Wpłynęło dn. 2.11.2017
Wydział Fizyki
dziekanat / Sekcja ds. pracowniczych
podpis ...

Olsztyn, 26 października 2017 r.

prof. dr hab. Adam Doliwa
Wydział Matematyki i Informatyki
Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie

RECENZJA

rozprawy habilitacyjnej dra Javiera de Lucasa Araujo

Zastosowania struktur geometrycznych w układach Liego

Recenzowana rozprawa dotyczy układów nieautonomicznych równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu, których ogólne rozwiązania mogą być otrzymane z generycznych rozwiązań szczególnych poprzez odpowiednie formuły superpozycji. Układy takie zostały scharakteryzowane w końcu XIX wieku przez Sophusa Liego za pomocą pięknego twierdzenia mówiącego, że odpowiadające im nieautonomiczne pola wektorowe mogą być przedstawione jako kombinacje liniowe niezależnych od czasu pól generujących skończenie wymiarową algebrę Liego (zwaną w tym kontekście algebrą Liego Vessiota–Guldberga). Lata 80-te XX wieku przyniosły renesans zainteresowania układami Liego, w tym nowe wyniki klasyfikacyjne, a także zastosowanie takich układów do badania problemów wyrosłych na gruncie fizyki i teorii sterowania. Dobrym wprowadzeniem w teorię układów Liego jest, bazująca na rozprawie doktorskiej habilitanta i napisana przy udziale jego promotora, praca przeglądowa oznaczona w wykazie dorobku symbolem [PH12]. W jej ostatnim rozdziale można także znaleźć zapowiedź badań, których realizacja dała w wyniku recenzowaną rozprawę.

Przedstawienie wyników publikacji wchodzących w skład rozprawy habilitacyjnej

Na rozprawę składa się osiem publikacji w dobrych lub bardzo dobrych czasopismach z dziedziny fizyki matematycznej bądź matematyki oraz jedna publikacja w materiałach pokonferencyjnych. Dr Javier de Lucas Araujo bada w nich układy Liego przy dodatkowym warunku hamiltonowskości pól wektorowych algebry Liego Vessiota–Guldberga ze względu na strukturę Poissona (ewentualnie Diraca, k-symplektyczną lub Jacobiego) na danej rozmaitości. Zgodność takiej struktury geometrycznej ze szczególnymi własnościami układu Liego pozwala na uzyskanie dodatkowych informacji pomocnych w całkowaniu równania oraz nadaje mu dodatkowy walor fizyczny. Pomysł badania takich układów Liego–Hamiltona jest realizowany przez habilitanta konsekwentnie i ze znajomością warsztatu. Prace są napisane z dbałością o czytelnika, a każda z nich zawiera nowy wynik. Rozprawa pokazuje biegłość habilitanta w posługiwaniu się zaawansowanym aparatem współczesnych struktur pojawiających się w geometrii różniczkowej w kontekście metod matematycznych mechaniki klasycznej i geometrycznej kwantyzacji. Zestaw publikacji uzupełnia obszerny autoreferat, w którym habilitant przedstawia najpierw ogólną teorię układów Liego, a następnie opisuje rezultaty swoich badań. Szczegółowe wyniki prac wchodzących do rozprawy przedstawię w kolejności chronologicznej używając oznaczeń habilitanta.

W pracy [H9] badano równanie Riccatiego drugiego rzędu wykorzystując znaną z poprzedniej pracy habilitanta funkcję Lagrange'a dla tego równania. Po przejściu do postaci hamiltonowskiej przy pomocy transformacji Legendre'a okazało się, że otrzymany układ równań jest układem

Liego z pięciowymiarową algebrą Liego Vessiota–Guldberga. Wydzielenie części półprostej (izomorficznej z $\mathfrak{sl}(2,\mathbb{R})$) w rozkładzie Leviego algebry umożliwiło redukcję procesu całkowania równania Riccatiego drugiego rzędu do równania Riccatiego pierwszego rzędu. Pracę tą można uznać jako preludium do badania układów Liego z algebrą pól hamiltonowskich na rozmaitościach ze strukturą (nawiasów) Poissona. Układy takie zostały zdefiniowane w pracy [H8], gdzie również badano ich podstawowe własności oraz podano przykłady ilustrujące ogólną teorię.

