Warszawa, 19.06.2018

dr Tomasz Pawłowski
Centrum Fizyki Teoretycznej
Polska Akademia Nauk
Al. Lotników 32/46, 02-668 Warszawa

Autoreferat

A. **Imię i Nazwisko:** Tomasz Pawłowski.

B. **Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/ artystyczne**

1. Magister – fizyka teoretyczna, 2000, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego.
2. Doktor nauk fizycznych, 2005, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego, *Isolated horizons – a quasi local black hole theory.*

C. **Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych/artystycznych.**

1. Institute for Gravitational Physics and Geometry, the Pennsylvania State University, USA, styczeń 2005 – sierpień 2007, staż podoktorski.
2. Instituto de Estructura de la Materia, CSIC, Hiszpania, wrzesień 2007 – sierpień 2010, staż podoktorski (program I3P-JAE).
3. Department of Mathematics and Statistics, University of New Brunswick, Kanada, październik 2010 – styczeń 2012, staż podoktorski.
4. Katedra metod matematycznych fizyki, Uniwersytet Warszawski, Polska, luty 2012 – luty 2013, adiunkt.
5. Departamento de Ciencias Fisicas, Universidad Andres Bello, Chile, marzec 2013 – grudzień 2015 adiunkt (profesor asistante).
6. Centrum Fizyki Teoretycznej, PAN, Polska, od sierpień 2016, adiunkt.

D. **Wskazanie osiągnięcia* wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2016 r. poz. 882 ze zm. w Dz. U. z 2016 r. poz. 1311.):**

1. Tytuł osiągnięcia naukowego/artystycznego: **Dynamika wczesnego wszechświata w pętlowej kosmologii kwantowej.**
2. Publikacje:
   (1) Ashtekar A, Pawłowski T, Singh P, 2006, *Quantum Nature of the Big Bang* Phys.Rev.Lett. **96**, 141301.
   (2) Ashtekar A, Pawłowski T, Singh P, 2006, *Quantum Nature of the Big Bang: An Analytical and Numerical Investigation* Phys.Rev. **D73**, 124038.
   (3) Ashtekar A, Pawłowski T, Singh P, 2006, *Quantum Nature of the Big Bang: Improved dynamics* Phys.Rev. **D74**, 084003.
   (4) Martín-Benito M, Mena Marugán G A, Pawłowski T, 2008 *Loop Quantization of Vacuum Bianchi I Cosmology* Phys.Rev. **D78**, 064008.
   (5) Kamiński W, Lewandowski J, Pawłowski T, 2009, *Physical time and other conceptual issues of QG on the example of LQC* Class.Quant.Grav. **26**, 035012.
   (6) Brizuela D, Mena Marugán G A, Pawłowski T, 2010, *Big Bounce and inhomogeneities* Class. Quant.Grav. **27**, 052001.
   (7) Martín-Benito M, Mena Marugán G A, Pawłowski T, 2009 *Physical evolution in Loop Quantum Cosmology: The example of vacuum Bianchi I* Phys.Rev. **D80**, 084038.
   (8) Kamiński W, Lewandowski J, Pawłowski T, 2009, *Quantum constraints, Dirac observables and evolution: group averaging versus Schroedinger picture in LQC* Class.Quant.Grav. **26**, 245016.

Tomasz Pawłowski

(9) Kamiński W, Pawłowski T, 2010 *The LQC evolution operator of FRW universe with positive cosmological constant* Phys.Rev. **D81**, 024014.

(10) Kamiński W, Pawłowski T, 2010 *Cosmic recall and the scattering picture in Loop Quantum Cosmology* Phys.Rev. **D81**, 084027.

(11) Brizuela D, Mena Marugán G A, Pawłowski T, 2011 *Effective dynamics of the hybrid quantization of the Gowdy T3 universe* Phys.Rev **D84**, 124017.

(12) Mena Marugán G A, Olmedo J, Pawłowski T, 2011 *Prescriptions in Loop Quantum Cosmology: A comparative analysis* Phys.Rev **D84**, 064012.

(13) Husain V, Pawłowski T, 2011 *Dust reference frame in quantum cosmology* Class.Quant.Grav. **28**, 225014.

(14) Pawłowski T, Ashtekar A, 2012 *Positive cosmological constant in loop quantum cosmology* Phys.Rev. **D85**, 064001.

(15) Artymowski M, Dapor A, Pawłowski T, 2013 *Inflation from non-minimally coupled scalar field in loop quantum cosmology* JCAP **1306**, 010.

(16) Barbero F, Pawłowski T, Villasenor E, 2014, *Separable Hilbert space for loop quantization* Phys.Rev. **D90**, 067505.

(17) Pawłowski T, 2015, *Observations on interfacing loop quantum gravity with cosmology* Phys.Rev. **D92**, 124020.

(18) Pawłowski T, 2016, *Universe's memory and spontaneous coherence in loop quantum cosmology* Int.J.Mod.Phys. **D25**, 2016, no.08, 1642013.

(19) Martín de Blas D, Olmedo J, Pawłowski T, 2017 *Loop quantization of the Gowdy model with local rotational symmetry* Phys.Rev. **D96**, 106016.

3. **Omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.**

Współczesna fizyka teoretyczna opiera się na dwóch filarach: z jednej strony teoria względności (GR) z dość dużą precyzją opisuje rzeczywistość fizyczną w dużych (astronomicznych) skalach i w obecności silnych pól grawitacyjnych, z drugiej strony zjawiska zachodzące w wysokich energiach i na krótkich skalach są dobrze opisywane przez fizykę kwantową. Podczas gdy teorie te opierają się na wzajemnie wykluczających się pryncypiach, prawidłowy opis pewnych zjawisk w obserwowanej rzeczywistości wymaga wzięcia pod uwagę zarówno relatywistycznych jak i kwantowych aspektów materii oraz samej czasoprzestrzeni. Panuje przekonanie, iż taki zunifikowany opis (znany pod nazwą *kwantowa grawitacja*) jest konieczny do prawidłowego opisu fizyki bardzo wczesnego Wszechświata oraz we wnętrzach czarnych dziur. Istnieje kilka podejść do konstrukcji takiego opisu, z teorią strun będącą najbardziej znanym. Jednym z bardziej rozpowszechnionych jest tak zwana kwantowa grawitacja pętlowa (LQG) [1, 2]. Większość pryncypiów ją definiujących ma swoje źródło w GR, przy czym najbardziej podkreślanym (i uznanym za charakterystyczny dla LQG) jest wymóg ścisłej niezależności opisu od tła oraz niezależność od wyboru układu współrzędnych [3]. Jedną z matematycznych konsekwencji tego wymogu jest konieczność użycia reprezentacji kwantowej odmiennej od standardowej (rep. Schrödingera) znanej jako reprezentacja polimerowa. Odmienna kwantyzacja zmienia z kolei w znaczący sposób własności (geometrii) przestrzeni na najkrótszych skalach. W szczególności w skali Plancka geometria nabiera dyskretnej natury. Należy się spodziewać, iż tak drastyczna zmiana (w porównaniu do założenia ciągłości geometrii przyjętego w kwantowej teorii pola) znacząco zmieni z kolei procesy fizyczne w najwyższych (skala Plancka) energiach. Jednak z powodu ekstremalnego poziomu skomplikowania teorii, osiągnięcie solidnych przewidywań w jej ramach jest ciągle kwestią przyszłości.

Aby obejść ogromne trudności techniczne pełnej teorii, została skonstruowana jej wersja uproszczona: teoria stosująca metody LQG (jak również pewne wyniki pochodzące z LQG jako heurystyczne dane wejściowe) do kwantowania czasoprzestrzeni o wysokiej symetrii, z reguły (ale nie tylko) rozważanych w ramach modeli kosmologicznych. Skonstruowana przez M. Bojowalda ok 2000r. jest ona znana jako Pętlowa Kosmologia Kwantowa (LQC) [4, 5]. Jej celem jest uzyskanie przewidywań dotyczących fizyki bardzo wczesnego Wszechświata, zwłaszcza w sąsiedztwie klasycznej osobliwości wielkiego wybuchu, gdzie teoria względności zawodzi i kwantowa natura rzeczywistości może znacząco zmienić własności czasoprzestrzeni i istniejącej w niej materii. Jest ona wystarczająco prosta i dopracowana do uzyskania fizycznych przewidywań nawet na poziomie czysto kwantowym. Badania habilitanta, w szczególności zbiór prac wymienionych powyżej jako (1)-(19) odgrywały krytyczną rolę w osiągnięciu przez LQC tego poziomu dojrzałości.

Osiągnięcie naukowe prezentowane do przewodu habilitacyjnego jest wkładem kandydata w rozwinięcie LQC do poziomu w którym solidne przewidywania fizyczne mogły być uzyskane i w uzyskanie tych przewidywań, część z których zaoferowała znaczące modyfikacje standardowego obrazu ewolucji Wszechświata.

