

**Elektrodynamika klasyczna 2011/12**  
**Zadania domowe seria 10**

**Zadanie 1.**

Na powierzchni nieskończonego walca o promieniu  $R$  znajduje się ładunek o gęstości powierzchniowej danej wzorem  $\sigma(\varphi) = \sigma_0 \sin(5\varphi)$ , gdzie  $\sigma_0$  jest pewną stałą. Znaleźć  $\phi$  wewnątrz i na zewnątrz walca.

**Zadanie 2.**

Potencjał na sferze o promieniu  $R$ , umieszczonej w próżni, wynosi  $\phi = V_0 \sin^2 \vartheta$  (względem zerowego potencjału w nieskończoności). Wyznaczyć potencjał wewnątrz i na zewnątrz sfery oraz gęstość ładunku powierzchniowego na sferze.

**Zadanie 3.**

Wykazać przy użyciu odpowiedniej funkcji Greena, że rozkład potencjału pola w pustej przestrzeni na zewnątrz sfery  $S$  o promieniu  $R$  i potencjale równym  $V(\vartheta, \varphi)$  (względem zerowego potencjału w nieskończoności) określony jest przez całkę

$$\phi(r, \vartheta, \varphi) = \frac{R(r^2 - R^2)}{4\pi} \oint_S \frac{d\Omega' V(\vartheta', \varphi')}{(\sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \gamma})^3},$$

gdzie  $\cos \gamma = \cos \vartheta \cos \vartheta' + \sin \vartheta \sin \vartheta' \cos(\varphi - \varphi')$ .

Jaką inną metodą można wyznaczyć rozkład potencjału tego pola ?

**Zadanie 4.**

Dla elipsoidy o półosiach  $a, b, c$  naładowanej jednorodnie ładunkiem  $Q$  znaleźć momenty multipolowe elektryczne i potencjał  $\phi$  w dużych odległościach w przybliżeniu multipolowym do momentu kwadrupolowego włącznie.

**Zadanie dodatkowe 5.**

a) Wykazać, że potencjał  $\phi$  w  $\vec{\rho}$  od nieskończonej nici naładowanej z gęstością liniową  $\lambda$  i przechodzącej przez  $\vec{\rho}'$  można przedstawić w postaci poniższego szeregu

$$\phi(\vec{\rho}) \equiv \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \ln \frac{a}{\sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi')}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon} \left[ \ln \frac{a}{\rho_{>}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left( \frac{\rho_{<}}{\rho_{>}} \right)^m \cos m(\varphi - \varphi') \right].$$

(Jest to dwuwymiarowy odpowiednik znanego z ćwiczeń wzoru  $\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{r_{<}^l}{r_{>}^{l+1}} P_l(\cos \gamma)$ ).

b) Wykorzystując powyższy wzór, znaleźć potencjał pola nieskończonej nici naładowanej z gęstością liniową  $\lambda$  i umieszczonej równoległe do osi przewodzącej uziemionej powierzchni walcowej o promieniu  $R$  w odległości  $d < R$  od tej osi. Wynik zinterpretować przy użyciu metody obrazów.

24 kwietnia 2012 r.