

Matematyka II, 2006/2007

Seria 8: Macierze i wyznaczniki

Zadanie 1. Obliczyć $2A + 3B$ oraz wszystkie możliwe iloczyny dwóch macierzy wybranych spośród A, B, C , gdzie

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Zadanie 2. Znaleźć wszystkie macierze przemienne z macierzą:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Zadanie 3. Obliczyć następujące wyznaczniki:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 5 & 2 \\ 3 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Odp: 12, -40, 6, 1060.

Zadanie 4. Obliczyć A^n i A^{-n} , jeśli

$$A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}.$$

Zadanie 5. Dla jakich wartości a nie istnieje macierz odwrotna do macierzy:

$$\begin{bmatrix} 1-a & a-1 \\ a^2+2 & 5a+2 \end{bmatrix}?$$

Zadanie 6. Znaleźć macierze odwrotne do następujących macierzy:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$

Zadanie 7. Znaleźć rząd każdej z macierzy:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

Odp: 1, 2, 3.