

## I seria zadań domowych z elektrodynamiki klasycznej (2011/12)

### Zadanie 1.

a) Udowodnić tożsamości:

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{0},$$

$$[\vec{A}(\vec{B} \times \vec{C})][\vec{D}(\vec{E} \times \vec{F})] = \begin{vmatrix} (\vec{A}\vec{D}) & (\vec{A}\vec{E}) & (\vec{A}\vec{F}) \\ (\vec{B}\vec{D}) & (\vec{B}\vec{E}) & (\vec{B}\vec{F}) \\ (\vec{C}\vec{D}) & (\vec{C}\vec{E}) & (\vec{C}\vec{F}) \end{vmatrix}.$$

b) W kartezjańskim prawoskrętnym układzie współrzędnych ( $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  - stałe wektory) obliczyć:

$$\vec{\nabla} \times [(\vec{a} \times \vec{r}) \times \vec{r}],$$

$$\vec{\nabla} [(\vec{a} \times \vec{r}) \times \vec{r}],$$

$$\Delta [(\vec{a} \times \vec{r}) \times \vec{r}],$$

$$\Delta [(\vec{a} \times \vec{r})(\vec{b} \times \vec{r})],$$

$$\Delta [(\vec{a}\vec{r})(\vec{b}\vec{r})].$$

**Zadanie 2.** W bryle sztywnej obracającej się z prędkością kątową  $\vec{\omega}$  wokół osi przechodzącej przez początek układu współrzędnych pole wektorowe prędkości punktów materialnych bryły określone jest wzorem:

$$\vec{v}(\vec{r}) = \vec{\omega} \times \vec{r}.$$

Zbadać, czy pole to jest wirowe i bezźródłowe, czyli obliczyć  $\vec{\nabla} \times \vec{v}$  i  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$ .

### Zadanie 3.

Potencjał wektorowy dla pola magnetycznego wytworzonego przez dipol magnetyczny o momencie dipolowym  $\vec{m}$ , znajdujący się w początku układu współrzędnych, określony jest wzorem

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}.$$

W obszarze poza początkiem układu współrzędnych wyznaczyć indukcję magnetyczną  $\vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r})$  oraz obliczyć  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}(\vec{r})$  (obliczenia wykonać w układach kartezjańskim i kulistym).

### Zadanie nadobowiązkowe 4.

W kartezjańskim prawoskrętnym układzie współrzędnych udowodnić tożsamości:

$$\vec{\nabla}(\vec{A}\vec{B}) = (\vec{B}\vec{\nabla})\vec{A} + (\vec{A}\vec{\nabla})\vec{B} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}),$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{B}\vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A}\vec{\nabla})\vec{B} + \vec{A}(\vec{\nabla}\vec{B}) - \vec{B}(\vec{\nabla}\vec{A}).$$