$$

$$e^{-3\ln 5}, 2\sin(\pi/12)\cos(\pi/12), \operatorname{arctg}(2\sin 5\pi/3)/\pi.$$

**Zadanie 10** Narysować wykres funkcji

$$2\cos(x + \pi/4) - 1, 2e^{2x} - 2, \ln(2x + 3) + 1, 3\operatorname{arctg}(2x - 1), (2x + 1)^3 - 4,$$

$$(2x - 2)^{5/2}, (2x + 2)^{-1/2} - 2, 2\operatorname{arcsin}(x - 1) - \pi.$$