Wyniki wnoszące wkład do osiągnięcia zostały podzielone wg. następujące aspekty badań:

1. **Badanie dynamiki izotropowego wszechświata w LQC na poziomie czysto kwantowym i tzw "wielkie odbicie":**

   Przez kilka pierwszych lat od narodzin LQC na początku wieku, jej rozwój skupiony był prawie wyłącznie na jej strukturze matematycznej [6]. O ile pojawiały się próby uzyskania przewidywań co do dynamiki wczesnego wszechświata, były one oparte prawie wyłącznie na jakościowych własnościach matematycznych elementów opisu obecnych w teorii, w szczególności skwantowanego więzu hamiltonowskiego [7]. Flagowym przykładem jest tutaj regularność w/w więzu w punkcie znikającej objętości (w klasycznej teorii reprezentującym osobliwość wiekiego wybuchu) [8], która stała się źródłem heurystycznego przewidywania, iż osobliwość jest "przekraczalna" a ewolucja wszechświata (parametryzowana czynnikiem skali) wiedzie wprost poprzez nią [9]. Wyjście poza heurystykę było wówczas niemożliwe, jako że ani precyzyjne znaczenie ewolucji stanów kwantowych ani obserwable konieczne do opisu tej ewolucji nie były znane w strukturze teorii. Ta sytuacja uległa zmianie wraz z rozpoczęciem (kierowanego przez A. Ashtekara) projektu, którego celem było nadanie LQC formy solidnego modelu kwantowomechanicznego (QM) co najmniej w najprostszych przypadkach (opisujących izotropowy wszechświat z jednym typem jednorodnego pola materii) i zbadanie ich fizycznych własności w wykorzystaniem narzędzi ortodoksyjnej mechaniki kwantowej. W tym projekcie habilitant pełnił istotną rolę.

   Konkretnym modelem rozważanym w początkowym stadium projektu był płaski wszechświat izotropowy (tzw. wszechświat Friedmanna-Robertsona-Walkera, inaczej FRW), którego cała zawartość materii miała formę bezmasowego pola skalarnego. Podczas gdy model ten był wystarczająco prosty dla dokonania ścisłego opisu, dzielił on z modelami zawierającymi bardziej realistyczne typy materii wystarczająco dużo cech, aby dać użyteczny wgląd w ich własności. Ze względu na symetrie czasoprzestrzeni model ten zawiera tylko kilka globalnych stopni swobody o generalnej strukturze przypominającej jednowymiarowe układy kwantowomechaniczne[1]. Dzięki temu możliwe było przeprowadzenie bardzo szczegółowej analizy tego systemu i porównanie go z prawie podręcznikowymi przykładami prostych układów w QM. Z drugiej strony konieczność użycia egzotycznej (polimerowej) reprezentacji kwantowej uczyniła nawet ten bardzo prosty model technicznie wymagającym, jako że wiele wyników (twierdzeń) standardowej mechaniki kwantowej nie mogła być w tym przypadku zastosowana. Niezależnie od trudności, poprzez kombinację analitycznych i numerycznych metod (część z których została stworzona specyficznie to tego zadania) możliwym było dokonanie analizy dynamiki kwantowego wszechświata w solidny i jednoznaczny sposób. W szczególności fizyczna przestrzeń Hilberta została skonstruowana w sposób ścisły (zadanie wysoce nietrywialne w teoriach z więzami zastępującymi prawdziwy hamiltonian) poprzez technikę uśredniana po grupie [10] a pojęcie ewolucji zostało zdefiniowane przy użyciu tzw. obserwabli cząstkowych (oryginalnie wprowadzonych dla pełnej LQG) [11]. Te elementy pozwoliły na wsteczną (w czasie) ewolucję zbioru "danych początkowych" – stanów semiklasycznych reprezentujących w modelu radykalne uproszczenie obserwowalnego rozszerzającego się wszechświata. Dokonano tego przy pomocy specjalnie w tym celu zbudowanego zestawu narzędzi numerycznych. Numeryczna analiza dynamiki modelu skupiona była w szczególności na epoce wczesnego wszechświata, gdzie teoria klasyczna przewiduje osobliwość wielkiego wybuchu. Jej rezultaty były jakościowo odmienne zarówno od przewidywań GR jak i istniejących (w tym czasie) heurystycznych przewidywań LQC. Zamiast kończyć ewolucję w osobliwości lub przechodzić przez nią, wczesny wszechświat wykazał nieoczekiwaną własność: dyskretna natura geometrii kwantowej uczyniła grawitację odpychającą dla wysokich gęstości energii pól materii. Wskutek tego, zamiast zaczynać się w wielkim wybuchu wszechświat okazał się przechodzić przez odbicie kwantowe, które połączyło dwie epoki (przed-odbiciową epokę kurczenia się i po-odbiciową epokę rozszerzania) podczas których wszechświat ewoluował zgodnie z przewidywaniami GR. Podczas gdy potencjalne zjawisko odbicia było rozważane w kontekście ewolucji kosmologicznej w innych modelach [12], było ono albo postulowane, albo było konsekwencją włączenia do opisu egzotycznych pól materii (np. fantomowego pola ska-

[1] Po tak zwanej deparametryzacji, gdzie jeden z dynamicznych stopni swobody jest użyty jako zegar.

larnego). W przeciwieństwie do nich w LQC zjawisko wielkiego odbicia było przewidywaniem wynikającym wyłącznie z kwantowej natury czasoprzestrzeni. Wynik ten opublikowany w (1)-(3), nie tylko zaoferował możliwość zmiany paradygmatu (zastąpienie osobliwości początkowej poprzez odbicie), ale też, przewidując istnienie poprzedzającej obecną epoki przed-odbiciowej wskazał, iż obserwowalna rzeczywistość fizyczna może być znacznie bogatsza niż się spodziewano. Jego znaczenie sięgnęło daleko poza konkretną dziedzinę, wywierając wpływ nie tylko na ogólną społeczność fizyków ale też pozostawiając pewne piętno nawet wśród filozofów. Doczekał się też reprezentacji w prasie popularnonaukowej a nawet codziennej.

Konkretny udział habilitanta w projekcie obejmował stworzenie i rozwój zestawu narzędzi numerycznych dostosowanych do próbkowania dynamiki w LQC, większość analizy uzyskanych dzięki niemu danych i interpretację wyników symulacji. Włożył on również wkład w rozwój struktury matematycznej modeli. To ostatnie okazało się być koniecznym, jako że w oryginalnym sformułowaniu LQC modele zdradzały niekonsystencje (widoczne dopiero po zastosowaniu systematycznych metod badania ich dynamiki). Jednym z głównych problemów był brak dobrze zdefiniowanej granicy usunięcia regulatora podczerwonego[2]. Ten konkretny aspekt badań zaowocował konstrukcją tzw. ulepszonej dynamiki LQC. Publikacjia (3), w której została ona przedstawiona, przekroczyła liczbę 500 cytowań ISI.

Pierwsze rezultaty uzyskane dla modelu płaskiego wszechświata FRW zostały w pźniejszym czsie rozszerzone do bardziej skomplikowanych modeli izotropowych, w szczególności:

- Płaski wszechświat FRW z dodatnią stałą kosmologiczną (14):

  Jako że stała kosmologiczna o niewielkiej dodatniej wartości jest obecnie obserwowana w naszym Wszechświecie, uwzględnienie jej w modelach LQC było koniecznym krokiem do uczynienia ich bardziej realistycznymi. Krok tej stanowił jednak znaczące wyzwanie. Użycie (standardowo stosowanego w LQC) zegara definiowanego poprzez pole skalarne prowadzi w tym przypadku do operatora ewolucji (indukowanego przez więz hamiltonowski), który dopuszcza wiele samosprzężonych rozszerzeń, każde generujące nierównoważną unitarną ewolucję systemu kwantowego. Tutaj, znowu obszarem odpowiedzialności habilitanta były wszystkie aspekty numeryczne badań dynamiki oraz zbudowanie struktur matematycznych koniecznych dla zbadania własności w/w rozszerzeń samosprzężonych oraz określenie możliwych różnic w przewidywaniach wynikających z niejednoznaczności ich wyboru. Jak w poprzednich przypadkach, cechą modelu była obecność wiekiego odbicia, jednak (dość niespodziewanie) ewolucja okazała się kwazi-periodyczna. Ekspandujący wszechświat osiągał nieskończoną objętość w skończonym przedziale czasu mierzonego zegarem materii a następnie przechodził (przez asymptotyczną przyszłościową nieskończoność, tzw. scri) w kurczący się, rozpoczynając tym samym następny cykl.

- Wszechświat FRW z pyłem (13):

  W pełnej LQG jedyną dostępną (w tym czasie) metodą opisu dynamiki kwantowej czasoprzestrzeni była deparametryzacja względem materialnych układów referencyjnych. Użycie w tym celu standardowej materii (rotujący pył, pole skalarne) prowadziło do systemów z prawdziwym hamiltonianem, jednak użycie ich do próbkowania dynamiki było niemożliwe ze względu na skomplikowaną strukturę matematyczną tego hamiltonianu (pierwiastek skomplikowanego operatora kombinatorycznego). Jednak synteza specyficznego wyboru materialnego zegara (nierotujący pył) i dyfeomorficznie niezmienniczego formalizmu LQG (przeprowadzona ze znaczącym wkładem habilitanta (30)) pozwoliła zdefiniować dynamikę pętlowej grawitacji w przypadku ogólnym (bez symetrii) jako generowaną przez hamiltonian działający na dziedzinie w precyzyjnie znanej przestrzeni Hilberta i którego działanie mogło być obliczone numerycznie. Dzięki tej konstrukcji zadanie próbkowania dynamiki w LQC stało się (a priori) technicznie wykonalne. Jednym z elementów badań był test skutków użycia wybranego zegara materialnego jako czasu w prostym systemie – modelu izotropowym w LQC. Udało się wykazań, iż wybór tego zegara usunął szereg obecnych wcześniej trudności: (*i*) operator ewolucji pozostawał w tym przypadku (istotnie) samosprzężony (zatem generował jednoznacznie unitarną ewolucję) dla wszystkich typów nie-egzotycznej materii, włączając w to dodatnią stałą kosmologiczną, (*ii*) elementy tak zwanej efektywnej analizy semiklasycznej [13] (opartej o wyrażeniu ewolucji kwantowej

[2] Przy definiowaniu więzu hamiltonowskiego i pędów, gęstości są odcałkowywane po całej przestrzeni (cięciach) stałego czasu. Ze względu na niezwartość tych cięć oraz jednorodność geometrii całki te są nieskończone. Dla uniknięcia tych nieskończoności domena całkowania jest ograniczana do skończonego regionu przestrzeni, następnie określana jest granica poszerzania tych regionów (regulatorów podczerwonych) do nieskończoności.

poprzez zbiór równań ruchu na momenty w tzw. dekompozycji Hamburgera stanu semiklasycznego) mają znacznie lepsze własności (niż dla zegara skalarnego), co zwiększa zakres stosowalności tej metody, oraz (*iii*) tak zwane zmodyfikowane równanie Friedmana opisujące istotne aspekty fenomenologiczne dynamiki LQC mogło zostać wyprowadzone w sposób dokładny. Tutaj habilitant przeprowadził większość badań analitycznych (nie stosowano tu metod numerycznych).