Praca [H7] poświęcona jest badaniu całek pierwszych układów Liego–Hamiltona. Uogólnia ona w dużym stopniu wyniki znane wcześniej w literaturze, m.in. poprzez zastosowanie teorii koalgebr Poissona. Wykorzystuje się standardową strukturę koalgebry Poissona na algebrze symetrycznej algebry Liego, za którą się bierze algebrę Liego Vessiota–Guldberga pól danego układu Liego–Hamiltona. Wykorzystując funkcje Casimira algebry możemy przy pomocy komnożenia otrzymać całki ruchu diagonalnej prolongacji układu, a stąd już znanymi technikami wyznaczyć zasady składania rozwiązań. Opisane powyżej abstrakcyjne podejście pozwala uniknąć całkowania równań różniczkowych pojawiających się w znanych wcześniej metodach. Wzbudza to moje duże uznanie. Na koniec pracy podane są przykłady ilustrujące ogólną teorię.

Następne dwie prace [H6] i [H5] uogólniają teorię układów Liego–Hamiltona na przypadek rozmaitości ze strukturą Diraca i strukturą Jacobiego (odpowiednio nazywając je układami Liego–Diraca i układami Liego–Jacobiego). Struktury te wyrosły z odpowiedzi na pytanie: w jaki sposób możemy uogólnić nawiasy Poissona tak, żeby mieć możliwość zamiany funkcji na pola wektorowe na rozmaitości. W przypadku rozmaitości Jacobiego odpowiednik nawiasów Poissona (spełniających tożsamość Jacobiego) jest zdefiniowany przy pomocy pola biwektorowego i pola wektorowego spełniających pewne warunki zgodności. Konstrukcja rozmaitości Diraca jest nieco bardziej skomplikowana, jednak także tutaj istnieje pojęcie pól hamiltonowskich. W obu przypadkach daje to naturalne uogólnienie pojęcia układów Liego–Hamiltona, a odpowiednie struktury geometryczne pozwalają badać ich własności w sposób bardziej efektywny niż w ogólnej sytuacji.

W pracach [H1] i [H4] badane są uogólnienia układów Liego–Hamiltona związane z jeszcze innym uogólnieniem rozmaitości symplektycznych — tzw. rozmaitościami k-symplektycznymi, które są $n(k+1)$ wymiarowymi rozmaitościami wyposażonymi w układ k zamkniętych dwuform (presymplektycznych), które nigdzie jednocześnie nie znikają. Prowadzi to w sposób naturalny do pojęcia pola wektorowego k-hamiltonowskiego, jako hamiltonowskiego ze względu na każdą z tych struktur. W pracy [H1] zdefiniowano odpowiednie pojęcie k-symplektycznego układu Liego, a następnie badano kiedy dany układ Liego może być interpretowany jako k-symplektyczny układ Liego. Ogólną teorię zilustrowano na przykładzie równania Schwarza oraz układu równań Riccatiego, które nie są układami Liego–Hamiltona. Podobnie jak w poprzednich przypadkach istnienie dodatkowej struktury geometrycznej kompatybilnej z danym równaniem upraszcza konstrukcję jego całek pierwszych i odpowiedniej reguły superpozycji. W pracy [H4] ogólną teorię k-symplektycznych układów Liego zastosowano do badania układu równań pojawiającego się przy analizie równań dyfuzji.

