

II kolokwium z matematyki II

16 stycznia 2006 r.

Brak obliczeń pośrednich, uzasadnień i komentarzy wpłynie na obniżenie oceny.

Zadanie 1. (6 pkt.)

Obliczyć (wyniki podać w postaci $a + bi$):

a) $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2006}$,

b) $\sqrt[4]{-8 - 8\sqrt{3}i}$.

Zadanie 2. (6 pkt.)

Obliczyć granice funkcji:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)^x$,

b) $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \left(\frac{1}{2}\pi x\right)$.

Zadanie 3. (5 pkt.)

a) Obliczyć pochodną funkcji

$$y = (\sin x)^{\frac{1}{\ln x}}.$$

b) W jakim punkcie przecina oś Ox styczna do wykresu funkcji $y = xe^{-x^2}$ w $x = 1$?

Zadanie 4. (8 pkt.)

Zbadać przebieg zmienności funkcji

$$y = \frac{x^2 + 1}{x - 1},$$

czyli wyznaczyć jej dziedzinę, punkty przecięcia z osiami współrzędnych, asymptoty, ekstrema, obszary wklęsłości/wypukłości i naszkicować wykres.

Zadanie 5. (5 pkt.)

a) Obliczyć A^2 , AB , BA oraz B^2 (jeśli odpowiednie iloczyny istnieją) dla:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

b) Obliczyć $\det A$, jeśli

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 4 & 6 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Powodzenia!