Praca ta zostało dodatkowo uzupełniona przez badania płaskiego wszechświata FRW wypełnionego promieniowaniem (33). O ile ani pył ani bezmasowe pole skalarne nie są obserwowane (jako fundamentalne pola na poziomie mikroskopowym) czy przewidziane przez standardowy model teorii cząstek, pole elektromagnetyczne jest powszechnie obserwowane. Dlatego, aby sprawdzić możliwość użycia promieniowania jako operacyjnego zegara w LQC, rozważono izotropowy gaz fotonów. Ponieważ wpływ na czasoprzestrzeń płaskiej fali elektromagnetycznej można naśladować wpływem jednorodnego pola magnetycznego, cały system mógł być reprezentowany poprzez izotropowy wszechświat zawierający tylko trzy odpowiednio dobrane pola. Równy dla wszystkich pól potencjał elektromagnetyczny mógł być wówczas użyty jako zegar. Tutaj jedyną trudnością była konieczność znaczącego dopracowania numerycznych metod użytych do identyfikacji asymptotyk wektorów bazy w przestrzeni Hilberta, które to asymptotyki są używane do obliczania prawidłowej normalizacji bazy (koniecznej z kolei do prawidłowej konstrukcji fizycznych stanów semiklasycznych).

2. **Rozszerzenie do dynamiki nieizotropowego wszechświata jednorodnego w LQC:**
Badania dynamiki kwantowej izotropowych modeli LQC, mimo iż dostarczyło wiele interesujących rezultatów oraz wskazówek co do tego, czego można się spodziewać w bardziej realistycznych modelach kosmologicznych, mogły być uznane jedynie za pierwszy krok w rozwoju teorii i musiały zostać uogólnione. Naturalnym pierwszym etapem tego uogólnienia było skupienie się na nieizotropowych modelach jednorodnych jako (w dalszym ciągu) opisywanych wyłącznie przez globalne stopnie swobody, przy czym pierwszym wyborem badaczy stał się model płaskiego nieizotropowego wszechświata klasyfikowany jako Bianchi I. O ile pierwsze próby ukończenia programu kwantyzacji LQC dla tych modeli pojawiły się dość szybko po wynikach dotyczących modeli izotropowych [14, 15], to wykazywały one poważne niekonsystencje, konkretnie brak dobrze zdefiniowanej granicy usuwania regulatora podczerwonego (patrz omówienie problemu w [16]). Zastosowanie tzw ulepszonej dynamiki (która wyleczyła modele izotropowe z tej przypadłości) w tym kontekscie okazała się zadaniem trudnym. Ze względu na techniczne niejednoznaczności przez kilka lat dwie niezależne konstrukcje były rozważane przez badaczy jako dopuszczalne.

Pierwsza z nich, wprowadzona w (4) bazuje na zasadzie separowalności więzu hamiltonowskiego względem naturalnych zmiennych konfiguracyjnych w LQC, dając dość prosty opis teorii. Mimo to pierwsze próby próbkowania sektora dynamicznego modelu nie powiodły się [17] ze względu na niestabilności numeryczne. Dopiero ścisła implementacja techniki uśredniania po grupie w połączeniu z intensywnym stosowaniem technik numerycznych wypracowanych wcześniej dla izotropowej LQC pozwoliła prawidłowo określić przestrzeń stanów fizycznych. Wkład habilitanta w ten temat badań stanowiło przeprowadzenie w/w analizy dla próżniowego modelu Bianchi I o toroidalnej topologii cięć stałego czasu, co z kolei wymagało nowatorskich konstrukcji obserwabli mających znaczenie fizyczne. Konstrukcja takowych została zrealizowana a następnie użyta do próbkowania dynamiki systemu w (7). Opierała się ona o konstrukcję zbioru unitarnie powiązanych operatorów będących dokładną implementacją idei obserwabli cząstkowych Rovelliego. Niestety, ich interpretacja fizyczna była precyzyjna jedynie asymptotycznie (w odległej przyszłości/przeszłości wszechświata). Mimo to skonstruowana narzędzia okazały się wystarczające do potwierdzenia istnienia wielkiego odbicia (widzianego wcześniej w modelach izotropowych) także tutaj. Wyniki zostały opublikowane w (4) i (7). Wkładem habilitanta w ich powstanie były aspekty numeryczne badań, pomysł i sama konstrukcja obserwabli oraz część obliczeń analitycznych (w tym zastosowanie uśredniana po grupie).

Podejście przedstawione powyżej w dalszym ciągu wykazywało pewne niekonsystencje (związane z usuwaniem regulatora podczerwonego) w zastosowaniu do modelu płaskiego wszechświata Bianchi I, gdzie niestety nie odtwarzało prawidłowej fizyki w granicy niskich energii. W pełni konsystentny opis (odtwarzający prawidłową granicę niskich energii, patrz [18]) został skonstruowany [19] dopiero, kiedy istniejące niejednoznaczności opisu zostały usunięte dzięki rozważeniu (wtedy jeszcze na poziomie quasi-heurystycznym) relacji pomiędzy stopniami swobody w LQC i LQG. Niestety, model skonstruowany na podstawie tej relacji okazał się być bardzo skomplikowany matematycznie i możliwość zdeterminowania jego dynamiki na poziomie czysto kwantowym umykała badaczom jeszcze przez prawie dekadę. Dopiero niedawno udało się ukończyć jego program kwantyzacji (także przez habilitanta) [20], co wymagało jakościowej poprawy całego zestawu metod LQC: zarówno znaczącego rozszerzenia stosowanych metod numerycznych jak i nowatorskiej konstrukcji przestrzeni Hilberta i obserwabli.

3. **Własności kwantowe wszechświata w LQC (semiklasyczność, koherencja):**
   Obecność w LQC zjawiska wielkiego odbicia wywołała na początku niewielkie kontrowersje wśród bardziej konserwatywnych badaczy w dziedzinie. W szczególności, jako że odbicie jest efektem kwantowości przestrzeni, podejrzewano, że ze względu na swoją kwantową naturę, powoduje ono dekoherencję (w tym kontekście utratę semiklasyczności) początkowo semiklasycznego wszechświata, który poprzez to może być semiklasyczny w jednej epoce ewolucji i utracić semiklasyczność w kolejnej [21]. W dalszych badaniach z kolei broniono zachowania semiklasyczności [22]. Aby rozwiązać powyższy dylemat, zastosowano do modeli LQC adaptację obrazu rozpraszania. Globalna ewolucja wszechświata w LQC (od odległej przeszłości do odległej przyszłości) została aprzedstawiona jako przejście (rozproszenie) zawsze kurczącego się geometrodynamicznego wszechświata (znanego też jako wszechświat Wheelera DeWitta – WDW)[3] na zawsze rozszerzający się. Precyzyjna analiza relacji pomiędzy preferowaną bazą stanów własnych energii w modelach LQC i WDW pozwoliła określić macierz rozpraszania dla modelu izotropowego FRW z bezmasowym polem skalarnym. Dzięki temu, poprzez zastosowanie kombinacji analitycznych i numerycznych metod możliwym było zidentyfikowanie ścisłych nierówności trójkąta wiążących wariancje obserwabli fizycznych używanych w opisie modelu w odległej przeszłości i przyszłości. To z kolei pozwoliło w sposób jednoznaczny udowodnić zachowanie semiklasyczności przy przejściu przez wielkie odbicie. W badaniach tych (opublikowanych w (10) habilitant był odpowiedzialny za sformułowanie obrazu rozpraszania, całą analizę numeryczną i znaczną część badań analitycznych.

   Temat koherencji oraz zachowania semiklasyczności był następnie studiowany w bardziej skomplikowanych modelach LQC, których cechą było zachowanie quasi-cykliczne (nieskończony łańcuch odbić oraz rekolapsów lub przejść przez asymptotyczną nieskończoność czasową – scri). Wyniki tych badań dla konkretnego modelu płaskiego wszechświata FRW z (bezmasowym polem skalarnym i) dodatnią stałą kosmologiczną zostały opublikowane z zaproszonym wkładzie (18) do wydania specjalnego. Dotyczą one dwóch aspektów:

   - Dekoherencja w długiej skali czasu i zachowanie semiklasyczności:
     Podczas gdy modele klasycznie rekolapsujące (jak np. model FRW o topologii sferycznej czy z ujemną stałą kosmologiczną), jak również te z dodatnią stałą kosmologiczną, ewoluują kwazi-cyklicznie, cykle ewolucji w nieskończonym łańcuchu nie są identyczne. Zachowanie to jest odzwierciedlone w nieznacznych dewiacjach spektrum energii operatora ewolucji[4] od równomierności. Połączenie analitycznych i numerycznych metod w badaniu tych dewiacji pozwoliło na zidentyfikowanie ograniczeń na wzrost wariancji obserwabli użytych do opisu układu po przejściu określonej liczby cykli ewolucji wszechświata. Udało się pokazań, iż dla fizycznie sensownego zakresu parametrów opisujących kwazi-cykliczny wszechświat potrzeba ogromnej liczby cykli (więcej niż 10^{60}) aby jego semiklasyczność została w sposób znaczący zaburzona.