Na koniec, korzystając z istniejącej w literaturze lokalnej klasyfikacji skończenie wymiarowych algebr Liego pól wektorowych na płaszczyźnie, w pracy [H2] zbadano które z tych algebr składają się z pól hamiltonowskich względem pewnej struktury Poissona, co doprowadziło do klasyfikacji układów Liego–Hamiltona na płaszczyźnie. W każdym przypadku podane są odpowiednie funkcje Hamiltona oraz biwektory wyznaczające strukturę Poissona. Wyniki klasyfikacji pozwoliły na znalezienie nowych układów Liego–Hamiltona, czy zbadanie związków pomiędzy takimi układami. Praca [H3] rozszerza wyniki pracy [H2] na nowe układy Liego–Hamiltona. Ponadto wykorzystuje techniki koalgebraiczne z pracy [H7] do wyznaczenia odpowiednich całek ruchu i reguł superpozycji.

Inne osiągnięcia habilitanta

Dr Javier de Lucas Araujo ukończył studia magisterskie (1999-2004) na Wydziale Fizyki Uniwersytetu w Salamance. Następnie podjął studia doktoranckie na Wydziale Matematyki tegoż Uniwersytetu, a potem studia doktoranckie na Wydziale Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu w Saragossie. Pracę doktorską z fizyki *Lie systems and applications to Quantum Mechanics*, napisaną pod kierunkiem prof. José F. Cariñena Marzo, obronił w 2009 roku na Wydziale Nauk Ścisłych Uniwersytetu w Saragossie otrzymując ocenę celującą z wyróżnieniem. Następnie podjął pracę (2007-2009) na stanowisku adiunkta na Wydziale Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu w Saragossie. W latach 2009-2012 wykorzystując stypendium podoktorskie pracował w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk, a potem był adiunktem (2012-2013) na Wydziale Matematyczno-Przyrodniczym Uniwersytetu Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie. Od roku 2013 pracuje w Katedrze Metod Matematycznych Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego. Informacje o jego karierze naukowej należy uzupełnić tym, że w 2012 r. otrzymał tytuł *Profesor contratado doctor* przyznawany przez hiszpańską Krajową Agencję Oceny i Akredytacji, który oznacza że naukowiec może otrzymać stałe stanowisko naukowe oraz być opiekunem doktorantów.

Oprócz artykułów składających się na rozprawę habilitacyjną po uzyskaniu stopnia doktora opublikował 15 prac w czasopismach z dziedziny fizyki matematycznej lub matematyki indeksowanych w bazie JCR oraz jedną pracę w materiałach pokonferencyjnych. Na etapie pisania rozprawy doktorskiej opublikował 9 prac w czasopismach indeksowanych w bazie JCR oraz dwa inne artykuły. Był też edytorem książki [*Geometry of Jets and Fields — in honour of Professor Janusz Grabowski* (eds. K. Grabowska, M. Jóźwikowski, J. De Lucas i M. Rotkiewicz), Banach Center Publ. **18**, Vol. 110, Warszawa, 2016]. Według bazy Web of Science jego prace cytowane były 299 razy (bez autocytowań 122), a jego indeks Hirscha wynosi 9; dostęp z dnia 13.10.2017 r.

Habilitant regularnie uczestniczy w międzynarodowych i krajowych konferencjach naukowych (po uzyskaniu stopnia doktora i do momentu złożenia wniosku rozprawy prezentował referaty na 23 konferencjach). W latach 2013-16 był członkiem komitetów organizacyjnych pięciu konferencji naukowych organizowanych w IM PAN w Warszawie i ośrodku badawczo-konferencyjnym w Będlewie. Recenzował projekty dla Portuguese Foundation for Science and Technology (2014-15) a także prace dla m.in. Journal of Physics A, Advances in Mathematical Physics, Reports on Mathematical Physics, Journal of Dynamical and Control Systems, Annals of Physics, Proceedings of Royal Society A, International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. Brał lub bierze obecnie udział jako wykonawca w dziewięciu projektach naukowych finansowanych przez hiszpańskie Ministerstwo Edukacji i Nauki oraz w dwóch projektach Narodowego Centrum Nauki. Uczestniczył w międzynarodowym projekcie współpracy naukowej pomiędzy Polską a Hiszpanią (lata 2012-15).

