

Elektrodynamika z elementami teorii pola
III rok
Zadania domowe — seria 6

Termin oddania zadań: w tygodniu 14–18 kwietnia br.

Zadanie 1. Dla krążka o promieniu R naładowanego jednorodnie gęstością powierzchniową σ wyznaczyć potencjał Φ

1. na osi prostopadłej do krążka i przechodzącej przez jego środek,
2. w dużych odległościach od krążka z dokładnością do momentu kwadrupolowego włącznie.

Przedyskutować wyniki.

Zadanie 2. W ośrodku dielektrycznym o przenikalności ϵ_1 wytworzono jednorodne i stałe pole elektryczne \vec{E}_0 . Następnie w tym ośrodku umieszczono kulę dielektryczną o przenikalności ϵ_2 i promieniu R . Znajdź potencjał w całej przestrzeni.

Zadanie 3. nadobowiązkowe Udowodnij wzór:

$$\ln\left(\frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{r_0}\right) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{r_{<}}{r_{>}}\right)^n \cos(n\gamma) + \ln(r_{>}/r_0),$$

gdzie r_0 — stała, γ — kąt między wektorami \vec{r}, \vec{r}' oraz

$$r_{>} = \max\{|\vec{r}|, |\vec{r}'|\}, \quad r_{<} = \min\{|\vec{r}|, |\vec{r}'|\}.$$

Wskazówka: Dla ustalonych $|\vec{r}|, |\vec{r}'|$ oznaczmy $\ln(|\vec{r} - \vec{r}'|/r_0) =: F(\gamma)$. Znajdź rozwinięcie w szereg Fouriera funkcji

$$g(\gamma) = \frac{1}{\sin \gamma} \frac{dF}{d\gamma} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{in\gamma}.$$

01.04.2008

Andrzej Okołów