     Znacznie mniej precyzyjne oszacowania przyrostu wariancji zostały też przeprowadzone (głównie za pomocą metod numerycznych) dla innych modeli, w szczególności modelu sferycznego (28) i z ujemną stałą kosmologiczną (29).
   - Spontaniczna koherencja w kwazi-cyklicznych modelach LQC:
     Wzrost wariancji obserwabli pomiędzy cyklami implikuje, iż wszechświat semiklasyczny w pewnej epoce ewentualnie straci semiklasyczność po odpowiednio dużej liczbie cykli. W takiej sytuacji sensowne jest pytanie odwrotne do postawionego w poprzednim punkcie: czy dany (generyczny) stan kwantowego wszechświata będzie dopuszczał w swojej przyszłości epokę, w której jest on semiklasyczny? To pytanie było rozważane znów na przykładzie modelu płaskiego wszechświata FRW z bezmasowym polem skalarnym i dodatnią stałą kosmologiczną. Przy użyciu pewnych elementów teorii liczb możliwe było pokazanie, że w przypadku gdy (w innych aspektach generyczny) wszechświat kwantowy jest mocno sku-

[3] Jest to model wszechświata izotropowego, którego stopnie swobody zostały skwantowane przy użyciu kwantowej reprezentacji Schrödingera.

[4] Dynamika układu jest generowana przez pewien operator pełniący rolę kwadratu hamiltonianu. Spektrum jego pierwiastka może być interpretowane jako spektrum energii układu.

piony (w sensie małej wariancji względnej) wokół pewnej wartości pędu pola skalarnego (będącego stałą ruchu układu) to w swojej przyszłości będzie on zawsze miał epokę, w której będzie on semiklasyczny. Wyniki tej analizy zostały włączone do (18).

4. **Własności fizyczne modeli niejednorodnych w LQC:**

Podczas, gdy izotropowe oraz jednorodne nieizotropowe modele kosmologiczne "wyłapują" pewne kluczowe własności obserwowalnego wszechświata, weryfikacja teorii poprzez obserwacje kosmologiczne wymaga uwzględnienia niejednorodności, czy to w formie perturbacji, czy też na poziomie nieperturbacyjnym. W kontekście LQC ten ostatni przypadek był badany na przykładzie tzw kosmologicznych modeli Gowdy'ego [23], opisujących czasoprzestrzenie o zwartych cięciach stałego czasu i dopuszczających dwa przestrzenne pola Killinga (symetrie metryki przestrzeni). Dla tych modeli tzw hybrydowa kwantyzacja została wprowadzona w [24]. W podejściu tym niejednorodności reprezentowane były jako mody Furierowskie pewnej wielkości skalarnej, do której zastosowano kwantyzację Focka, podczas gdy dla pozostałych (jednorodnych) stopni swobody zastosowano metody kwantyzacji pętlowej oryginalnie zbudowane dla modelu wszechświata Bianchi I (4), (7). Program kwantyzacji hybrydowej został rozwinięty do poziomu, w którym możliwe było precyzyjne określenie działania więzu hamiltonowskiego [25], jednak jak do tej pory nie udało się uzyskać tą metodą przewidywań dotyczących dynamiki na poziomie czysto kwantowym.

Alternatywnym podejściem do pętlowego kwantowania niejednorodnych modeli (niekoniecznie kosmologicznych) na poziomie nieperturbacyjnym jest tzw podejście midisuperspaces, oryginalnie sformułowane dla czasoprzestrzeni sferycznie symetrycznych [26]. Opiera się ono na rozdzieleniu przestrzeni podobne do redukcji Gerocha: symetryczna przestrzeń jest reprezentowana poprzez rozmaitość o niższym wymiarze (gdzie podprzestrzenie zamknięte ze względu na działanie symetrii są punktami), na której żyją dodatkowe pola opisujące stopnie swobody geometrii oryginalnej przestrzeni nieobecne w zredukowanej geometrii niższego wymiaru. Zredukowana geometria jest następnie kwantowana przy zastosowaniu metod LQG, podczas gdy do obiektów geometrycznych oryginalnie wewnętrznych dla powierzchni zachowywanych przez symetrie (uogólnionych orbit Killinga) stosuje się metodologię LQC. Łącząc powyższą technikę z odpowiednią modyfikacją algebry więzów GR, czyniącą wiąz hamiltonowski ultralokalnym w kierunku niejednorodnym (zwaną dalej abelianizacją) [27] możliwe było ukończenie programu kwantyzacji czasoprzestrzeni sferycznie symetrycznych i uzyskanie pewnego wglądu w strukturę (sferycznie symetrycznych) czarnych dziur w kwantyzacji pętlowej [28].

Wkład habilitanta w rozwój tej tematyki skupił się na modelach kosmologicznych Gowdy'ego i dotyczył dwóch aspektów:

- Semiklasyczna analiza dynamiki modelu Gowdy'ego w kwantyzacji hybrydowej:

  O ile nawet dla najprostszych hybrydowo skwantowanych modeli kosmologicznych Gowdy'ego operator generujący ewolucję jest zbyt skomplikowany, aby dało się dokonać analizy dynamiki wszechświata (w tym modelu) na poziomie czysto kwantowym, możliwe jest użycie tzw klasycznej dynamiki efektywnej: klasycznej teorii zbudowanej przy użyciu metod heurystycznych tak, aby z dobrą dokładnością odtwarzać trajektorie w czysto kwantowej ewolucji [29] i obszernie przetestowanej w tym sektorze LQC, gdzie możliwe było porównanie jej z dynamiką czysto kwantową (patrz (1)-(3),(7), (14), (28) oraz (29)). Technika ta została zastosowana do toroidalnego modelu próżniowego wszechświata Gowdy'ego w celu przetestowania, jak w procesie wielkiego odbicia zmieniają się amplitudy modów niejednorodności. Systematyczne studia numeryczne wykazały, że poniżej pewnej granicy niejednorodności są wzmacniane, podczas gdy powyżej niej amplituda tychże jest statystycznie zachowana. W tych badaniach (których wyniki opublikowano w (6), (11)) rolą habilitanta (oprócz sformułowania problemu badawczego i określenia szczegółowej metodologii) była głównie opieka nad doktorantem wykonującym większość obliczeń. Habilitant miał też znaczący wkład w końcową analizę danych.

- Sektor fizyczny abelianizowanego modelu wszechświata Gowdy'ego w podejściu midisuperspaces:

  Synteza procedury abelianizacji i podejścia midisuperspaces do kwantyzacji pętlowej czasoprzestrzeni z symetriami użyta w [27] została zastosowana do próżniowego modelu T^3 wszechświata Gowdy'ego z lokalną symetrią obrotową w celu przetestowania metodologii na przykładzie o dobrze poznanych własnościach. Tutaj możliwa była precyzyjna identyfikacja fizycznej przestrzeni Hilberta oraz wystarczająco dużego zbioru obserwabli poprzez uśrednianie po grupie. Późniejsza analiza dynamiki stanów fizycznych w asymptotycznej przeszłości i przyszłości odsłoniła poważny mankament podejścia. Z powodu połączenia abelianizacji z charakterystycznym dla LQG traktowaniem więzu dyfeomorficznego (uśrednianie po grupie skończonych dyfeomorfizmów zamiast znajdywania jądra skwantowanego więzu) model uzyskany tą metodą posiada zbyt dużą liczbę stopni swobody, przez co odpowiednie obcięcie GR (do rozważanej klasy modeli kosmologicznych) nie stanowi jedynej granicy niskich energii modelu kwantowego. W tym projekcie (którego wyniki opublikowane zostały w (19)) habilitant wniósł wkład głównie w zastosowanie metody uśredniania po grupie oraz w analizie zachowania stanów fizycznych w asymptotycznej przyszłości/przeszłości.

5. **Rozwój struktury matematycznej teorii:**

   Fundamenty matematyczne LQC zostały sformułowane krótko po jej narodzinach na przełomie wieków [6], jednak w procesie uzupełniania jej w celu uzyskania kompletnego programu kwantyzacji i testowania przewidywanej w ramach tego modelu dynamiki na poziomie czysto kwantowym, konieczna okazała się ich znacząca rozbudowa. Tutaj habilitant wniósł znaczący wkład w badania lub też kierował badaniami w kilku kluczowych aspektach. Najbardziej znaczące z nich to:

   - Reparametryzacja czasu ws struktura sektora dynamicznego w LQC:

     Dla większości typów standardowej (nieegzotycznej) materii kwantyzacja LQC modeli jednorodnych ją dopuszczającą prowadzi do unitarnej ewolucji generowanej jednoznacznie przez samosprzężony operator (pełniący rolę kwadratu hamiltonianu), jednak włączenie czy to masywnego pola skalarnego, czy też dodatniej stałej kosmologicznej, stanowiło pewne wyzwanie. O ile dla deparametryzacji przy użyciu pola skalarnego (lub analogicznego do niej wyboru konkretnej implementacji uśredniania po grupie) operator ewolucji posiada wiele rozszerzeń samosprzężonych, każdy generujący nierównoważną ewolucję unitarną, o tyle dla naturalnego wyboru funkcji lapsu w formaliźmie kanonicznym (laps $N = 1$) prowadzi do samosprzężonego więzu hamiltoniwskiego. Dalsze badania sektora dynamicznego generowanego przez ten wiąz wskazują na jednoznaczną ewolucję unitarną. Ten, wydawałoby się, paradoks został zbadany w kontekście płaskiego wszechświata FRW z bezmasowym polem skalarnym i dodatnią stałą kosmologiczną. Porównanie w/w przypadków (którego wyniki opublikowano w (8)) wykazało, że przestrzeń Hilberta wyłaniająca się w procesie uśrednianie po grupie w przypadku $N = 1$ jest całką po rodzinie przestrzeni Hilberta odpowiadających niejednoznacznym rozszerzeniom operatora ewolucji w drugim przypadku. Rozszerzenia te wprowadzają naturalne rozwłóknienie przestrzeni odpowiadającej $N = 1$, jednak te włókna nie są sektorami superselekcji, jako że standardowe obserwable LQC mieszają je.