Oprócz współpracy z naukowcami z Hiszpanii i Polski habilitant ma też w dorobku wspólne publikacje z naukowcami z Indii, Meksyku, Francji i Kanady. Podczas pracy w Polsce dwukrotnie wyjeżdżał na dłuższe pobyty naukowe do Hiszpanii i dwukrotnie do Centre Recherches Mathématiques przy Uniwerytecie Montrealskim. Ma za sobą też krótszy pobyt w École Normale Supeérieure w Paryżu.

Dr Javier de Lucas ma już za sobą pozytywne doświadczenia w pracy ze studentami zarówno na Uniwersytecie Kardynała Stefana Wyszyńskiego jak i na Uniwersytecie Warszawskim. Był promotorem trzech prac magisterskich oraz czterech prac licencjackich. W latach 2012-15 był też opiekunem pomocniczym pracy doktorskiej dr Cristiny Sardón Muñoz na Wydziale Fizyki Uniwersytetu w Salamance. Jej praca *Lie systems, Lie symmetries and reciprocal trasformations* została wyróżniona nagrodą przyznaną przez ten Uniwersytet. Działalność zarówno naukowa jak i dydaktyczna dra de Lucasa została dostrzeżona na Uniwersytecie Warszawskim. Spośród otrzymanych nagród i wyróżnień szczególnie cenne wydaje się być przyznanie mu tytułu *Najlepszego nauczyciela roku Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego* przez Samorząd Studencki.

Miałem okazję wysłuchać referatu dra Javiera de Lucasa Araujo na niedawnej konferencji [*The XXVth International Conference on Integrable Systems and Quantum symmetries*, Praga, 6–10 czerwca 2017], na której prezentował swój wynik, niezwiązany co prawda bezpośrednio z tematem recenzowanej rozprawy, ale bliski moim dawnym zainteresowaniom. Wykład był klarowny, dobrze zorganizowany i wywarł na mnie pozytywne wrażenie.

Dodatkowe uwagi dotyczące rozprawy i jej tematyki

W ostatniej części recenzji chciałbym zawrzeć kilka refleksji dotyczących przedmiotu rozprawy z pozycji specjalisty z pokrewnej dziedziny. Wpierw jednak, ponieważ z obowiązku czuję się pełnić rolę *advocatus diaboli*, muszę zwrócić uwagę na niepokojący fakt. Mianowicie, w spisie publikacji wchodzących w skład dorobku habilitacyjnego dra de Lucasa Araujo nie znalazłem **żadnej**, której byłby on jedynym autorem. Co więcej, nie opublikował on żadnej samodzielnej pracy w całej swojej karierze naukowej. Oczywiście nie dyskwalifikuje go to jako samodzielnego naukowca, ale z pewnością ciekawe samodzielne publikacje usuwałyby ewentualne wątpliwości w tym względzie. Wiązać się to może ze stylem pracy w grupie badawczej z której się wywodzi, choć w przypadku prac matematycznych publikacje mające więcej niż dwóch autorów uważa się raczej za wyjątek niż regułę. Gdyby mechanicznie zliczyć wkład habilitanta to okazałoby się, że na rozprawę składa się nieco więcej niż 5 publikacji. To negatywne wrażenie łagodzi obserwacja, że w publikacjach wchodzących w skład rozprawy habilitacyjnej, w których redakcje wymagają określenia autora do korespondencji, w artykułach H2, H3, H4, H6 jest podany Javier de Lucas. W artykule H1 jest podana Silvia Vilariño ale w tym przypadku, w zgodnym oświadczeniu ze współautorką, habilitantowi przypisane jest 85% wkładu pracy. Habilitant przedstawił do rozprawy znacznie mniej niż połowę swego dorobku po doktoracie (9 prac na 25).

Moje ostatnie uwagi dotyczyć będą tematyki rozprawy. Nie należy jednak ich odbierać jako krytyki osiągnięć naukowych habilitanta, raczej jako refleksje nad układami Liego wyrażone z pozycji specjalisty z nieodległej dziedziny solitonowych równań całkowalnych. Wchodzimy tu co prawda na teren preferencji dotyczących wyboru tematyki badawczej, a jak wiadomo *de gustibus non est disputandum*. Mimo to chciałbym podjąć ten wątek.

