

**Matematyka I L**  
**Seria 1**

**Zadanie 1**

Proszę sprawdzić czy zbiór A jest podzbiorem zbioru B.

- a)  $A = \{x \in \mathcal{N} : x \text{ jest podzielne przez } 6\}$ ,  $B = \{x \in \mathcal{N} : x \text{ jest podzielne przez } 3\}$   
b)  $A = \{x \in \mathcal{R} : x \leq 1\}$ ,  $B = \{x \in \mathcal{R} : x \leq -2\}$

**Zadanie 2**

Które z poniższych twierdzeń są prawdziwe?

- a)  $\forall_{A,B,C} : (A \cap B \cap C = \emptyset) \Rightarrow [(A \cap B = \emptyset) \wedge (A \cap C = \emptyset) \wedge (B \cap C = \emptyset)]$   
b)  $\forall_{A,B,C} : (A \setminus B) \cup (C \setminus B) = (A \cup C) \setminus B$   
c)  $\forall_{A,B,C} : A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (C \setminus A)$

**Zadanie 3**

W konkursie matematycznym uczestniczyło 1000 zawodników. W podsumowaniu napisano, że spośród uczestników 811 znało język angielski, 752 - niemiecki, 418 - francuski, 356 niemiecki i francuski, 570 niemiecki i angielski, 348 angielski i francuski, a 297 wszystkie trzy języki. Proszę wykazać, że to podsumowanie jest błędne.

**Zadanie 4**

Spośród 40 studentów 17 osób jeździ na snowboardzie, 21 - na nartach, a 6 uprawia oba te sporty. Ilu studentów jeździ na nartach, a nie jeździ na snowboardzie? Ilu studentów nie uprawia żadnego z tych sportów?

**Zadanie 5**

Używając kwantyfikatorów i symboli matematycznych proszę zapisać poniższe zdania:

- a) Trzecia potęga dowolnej liczby naturalnej jest większa od drugiej potęgi tej liczby.  
b) Każda liczba wymierna jest także liczbą całkowitą.  
c) Istnieje taka liczba rzeczywista, której trzecia potęga jest równa 2.  
d) Trzecia potęga pewnej liczby naturalnej jest równa drugiej potędze tej liczby.  
e) Dla każdej liczby całkowitej istnieje liczba całkowita mniejsza od niej o 1.  
f) Istnieje taka liczba rzeczywista, która jest większa od dowolnej liczby rzeczywistej.

Proszę ocenić, czy powyższe zdania są prawdziwe czy fałszywe.

### Zadanie 6

Trzej bracia wybrali się na ryby. Po powrocie zapytano ich ile każdy z nich złapał ryb. Oto ich odpowiedzi:

- Bartek złapał 22, a Maciek 21
- Tomek złapał 19, a Bartek 21
- Tomek złapał 21, a Maciek 18

Wiedząc, że tylko jedna część każdej z tych wypowiedzi jest prawdziwa, oraz że każdy z braci złapał inną ilość ryb, proszę powiedzieć ile ryb złapali poszczególni bracia.

### Zadanie 7

Proszę sprawdzić czy poniższe wyrażenia rachunku zdań są prawami logicznymi:

- $[p \vee (q \Rightarrow \neg r)] \Rightarrow (p \wedge r)$
- $(\neg p \wedge q) \Leftrightarrow [\neg q \vee (\neg r \Rightarrow p)]$
- $\neg(p \wedge \neg q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$

### Zadanie 8

Proszę zaprzeczyć następującym zdaniom:

- Jutro jest czwartek i nie muszę iść do pracy.
- Lubię lody i orzechową czekoladę.
- Nie chcę iść po południu do kina i potem na bilard.
- Jeśli będę dużo się uczyć, to zdam egzamin.

### Zadanie 9

Proszę wyznaczyć sumę, część wspólną oraz różnicę  $(B \setminus A)$  zbiorów  $A$  i  $B$ , jeśli:

- $A = ] - 1; 4], B = [3; 6]$
- $A = [-6; 2[, B = ]0; 6]$
- $A = ] - \infty; 6], B = ] - 3; 8]$
- $A = ] - \infty; 4], B = [-3; +\infty[$
- $A = ] - 1; 2] \cup [4; 7], B = [1; 3[$
- $A = [-1; 2[, B = ] - 3; 0] \cup [1; 4[$
- $A = [-2; 1] \cup ]6; 8[, B = [-3; -1] \cup ]4; 7[$
- $A = ]0; 2[ \cup ]3; 5], B = [-1; 1[ \cup ]4; 6]$
- $A = ] - \infty; -2] \cup ]6; +\infty[, B = ] - 3; 7[$

### Zadanie 10

Mając dane przedziały  $A = [-6; 6[$  i  $B = ] - 8; 3]$ , proszę wyznaczyć:

- a)  $A \cap B$
- b)  $A' \cap B'$
- c)  $A \cup B$
- d)  $A' \cup B'$
- e)  $A \setminus B$
- f)  $B \setminus A$
- g)  $A' \setminus B$
- h)  $A \setminus B'$
- i)  $B' \setminus A$
- j)  $B' \setminus A'$

### Zadanie 11

Proszę wyznaczyć sumę oraz część wspólną dopełnień zbiorów  $A$  i  $B$ , a także ich obie różnice ( $A' \setminus B'$  oraz  $B' \setminus A'$ ), jeśli:

- a)  $A = ] - \infty; -6]$ ,  $B = ]5; +\infty[$
- b)  $A = ]0; 3]$ ,  $B = [5; 6[$
- c)  $A = [-2; 2]$ ,  $B = ]1; 4]$
- d)  $A = ] - \infty; -2] \cup ]5; +\infty[$ ,  $B = [-1; 2]$
- e)  $A = ] - \infty; -3[ \cup ]5; +\infty[$ ,  $B = ] - 4; 6[$
- f)  $A = ] - \infty; -3[ \cup ]5; 7[ \cup ]7; +\infty[$ ,  $B = ]1; 5[$

22 października 2006

*Dominika Konikowska*