   - Własności obserwabli w kwantyzacji pętlowej:

     Solidne i precyzyjne próbkowanie dynamiki kwantowej w LQC omówione w poprzednich punktach wymagało: (*i*) rozszerzenia istniejących konstrukcji obserwabli fizycznych, oraz, (*ii*) szczegółowego zbadania własności tych (i innych, bardziej standardowych) obserwabli. W szczególności obejmowało to:

     - Konstrukcję rodzin powiązanych unitarnie obserwabli cząstkowych, która pozwoliła zdefiniować w precyzyjny sposób pojęcie ewolucji w próżniowym modelu Bianchi I. Konstrukcja ta opiera się o jedną z kluczowych własności fizycznej przestrzeni Hilberta dla tego modelu: cały stan fizyczny może być odtworzony z jednego cięcia (odpowiadającego dowolnie ustalonej wartości jednej ze zmiennych konfiguracyjnych). Razem z rozkładem wektorów bazy własnej energii na komponenty później powiązane z przychodzącymi/wychodzącymi komponentami geometrodynamicznymi w obrazie rozpraszania (10), własność ta pozwoliła na konstrukcję obserwabli cząstkowych mierzących wartości zmiennych konfiguracyjnych względem jednej z nich (użytej tu jako parametr ewolucji). Ze względu na użycie asymptotyk bazy wektorów własnych więzu hamiltonowskiego w procesie identyfikacji interpretacji fizycznej tych obserwabli, interpretacja ta jest precyzyjna tylko w asymptotycznej przyszłości/przeszłości historii wszechświata.
     - Szczegółowa analiza własności spektralnych operatorów, w szczególności gęstości energii. Wraz ze znalezieniem konsystentnego sformułowania LQC (tzw ulepszona dynamika), próbkowanie sektora dynamicznego wykazało kluczową rolę gęstości energii materii (i bilansującej ją gęstości energii grawitacyjnej), jako że jej specyficzna wartość krytyczna wyróżnia punkt wielkiego odbicia. Szczegółowe badania jej własności spektralnych wykazały, że jej widmo ciągłe jest zwarte i ograniczone przez zero oraz zidentyfikowaną wcześniej wartość krytyczną (rzędu gęstości Plancka). O ile widmo dyskretne było niepu-

ste (w zależności od konkretnych szczegółów receptury kwantowania i uporządkowania czynników), o tyle jego punkty odpowiadały funkcjom własnym skupionym wokół punktu klasycznej osobliwości, zatem nie wnosiły one wkładu do stanów opisujących makroskopowe wszechświaty semiklasyczne (5).

- Przestrzenie Hilberta i sektory superselekcji:

  W izotropowej LQC więz hamiltonowski (a konsekwentnie operator ewolucji) mają strukturę operatorów różnicowych drugiego rzędu (o regularnych przesunięciach), przez co w sposób naturalny dzieją zarówno kinematyczną jak i fizyczną przestrzeń Hilberta (obie nieośrodkowe w LQC) na ośrodkowe sektory superselekcji rozpinane przez te ze stanów, które mają nośnik na sieciach zachowywanych przez działanie w/w operatorów. Ponieważ obserwable używane do opisu układów również zachowują te sektory, wystarczy wybrać i pracować z jednym z nich, zamiast z pełną nieośrodkową przestrzenią. W przypadku najprostszych modeli (izotropowe wszechświaty FRW) sprawdzono, że fizyczne własności wszechświata zależą od wyboru sektora w sposób minimalny (w większości aspektów niewykrywalny numerycznie) (1)-(3), (14), (28), (29). Sytuacja komplikuje się już w przypadkach nieizotropowych. Na przykład dla modelu płaskiego wszechświata Bianchi I nośnik pojedynczego sektora jest gęsty w pewnych współrzędnych konfiguracyjnych. Także w przypadkach, gdy przesunięcie w operatorze różnicowym jest nietrywialną funkcją współrzędnych przestrzeni fazowej (jak np. w specyficznych rodzajach kwantyzacji polimerowej pola skalarnego [30]) ograniczanie się do pojedynczego sektora nie pozwala na odtworzenie prawidłowej fizyki (31).

  Ze względu na w/w sytuację oraz nieośrodkowość oryginalnych przestrzeni, została wypracowana alternatywna konstrukcja (w ramach badań kierowanych przez habilitanta). W konstrukcji tej struktura "sektorów superselekcji" była w dalszym ciągu użyta, jednak dostarczała ona jedynie "rozwłóknienia" większej *całkowej* przestrzeni Hilberta. Ta ostatnia okazała się być ośrodkowa a testy na przykładzie modelu z polimerowo skwantowanym polem skalarnym w izotropowym modelu kosmologicznym (31) oraz w przypadku modelu płaskiego wszechświata Bianchi I [20] pokazały, iż prowadzi ona do dynamiki odtwarzającej prawidłową fizykę w niskich energiach. Konstrukcja ta, stosowalna także w pełnej LQG została przedstawiona i szczegółowo przedyskutowana w (16).

6. **Aspekty inflacji w LQC:**

   O ile zjawisko wielkiego odbicia może rozwiązać pewne problemy współczesnej kosmologii (jak np problem horyzontu) samodzielnie, w środowisku panuje przekonanie, iż, aby uzyskać zgodność z danymi obserwacyjnymi, modele LQC muszą też zakładać inflację. Wynika stąd spore zainteresowanie ze strony badaczy scenariuszami inflacyjnymi w LQC, prowadząc do np. oszacowania prawdopodobieństwa inflacji w tym podejściu [31, 32]. Jednym z aspektów wzbudzających zainteresowanie była dynamika modeli zakładających pole skalarne nieminimalnie sprzężone do grawitacji, jako że w standardowej kosmologii użycie takich pól dawało trochę lepsze dopasowanie spektrum perturbacji do danych obserwacyjnych. W tym kontekście rozważono model płaskiego wszechświata FRW z polem skalarnym o potencjale typu ϕ^4. Dynamika tego modelu została zbadana przy użyciu klasycznej dynamiki efektywnej (modelu klasycznego odtwarzającego trajektorie kwantowe przy zaniedbaniu poprawek kwantowych drugiego i wyższego rzędu) w tak zwanym układzie (frame) Einsteina, gdzie układ został konforemnie przekształcony do takiego, w którym pole jest sprzężone do grawitacji minimalnie. Przekształcona geometria została następnie skwantowana pętlowo. Wyróżniającą cechą przewidywanej dynamiki tego modelu były trajektorie typu "kapelusz meksykański", gdzie, zamiast pojedynczego odbicia, obserwowano dwa odbicia przedzielone punktem rekolapsu. Wyniki badań zostały opublikowane w (15). Wkładem habilitanta do projektu była analiza numeryczna i znacząca część analizy danych jak również pewne studia modelu na poziomie analitycznym.

7. **Numeryczne narzędzia LQC:**

   Jednym z głównych czynników decydujących o postępie w próbkowaniu dynamiki w kosmologicznych modelach LQC były narzędzia numeryczne stworzone specyficznie dla tego celu. Narzędzia te, z początku rozwijane wyłącznie przez habilitanta, później z udziałem młodszych badaczy (J. Olmedo, D. Martin De Blas, obecnie M. Kisielowski) były w sposób ciągły rozbudowywane od 2005r. Obecnie opierają się one o obiektowo zorientowaną bibliotekę w C++ której zakres działania obejmuje wszystkie numeryczne aspekty badań wymienionych powyżej. Jej głównym zadaniem jest przeprowadzanie analizy spektralnej operatorów w LQC, ewolucja stanów fizycznych w różnych modelach i obliczanie trajektorii kwantowych, jednak obejmuje ona również pomocnicze zadania, jak np. obliczanie macierzy rozpraszania (10), próbkowanie struktury rozszerzeń samosprzężonych operatorów (9, 14), próbkowanie dynamiki w modelach geometrodynamicznych (WDW) czy też dynamiki w klasycznym przybliżeniu efektywnym. Jej podstawowe możliwości zostały częściowo zaprezentowane w (12). Razem z właściwymi programami używającymi tej biblioteki do rozwiązywania specyficznych problemów numerycznych w LQC, jej rozmiar przekracza 17K linii kodu. Została ona użyta w prawie wszystkich pracach wymienionych w punkcie D.2, jak również w pracach innych autorów (np [33]). Do chwili obecnej pozostaje najbardziej uniwersalnym narzędziem w dziedzinie LQC.

