

Mechanika Klasyczna 2019/20
zadania na ćwiczenia, seria 3

1. Wyprowadzić 3 prawo Keplera, dla orbity kołowej (zależność okresu obiegu od promienia orbity), siła $F = -\alpha/r^2$, masa m .
2. Rozpraszanie w problemie Keplera (np. RK), masa m , prędkość v . Przypomnieć wzór Bineta i tor. Wprowadzić parametr zderzenia b (RK używa λ), kąt rozpraszania θ i przekrój różniczkowy (będzie też na wykładzie) $d\sigma/d\Omega$, tj. $d\sigma = 2\pi b db$, $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$. Pokazać wzór Rutherforda. Można to zrobić z samego Bineta, albo wspomagając się całką energii.
3. Znaleźć całkowity przekrój czynny na przechwycenie (tj. trafienie w $r = 0$) ciała o masie m i prędkości v w polu siły $F = -\alpha/r^2 - \beta/r^3$.
4. Pokazać zachowanie wektora Runge-Lenza $\mathbf{A} = \mathbf{p} \times \mathbf{J} - m\alpha\mathbf{e}_r$ w problemie Keplera (np. wikipedia: Laplace-Runge-Lenz vector). Narysować kierunek wektora dla wszystkich typów orbit. Kiedy jest zerowy?
5. Znaleźć ruch rakiety o masie początkowej M i prędkości $v = 0$ poruszającej się po prostej wyrzucając masę α na jednostkę czasu ze stałą prędkością u względem rakiety (np. RK). Uwaga: oczywiście rakieta straci całą masę po czasie M/α i wtedy zadanie traci sens (nie mówiąc o konflikcie z relatywistyką).
6. Znaleźć ruch punktu o masie m w jednowymiarowym potencjale Morse'a $V(x) = A(1 - e^{-\alpha x})^2$ przy stałej $\alpha > 0$ (całka energii i podstawienie $y = e^{\alpha x}$)