

Elektrodynamika klasyczna

Zadania domowe, seria VI

Zadanie 1. Znaleźć pole elektromagnetyczne oraz jego potencjał skalarny i wektorowy dla dipolowego momentu elektrycznego \vec{p} poruszającego się z prędkością v wzdłuż osi z .

Zadanie 2. Obliczyć potencjały pola elektromagnetycznego wytwarzanego przez punktowy dipol magnetyczny poruszający się z prędkością v wzdłuż osi z . Potencjał wektorowy w układzie związanym z dipolem wynosi:

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}.$$

Zadanie 3. Obliczyć elementy macierzowe czterotensora pola elektromagnetycznego

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$$

$$(\partial_\mu) = \left(\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right), \quad (A^\mu) = \left(\frac{\Phi}{c}, \vec{A}\right)$$

Udowodnić tożsamości

$$F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = 2(\vec{B}^2 - \frac{1}{c^2} \vec{E}^2),$$

$$\check{F}^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = -\frac{4}{c} \vec{E} \vec{B},$$

jeśli $\check{F}^{\mu\nu}$ można zapisać jako $\check{F}^{\mu\nu} = (-\vec{B}, -\frac{1}{c} \vec{E})$, dla $F^{\mu\nu} = (-\frac{1}{c} \vec{E}, \vec{B})$. Pokazać, że otrzymane wielkości nie zmieniają się przy przejściu do innego inercyjnego układu odniesienia.

Zadanie 4. Nienaładowana pętla z prądem o natężeniu I' (w układzie odniesienia związanym z pętlą) mająca kształt prostokąta o bokach a' i b' porusza się względem układu LAB ze stałą prędkością \vec{v} równoległą do boku a' . Przekrój poprzeczny przewodnika jest skończony i wynosi s' ($s' \ll a'b'$). Znaleźć rozkład ładunku w przewodniku i dipolowy moment elektryczny \vec{p} i magnetyczny \vec{m} ramki w układzie LAB.

$$\text{Momenty dipolowe:} \quad \vec{p} = \int \rho(\vec{r}) \vec{r} dV, \quad \vec{m} = \frac{1}{2} \int \vec{r} \times \vec{j}(\vec{r}) dV.$$