8. **Powiązanie LQC z pełną LQG:**

   Badania modeli w obrębie LQC dostarczyły wielu ciekawych wyników, jednak częściową rolą tych modeli było służenie jako test dla pełnej LQG. W szczególności wyniki uzyskane w LQC nie mogą być traktowane jako ostateczne odpowiedzi pełnej teorii, a co najwyżej mogą stanowić jakościowy wgląd w to, czego można się spodziewać w LQG. W związku z tym, że sektor dynamiczny tej ostatniej jest do tej pory niedostępny dla fizycznie interesujących przypadków, wiele wysiłku zostało poświęconego powiązaniu LQC z LQG w sposób pozwalający na ekstrapolację wyników tej pierwszej. Próby te obejmowały badanie możliwych zanurzeń teorii [34], roli symetrii w dyfeomorficznie niezmienniczych teoriach [35] oraz szczegółowe badania uproszczeń LQG zachowujących jej kluczowe własności [36, 37].

   Wkład habilitanta do tej dziedziny skupił się na badaniu relacji pomiędzy podstawowymi wielkościami reprezentującymi stopnie swobody w LQC z analogicznymi obiektami w pełnej LQG. Praca opublikowana w (19) poświęcona była identyfikacji obiektów dobrze zdefiniowanych w obydwu teoriach i użyciu ich do zbudowania słownika pomiędzy tymi teoriami. Słownik ten został następnie użyty do określenia ograniczeń na początkowe heurystyczne założenia w modelach LQC pochodzących wyłącznie z warunków konsystencji w powiązaniu elementów słownika. Dodatkowo, pozostałość grupy dyfeomorfizmów w izotropowej LQC została szczegółowo zbadana w kontekście rozważanych powiązań, prowadząc w szczególności do niewielkiej korekty wartości krytycznej gęstości energii wyróżniającej punkt odbicia.

E. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo - badawczych (artystycznych).

Prace naukowe nie zakwalifikowane jako część osiągnięcia naukowego przedstawionego do habilitacji są wymienione poniżej. Należą one do trzech grup: prace w obrębie LQC nie wliczone do osiągnięcia habilitacyjnego ze względów formalnych, badanie sektora dynamicznego pełnej teorii pętlowej grawitacji oraz prace w dziedzinie klasycznej teorii czarnych dziur (używające formalizmu tzw izolowanych horyzontów). Badania w obrębie ostatniej grupy były wykonane głównie w ramach pracy doktorskiej habilitanta.

1. Publications:

(20) Lewandowski J, Pawłowski T, 2002, *Geometric Characterizations of the Kerr Isolated Horizon*, Int.J.Mod.Phys. **D11**, 739-746.

(21) Lewandowski J, Pawłowski T, 2003, *Extremal Isolated Horizons: A Local Uniqueness Theorem*, Class.Quant.Grav. **20**, 587-606.

(22) Pawłowski T, Lewandowski J, Jezierski J, 2004, *Spacetimes foliated by Killing horizons*, Class.Quant.Grav. **21**, 1237-1252.

(23) Ashtekar A, Engle J, Pawłowski T, Van Den Broeck C, 2004, *Multipole Moments of Isolated Horizons*, Class.Quant.Grav. **21**, 2549-2570.

(24) Lewandowski J, Pawłowski T, 2005, *Quasi-local rotating black holes in higher dimension: geometry*, Class.Quant.Grav. **22**, 1573-1598.

(25) Korzyński M, Lewandowski J, Pawłowski T, 2005, *Mechanics of multidimensional isolated horizons*, Class.Quant.Grav. **22**, 2001-2016.

(26) Lewandowski J, Pawłowski T, 2006, *Symmetric non-expanding horizons*, Class.Quant.Grav. **23**, 6031-6058.

(27) Ashtekar A, Pawłowski T, Van Den Broeck C, 2007, *Mechanics of higher-dimensional black holes in asymptotically anti-de Sitter space-times*, Class.Quant.Grav. **24**, 625-644.

(28) Ashtekar A, Pawłowski T, Singh P, Vandersloot K, 2007 *Loop quantum cosmology of K=1 FRW models* Phys.Rev. **D75**, 024035.

(29) Bentivegna E, Pawłowski T, 2008, *Anti-deSitter universe dynamics in LQC*, Phys.Rev. **D77**, 124025.

(30) Husain V. Pawłowski T. 2012. *Time and a physical Hamiltonian for quantum gravity*. Phys.Rev.Lett. **108**, 141301.

(31) Kreienbuehl A. Pawłowski T. 2013. *Singularity resolution from polymer quantum matter*. Phys.Rev. **D88**, 043504.

(32) Lewandowski J. Pawłowski T. 2014. *Neighborhoods of isolated horizons and their stationarity*. Class.Quant.Grav. **31** 175012.

(33) Pawłowski T. Pierini R. Wilson-Ewing E. 2014. *Loop quantum cosmology of a radiation-dominated FLRW universe*. Phys.Rev **D90**, 123538.

2. **Sektor dynamiczny pełnej LQG:**

Ogólna teoria względności, a w konsekwencji jej polimerowa kwantyzacja – Pętlowa Grawitacja Kwantowa (LQG) jest teorią z więzami. W szczególności jest niezmiennicza ze względu na reparametryzacje czasu: jej dynamika jest generowana przez wiąz hamiltonowski, nie prawdziwy hamiltonian. Z tego względu znalezienie jej sektora dynamicznego jest zadaniem nietrywialnym (i trudnym). Najbardziej obiecującym podejściem stosowanym do osiągnięcia w/w celu jest program Diraca: [1]: klasyczna teoria jest najpierw kwantowana na poziomie kinematycznym (ignorującym więzy), następnie sektor fizyczny teorii jest znajdywany poprzez uśrednianie po grupie jako dyfeomorficznie niezmiennicze jądro operatora odpowiadającego więzowi hamiltonowskiemu (skwantowanemu na poziomie kinematycznym). Niestety, z powodu skomplikowanej formy tego operatora (skomplikowany operator kombinatoryczny działający na domenie w przestrzeni Hilberta rozpinanej przez sieci spinorowe – grafy wyposażone w liczby kwantowe), znalezienie jego jądra nie było możliwe. Aby obejść ten problem badacze skupili się na tzw. deparametryzacji teorii względem odpowiednio wybranego pola materii [38]. Pole to pełni rolę operacyjnego zegara, wiąz hamiltonowski staje się równaniem ewolucji w tym polu a jego część grawitacyjna (możliwie z innymi polami materii) staje się prawdziwym hamiltonianem. Początkowo (w kontekście LQG) rozważano do tego celu dwa typy pól: pył [39, 40] oraz bezmasowe pole skalarne [41]. Niestety w obu tych przypadkach hamiltonian przybiera formę pierwiastka ze skomplikowanego operatora kombinatorycznego, przez co jego działanie na stany fizyczne może zostać wyrażone jedynie w sposób formalny. W praktyce nie jest możliwe (bez często drastycznych uproszczeń i przybliżeń) obliczenie jego działania na danych początkowych (stanie początkowym).

W celu obejścia powyższej trudności alternatywna (też oparta na deparametryzacji) metoda została zaproponowana w (30). Opiera się ona na syntezie trzech elementów: (*i*) deparametryzacji względem *nierotującego pyłu* [39], (*ii*) cechowaniu wyróżnionemu przez pole pyłowe pełniące rolę zegara oraz (*iii*) dyfeomorficznie niezmiennicze sformułowanie LQG. Elementy te pozwoliły na sformułowanie teorii, w której ewolucja generowana jest przez analog równania Schrödingera z prawdziwym, niezależnym od czasu hamiltonianen, fizyczna przestrzeń Hilberta jest dokładnie znana a działanie hamiltonianu na stany fizyczne może być bezpośrednio obliczone. Później element (*ii*) stał się zbędny dzięki przeformułowaniu deparametryzacji w dyfeomorficznie niezmienniczym języku matematycznym [42]. Oba te podejścia przeniosły zadanie obliczenia ewolucji czasowej stanów fizycznych w pełnej LQC co najmniej w najprostszych scenariuszach w obszar zadań wykonalnych technicznie. O ile obecnie istnieją nowe propozycje wykorzystujące deparametryzację względem pola skalarnego [43], o tyle dyskutowana powyżej metoda stanowi jedyną pozwalającą na praktyczne obliczenia dynamiki LQG [44] na poziomie nieperturbacyjnym.

3. **Kwazi-lokalna teoria czarnych dziur:**

W standardowym sformułowaniu teorii czarnych dziur [45], czarna dziura (BH) jest zdefiniowana jako dopełnienie domeny zewnętrznej komunikacji [46], przez co aby opisać BH potrzebna jest informacja o całej geometrii czasoprzestrzeni. Z drugiej strony współczesne badania w tej dziedzinie (np. obliczenie rozkładu fal grawitacyjnych emitowanych podczas zlewania się czarnych dziur) wymagają opisu, w którym BH może być traktowana jako obiekt "w laboraotrium" – bez konieczności uwzględniania w opisie informacji o obiektach odległych. Jedną z prób stworzenia takiego opisu jest teoria nieekspandujących/izolowanych horyzontów (NEH/IH) [47, 48] oraz jej uogólnienie do w pełni dynamicznych sytuacji znane jako teoria dynamicznych horyzontów (DH) [49]. Opis ten jest kwazi-lokalny: BH w stanie równowagi jest reprezentowana przez swoją powierzchnię: nieekspandujący horyzont. Fizyczna informacja o niej jest zakodowana w geometrii wewnętrznej horyzontu, dopuszczającej lokalne stopnie swobody. O ile w większości przypadków rozważa się horyzonty zanurzone w (z reguły czterowymiarowej) czasoprzestrzeni, mogą one być traktowane jako niezależne abstrakcyjne obiekty. W klasie horyzontów zanurzonych w 4-wymiarowej czasoprzestrzeni ich struktura geometryczna [50] jak również tzw. mechanika [51] (włączając w to uogólnienia praw termodynamiki BH) została szczegółowo zbadana.