Zgodnie z twierdzeniem Liego, pole wektorowe generujące układ równań zwyczajnych pierwszego rzędu dopuszczający zasadę superpozycji mogą być rozłożone jako kombinacja liniowa pól tworzących skończenie wymiarową algebrę Liego. Z twierdzenia Ado wynika więc, że układ taki powinien być równoważny macierzowemu równaniu liniowemu. Szczegóły wzajemnej relacji obu równań zależą od związku reprezentacji macierzowej algebry i reprezentacji przez pola wektorowe. Habilitant wzmiankuje o tym w pracy przeglądowej [PH12], lecz nie pogłębia tej obserwacji. W przypadku równania Riccatiego, uważanego za archetypiczny układ Liego, sytuacja jest opisana szczegółowo np. w publikacji [N. Kh. Ibragimov, *Group analysis of ordinary* *differential equations and the invariance principle in mathematical physics (for the 150th anniversary of Sophus Lie)*, Uspekhi Mat. Nauk, 1992, Volume 47, Issue 4(286), 83-144], gdzie jest także pokazane w jaki sposób nieliniowa zasada składania rozwiązań tego równania może być otrzymana z zasady superpozycji rozwiązań odpowiedniego układu liniowego.

Także w przypadku układów solitonowych (całkowalnych przy pomocy transformacji spektralnej) twierdzenia o składaniu rozwiązań odgrywają bardzo ważną rolę. Nie wynikają one jednak z superpozycji rozwiązań równań liniowych, lecz z techniki dołączania punktów do spektrum operatora wchodzącego w skład tzw. pary Laxa danego równania nieliniowego [V. B. Matveev, M. A. Salle, *Darboux transformations and solitons*, Springer, 1991]. Całkowalność równania nieliniowego sprowadzającą się do zamiany zmiennych transformującej je do układu równań liniowych nie uważa się w tej dziedzinie za „interesującą".

Wiadomo, że równanie Riccatiego jest jedynym (z dokładnością do transformacji homograficznych) skalarnym równaniem pierwszego rzędu posiadającym własność Painlevé (jedynymi osobliwościami zależnymi od warunków początkowych mogą być bieguny). Na poziomie równań drugiego rzędu, oprócz równań całkowalnych przy pomocy funkcji eliptycznych bądź innych funkcji specjalnych spełniających liniowe równania różniczkowe, mamy wyróżnionych sześć tzw. równań Painlevé. W odróżnieniu od równania Riccatiego, równania Painlevé dla ogólnych wartości parametrów nie są linearyzowalne. Mogą one być jednak otrzymane jako samopodobne redukcje całkowalnych (solitonowych) cząstkowych równań różniczkowych. W opinii wielu specjalistów z teorii równań całkowalnych (np. Martina D. Kruskala, odkrywcy metody spektralnej), w tym miejscu widać wyraźnie granicę pomiędzy „całkowalnością nietrywialną a trywialną".

Konkluzja recenzji

Podsumowując moje rozważania uważam, że dr Javier de Lucas Araujo w bardzo dobry sposób wywiązał się z wyznaczonego sobie kilka lat temu zadania badawczego będącego przedmiotem recenzowanej rozprawy habilitacyjnej. Wyniki w niej otrzymane pogłębiają znacząco naszą wiedzę zarówno w dziedzinie układów Liego jak i teorii równań hamiltonowskich. Habilitant wykazał się dojrzałością naukową oraz dobrym opanowaniem warsztatu obejmującego znajomość zaawansowanych technik geometrii różniczkowej i teorii algebr Liego. Uważam, że omawiana rozprawa habilitacyjna spełnia zarówno ustawowe jak i zwyczajowe wymagania stawiane takim pracom. Biorąc to pod uwagę oraz całokształt dotychczasowego dorobku habilitanta wnioskuję o dopuszczenie dra de Lucasa do dalszych etapów przewodu habilitacyjnego.

Adam Doliwa