

Matematyka II, Seria nr 10

Zad. 1

Dane są wektory: $\vec{a} = (1, 2, 3)$, $\vec{b} = (1, -1, 2)$, $\vec{c} = (-1, 0, -1)$. Oblicz:

$$\begin{array}{ll} a) |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2, & b) \vec{a}(\vec{b} + \vec{c})^2 + \vec{c}, \\ c) \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c}) - \vec{b}(\vec{c} \cdot \vec{a}), & d) (\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{a} \cdot \vec{c}) - |\vec{a}|^2 \vec{b} \cdot \vec{c}, \\ e) \vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, & f) \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}), \\ g) \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}), & h) (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}). \end{array}$$

Zad. 2

Znaleźć cosinusy kierunkowe wektora prostopadłego do dwóch wektorów o cosinusach kierunkowych $\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}$ i $\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, \frac{6}{7}$.

Zad. 3

Wektor $\vec{a} = (1, 1, -2)$ zapisz jako sumę trzech wektorów, z których dwa są równoległe odpowiednio do $\vec{b} = (0, 1, 1)$ oraz $\vec{c} = (0, 1, -1)$.

Zad. 4

Dane są cztery punkty: $P_1(1, 0, 1)$, $P_2(2, 1, -1)$, $P_3(0, -1, -1)$, $P_4(0, 4, 0)$.

1. czy punkty te leżą na jednej płaszczyźnie?
2. podaj równania na proste przechodzące przez pary punktów (P_1, P_3) i (P_2, P_4) oraz wyznacz kąt pod jakim przecinają się te proste.
3. podaj równanie płaszczyzny określonej przez punkty (P_1, P_2, P_3) .
4. jaki jest kąt przecięcia prostej (P_2, P_4) z powyższą płaszczyzną?

Zad. 5

Znaleźć równanie prostej przechodzącej przez punkt $A(1, 2, 3)$ oraz równoległej do prostej określonej przez warunek:

1. $x = 0, z = 2,$
2. $x + y - z + 2 = 0, 2x + 3y + z = 0,$
3. $x = 5, y = 5.$

Zad. 6

Podaj równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $(2, -7, 6)$ i równoległej do płaszczyzny zadanej wzorem:

$$5x - 2y + z - 9 = 0.$$

Zad. 7

Znaleźć równanie prostej prostopadłej do prostej $x + y + 2 = 0$ przechodzącej przez punkt przecięcia prostych $2x + y = 0$ i $x + 3y - 1 = 0$.

Zad. 8

Zbadaj wzajemne położenie płaszczyzn:

a) $x - y - z + 1 = 0$, $x + y + z + 1 = 0$,

b) $-x - 2y + 3z - 4 = 0$, $x + 2y - 3z + 4 = 0$.

Zad. 9

Znajdź równanie płaszczyzny, której punkty są jednakowo odległe od płaszczyzn:

a) $x + y - 2z + 4 = 0$ i $x + y - 2z = 0$,

b) $x - 1 = 0$, $y + 1 = 0$.

Zad. 10

Znajdź odległość między płaszczyzną $2x + y - z + 4 = 0$ a punktem $P(1, 1, 2)$.

Agata Chęcińska