Wkład habilitanta w ten obszar badań może być podsumowany następującym zbiorem zadań badawczych:

- Geometryczna charakterystyka horyzontu Kerra:
  Standardowe twierdzenia o jednoznaczności czarnych dziur [52] wykorzystują globalne własności czasoprzestrzeni ten obiekt zawierającej. Z drugiej strony, w formaliźmie NEH/IH do opisu czarnej dziury możemy wykorzystać jedynie dane o wewnętrznej geometrii horyzontu. Dlatego określenie geometrycznych/fizycznych własności wyróżniających horyzonty BH w znanych rozwiązaniach czarnodziurowych (Kerr, Kerr-Newman, ...) jest zadaniem wysoce nietrywialnym. W pracy stanowiącej rdzeń rozprawy magisterskiej habilitanta udało się pokazać, że dla nieekstremalnego horyzontu (horyzontu o niezerowej powierzchniowej grawitacji) wystarczy w tym celu rozważać obcięcie grupy symetrii czasoprzestrzeni do horyzontu oraz klasyfikację Petrova horyzontu jako powierzchni zanurzonej w 4-wymiarowej czasoprzestrzeni. Dzięki temu udało się sformułować i udowodnić lokalną wersję twierdzenia o jednoznaczności dla nieekstremalnego horyzontu metryki Kerra (20): jedyne nieekstremalne horyzonty izolowane do 2giego rzędu (tzn dopuszczające zerową symetrię zachowującą metrykę do 2giego rzędu w pochodnych w kierunku transwersalnym do horyzontu), osiowo symetryczne oraz typu D Petrova, to horyzonty o geometrii odpowiadającej horyzontom metryki Kerra.
- Horyzonty ekstremalnych czarnych dziur:
  Ekstremalne czarne dziury są wyróżnione jako obiekty "o zerowej temperaturze" w kontekście promieniowania Hawkinga. NEH reprezentujący taką BH posiada geometrię, która (w przeciwieństwie do nieekstremalnych NEH) jest ograniczana więzami, których struktura z kolei sugeruje, że ta klasa horyzontów może być charakteryzowana przez skończoną liczbę globalnych stopni swobody. Prawdziwość tej intuicji została zbadana w kontekście (wybranej klasy) NEH zanurzonych w czasoprzestrzeni elektropróżniowej z następującymi wynikami:
  - Twierdzenie o jednoznaczności dla horyzontów ekstremalnych:
    W geometrycznej charakterystyce ekstremalnego NEH określenie typu w klasyfikacji Petrova może zostać pominięte, co pozwala na sformułowanie kwazi-lokalnej wersji twierdzenia o jednoznaczności dla ekstremalnego horyzontu metryki Kerra-Newmana (21) następująco: jedyne osiowo symetryczne i ekstremalne (izolowane) horyzonty w czasoprzestrzeni elektropróżniowej to horyzonty o geometrii ekstremalnych horyzontów metryki Kerra-Newmana.
  - Czasoprzestrzenie foliowane horyzontami:
    Rozważając czasoprzestrzenie należące do tzw klasy Kundta (patrz np [53]) udało się skonstruować czasoprzestrzenie foliowane przez NEH (22). Dalsze ich badania wykazały, że liście tej foliacji są (w tej konstrukcji) horyzontami Killinga, dodatkowo przecinanymi przez jeszcze jeden horyzont Killinga, transwersalny do liści foliacji i o geometrii ekstremalnego NEH.
- Momenty multipolowe geometrii NEH/DH:
  W elektrodynamice (w szczególności w elektrostatyce), narzędziem użytecznym w opisie pola elektrycznego jest rozkład, czy to gęstości ładunku elektrycznego źródeł, czy też pola elektrycznego w dużej od nich odległości, na momenty multipolowe. Dzięki liniowości tej teorii istnieje $1-1$ relacja pomiędzy tymi dwoma rozkładami. W GR ze względu na jej nieliniowość, nie można zidentyfikować analogicznej relacji, jednak zaproponowano kilka niezależnych konstrukcji (dla obydwu typów rozkładu) w kontekście teorii czarnych dziur [54, 55]. Kwazi-lokalny formalizm NEH zaoferował tutaj możliwość systematycznego zdefiniowania multipoli źródłowych przy użyciu wyłącznie wewnętrznej geometrii horyzontu. W (23) zaproponowano (i przeanalizowano) precyzyjną konstrukcję tych multipoli dla horyzontów osiowo symetrycznych. Konstrukcja ta opiera się na rozkładzie specyficznego zespolonego skalara (w tzw formalizmie Newmana-Penrose'a jest to skalar $\Psi_2^{-1/3}$ zbudowany z krzywizny Gaussa cięć horyzontu oraz jego formy rotacji) na harmoniki sferyczne w specyficznym układzie współrzędnych wyróżnionym geometrycznie przez symetrię osiową. W szczególności, w przypadku horyzontu Kerra tylko dwa najniższe momenty się nie zerują: monopol koduje powierzchnię horyzontu podczas gdy dipol – jego moment pędu. Własności tego rozkładu okazały się szczególnie wygodne w opisie procesu stabilizowania się dynamicznego horyzontu do izolowanego horyzontu Kerra w późnym etapie procesu zlewania się czarnych dziur.

- Horyzonty BH w wyższym wymiarze:
  Oryginalnie opis NEH/IH został sformułowany dla powierzchni wymiaru 3 zanurzalnych w 4-wymiarowej czasoprzestrzeni. Ze względu na intensywne stosowanie w nim formalizmu Newmana-Penrose'a (specyficznego dla czasoprzestrzeni wymiaru 4), jego rozszerzenie do wyższych wymiarów było zadaniem wysoce nietrywialnym i wymagało przeformułowania stosowanych metod opisu. O ile dostosowanie formalizmu NEH do wymiaru czasoprzestrzennego 3 nie było szczególnie trudne [56], przez długi czas nie było dużego postępu w rozszerzeniach do wymiaru wyższego. Z drugiej strony, postęp w torii strun i podejściach powiązanych z nią lub przez nią inspirowanych stworzył zapotrzebowanie na metodologię solidnego opisu czarnych dziur w czasoprzestrzeniach o wymiarze większym niż 4. Taki opis został zbudowany w kontekście NEH/IH w pracach (24) i (25), gdzie zaprezentowane zostały rozszerzenia wyników z [50] i [51] dotyczące odpowiednio opisu geometrycznego i mechaniki NEH. W szczególności zerowe i pierwsze prawo teromodynamiki czarnych dziur zostało uogólnione (w w/w kontekście) na dowolny wymiar. Wyniki te dostarczyły metodologii do późniejszych badań BH w wyższym wymiarze, np w analizie czarnych dziur w czasoprzestrzeni asymptotycznie anty-de Sitterowskiej (27).
- Symetrie NEH:
  W standardowej teorii czarnych dziur znane rozwiązania (czarnodziurowe) są z reguły geometrycznie wyróżnione przez symetrie (czasoprzestrzenne). Dlatego ważnym aspektem budowy formalizmu NEH/IH było zbadanie roli symetrii w kontekscie kwazi-lokalnym. W używanym formalizmie za symetrię uznaje się transformacje generowane przez pole wektorowe, którego przepływ zachowuje wewnętrzną metrykę horyzontu i które komutuje z indukowaną pochodną kowariantną na horyzoncie. Własności tych obiektów na maksymalnych analitycznych rozszerzeniach NEH/IH zostały szczegółowo przestudiowane w dowolnym wymiarze w (26). Najważniejsze rezultaty uzyskane w tej pracy to:
  - Badanie symetrii helicznej na horyzoncie dowolnego wymiaru pozwoliło na sformułowanie i udowodnienie kwazi-lokalnej wersji twierdzenia o sztywności Hawkinga [57].
  - Dla wymiaru czasoprzestrzennego 4 dokonano pełnej klasyfikacji symetrycznych NEH (ich dopuszczalnych grup symetrii).
- Otoczenie czasoprzestrzenne NEH:
  Ponieważ formalizm NEH używa do opisu czarnej dziury wewnętrznej geometrii horyzontu (który dzięki temu nie musi być w ogóle zanurzony w czasoprzestrzeni) relacja tej geometrii z geometrią jego czasoprzestrzennego otoczenie nie jest oczywista i wymaga pewnej dozy uwagi. W szczególności geometria horyzontu jest niewystarczająca do jednoznacznego określenia metryki jego czasoprzestrzennego otoczenia. Aby określić tę metrykę jednoznacznie (na części otoczenia) dane na horyzoncie muszą zostać uzupełnione o pewne dane na drugiej powierzchni zerowej transwersalnej do horyzontu [58]. Szczegółowe badanie relacji pomiędzy NEH a jego otoczeniem zostało przeprowadzone w ramach studiów opublikowanych w (32). Podstawą do analizy tej relacji była (geometrycznie niezmiennicza) konstrukcja wyróżnionego układu współrzędnych analogicznego do układu Bondiego w asymptotycznej nieskończoności. Układ ten został zdefiniowany dla dowolnego wymiaru przy pomocy niezmienników geometrii horyzontu. Za jego pomocą, w wymiarze czasoprzestrzennym 4, zdefiniowano radialne rozwinięcie metryki czasoprzestrzennej wokół horyzontu i określono zestaw danych początkowych koniecznych i wystarczających do określenia metryki w zadanym rzędzie. Dla przypadku elektropróżniowego horyzontu w czterowymiarowej czasoprzestrzeni określono warunki konieczne i dostateczne istnienia na czasoprzestrzennym otoczeniu horyzontu pola Killinga. Warunki te przyjęły postać warunków różniczkowych na dane początkowe na horyzoncie i na na powierzchni zerowej transwersalnej do horyzontu.

