I kolokwium z matematyki IL
8 grudnia 2005 r.

Brak obliczeń pośrednich, uzasadnień i komentarzy wpłynie na obniżenie oceny.

Zadanie 1. (5 pkt.)
Udowodnić, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 2$ spełniony jest wzór

$$\sum_{k=2}^{n} \frac{1}{k^2-1} = \frac{3}{4} - \frac{2n+1}{2n(n+1)}.$$

Zadanie 2. (6 pkt.)
Obliczyć granice ciągów:

$$\text{a) } \lim_{n\to\infty} n(n-\sqrt{n^2+3}),$$

$$\text{b) } \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{3n^2+2n+1}.$$

Zadanie 3. (8 pkt.)
a) Zbadać zbieżność szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}.$$

b) Znaleźć przedział zbieżności szeregu

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{4^n n^2}.$$

Zadanie 4. (6 pkt.)
a) Znaleźć dziedzinę funkcji

$$\frac{\arcsin \sqrt{2x}}{2x-1}.$$

b) Znaleźć wszystkie rozwiązania równania

$$3 \cosh x - \sinh x = 3.$$

Zadanie 5. (5 pkt.)
Znaleźć wszystkie rozwiązania równania z jedną niewiadomą zespoloną z

$$z^2 - (3-2i)z + 5 - i = 0$$

i wyrazić je w postaci $z = a + ib$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi.

Powodzenia!