Literatura

[1] T. Thiemann, *Modern canonical quantum general relativity*. Cambridge University Press, London, 2007.

[2] C. Rovelli, *Quantum gravity*. Cambridge University Press, London, 2004.

[3] A. Ashtekar and J. Lewandowski, *Background independent quantum gravity: A status report*, *Class. Quant. Grav.* **21** (2004) R53, [gr-qc/0404018].

[4] M. Bojowald, *Loop quantum cosmology*, *Living Rev. Rel.* **11** (2008) 4.

[5] A. Ashtekar and P. Singh, *Loop Quantum Cosmology: A Status Report*, *Class. Quant. Grav.* **28** (2011) 213001, [arXiv:1108.0893].

[6] A. Ashtekar, M. Bojowald, and J. Lewandowski, *Mathematical structure of loop quantum cosmology*, *Adv. Theor. Math. Phys.* **7** (2003) 233–268, [gr-qc/0304074].

[7] M. Bojowald, *Absence of singularity in loop quantum cosmology*, *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 5227–5230, [gr-qc/0102069].

[8] M. Bojowald, *The Inverse scale factor in isotropic quantum geometry*, *Phys. Rev.* **D64** (2001) 084018, [gr-qc/0105067].

[9] M. Bojowald, *Isotropic loop quantum cosmology*, *Class. Quant. Grav.* **19** (2002) 2717–2742, [gr-qc/0202077].

[10] A. Ashtekar, J. Lewandowski, D. Marolf, J. Mourao, and T. Thiemann, *Quantization of diffeomorphism invariant theories of connections with local degrees of freedom*, *J. Math. Phys.* **36** (1995) 6456–6493, [gr-qc/9504018].

[11] C. Rovelli, *Partial observables*, *Phys. Rev.* **D65** (2002) 124013, [gr-qc/0110035].

[12] J. Khoury, B. A. Ovrut, P. J. Steinhardt, and N. Turok, *Density perturbations in the ekpyrotic scenario*, *Phys. Rev.* **D66** (2002) 046005, [hep-th/0109050].

[13] M. Bojowald and A. Skirzewski, *Effective equations of motion for quantum systems*, *Rev. Math. Phys.* **18** (2006) 713–746, [math-ph/0511043].

[14] M. Bojowald, *Homogeneous loop quantum cosmology*, *Class. Quant. Grav.* **20** (2003) 2595–2615, [gr-qc/0303073].

[15] D.-W. Chiou, *Loop Quantum Cosmology in Bianchi Type I Models: Analytical Investigation*, *Phys. Rev.* **D75** (2007) 024029, [gr-qc/0609029].

[16] A. Corichi and P. Singh, *Is loop quantization in cosmology unique?*, *Phys. Rev.* **D78** (2008) 024034, [arXiv:0805.0136].

[17] W. Nelson and M. Sakellariadou, *Unstable Anisotropic Loop Quantum Cosmology*, *Phys. Rev.* **D80** (2009) 063521, [arXiv:0907.4057].

[18] A. Corichi and P. Singh, *A Geometric perspective on singularity resolution and uniqueness in loop quantum cosmology*, *Phys. Rev.* **D80** (2009) 044024, [arXiv:0905.4949].

[19] A. Ashtekar and E. Wilson-Ewing, *Loop quantum cosmology of Bianchi I models*, *Phys. Rev.* **D79** (2009) 083535, [arXiv:0903.3397].

[20] T. Pawłowski, "(Loop) quantum dynamics of Bianchi I universe." conference "Loops'17", Warsaw, Poland, 2017.

[21] M. Bojowald, *How quantum is the big bang?*, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 221301, [arXiv:0805.1192].

[22] A. Corichi and P. Singh, *Quantum bounce and cosmic recall*, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 161302, [arXiv:0710.4543].

[23] R. H. Gowdy, *Gravitational waves in closed universes*, *Phys. Rev. Lett.* **27** (1971) 826–829.

[24] M. Martin-Benito, L. J. Garay, and G. A. Mena Marugan, *Hybrid Quantum Gowdy Cosmology: Combining Loop and Fock Quantizations*, *Phys. Rev.* **D78** (2008) 083516, [arXiv:0804.1098].

[25] M. Martin-Benito, G. A. M. Marugan, and E. Wilson-Ewing, *Hybrid Quantization: From Bianchi I to the Gowdy Model*, *Phys. Rev.* **D82** (2010) 084012, [arXiv:1006.2369].

[26] M. Bojowald and R. Swiderski, *Spherically symmetric quantum geometry: Hamiltonian constraint*, *Class. Quant. Grav.* **23** (2006) 2129–2154, [gr-qc/0511108].

[27] M. Campiglia, R. Gambini, J. Olmedo, and J. Pullin, *Quantum self-gravitating collapsing matter in a quantum geometry*, *Class. Quant. Grav.* **33** (2016), no. 18 18LT01, [arXiv:1601.0568].

[28] R. Gambini, J. Olmedo, and J. Pullin, *Schrödinger-like quantum dynamics in loop quantized black holes*, *Int. J. Mod. Phys.* **D25** (2016), no. 08 1642006, [arXiv:1605.0096].

[29] P. Singh and K. Vandersloot, *Semi-classical states, effective dynamics and classical emergence in loop quantum cosmology*, *Phys. Rev.* **D72** (2005) 084004, [gr-qc/0507029].

[30] G. M. Hossain, V. Husain, and S. S. Seahra, *Non-singular inflationary universe from polymer matter*, *Phys. Rev.* **D81** (2010) 024005, [arXiv:0906.2798].

[31] A. Ashtekar and D. Sloan, *Loop quantum cosmology and slow roll inflation*, arXiv:0912.4093.

[32] L. Linsefors and A. Barrau, *Duration of inflation and conditions at the bounce as a prediction of effective isotropic loop quantum cosmology*, *Phys. Rev.* **D87** (2013), no. 12 123509, [arXiv:1301.1264].

[33] M. Fernandez-Mendez, G. A. Mena Marugan, and J. Olmedo, *Hybrid quantization of an inflationary universe*, *Phys. Rev.* **D86** (2012) 024003, [arXiv:1205.1917].

[34] C. Fleischhack, *Loop Quantization and Symmetry: Configuration Spaces*, *Commun. Math. Phys.* **360** (2018), no. 2 481–521, [arXiv:1010.0449].

[35] J. Engle, *Quantum field theory and its symmetry reduction*, *Class. Quant. Grav.* **23** (2006) 2861–2894, [gr-qc/0511107].

[36] E. Alesci and F. Cianfrani, *Loop quantum cosmology from quantum reduced loop gravity*, *EPL* **111** (2015), no. 4 40002, [arXiv:1410.4788].

[37] E. Alesci and F. Cianfrani, *Quantum reduced loop gravity: Universe on a lattice*, *Phys. Rev.* **D92** (2015) 084065, [arXiv:1506.0783].

[38] K. Kuchar, *Canonical quantization of cylindrical gravitational waves*, *Phys. Rev.* **D4** (1971) 955–986.

[39] K. V. Kuchar and C. G. Torre, *Gaussian reference fluid and interpretation of quantum geometrodynamics*, *Phys. Rev.* **D43** (1991) 419–441.

[40] K. Giesel and T. Thiemann, *Algebraic quantum gravity (AQG). IV. Reduced phase space quantisation of loop quantum gravity*, *Class. Quant. Grav.* **27** (2010) 175009, [arXiv:0711.0119].

[41] M. Domagala, K. Giesel, W. Kaminski, and J. Lewandowski, *Gravity quantized: Loop Quantum Gravity with a Scalar Field*, *Phys. Rev.* **D82** (2010) 104038, [arXiv:1009.2445].

[42] K. Giesel and T. Thiemann, *Scalar Material Reference Systems and Loop Quantum Gravity*, *Class. Quant. Grav.* **32** (2015) 135015, [arXiv:1206.3807].

[43] E. Alesci, M. Assanioussi, J. Lewandowski, and I. Mäkinen, *Hamiltonian operator for loop quantum gravity coupled to a scalar field*, *Phys. Rev.* **D91** (2015), no. 12 124067, [arXiv:1504.0206].

[44] M. Assanioussi, J. Lewandowski, and I. Mäkinen, *Time evolution in deparametrized models of loop quantum gravity*, *Phys. Rev.* **D96** (2017), no. 2 024043, [arXiv:1702.0168].

[45] S. Chandrasekhar, *The mathematical theory of black holes*, in *Oxford, UK: Clarendon (1992) 646 p., OXFORD, UK: CLARENDON (1985) 646 P.*, 1985.

[46] P. T. Chrusciel, *Black holes*, *Lect. Notes Phys.* **604** (2002) 61–102, [gr-qc/0201053]. [,61(2002)].

[47] A. Ashtekar, C. Beetle, O. Dreyer, S. Fairhurst, B. Krishnan, J. Lewandowski, and J. Wisniewski, *Isolated horizons and their applications*, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 3564–3567, [gr-qc/0006006].

[48] A. Ashtekar and B. Krishnan, *Isolated and dynamical horizons and their applications*, *Living Rev. Rel.* **7** (2004) 10, [gr-qc/0407042].

[49] A. Ashtekar and B. Krishnan, *Dynamical horizons and their properties*, *Phys. Rev.* **D68** (2003) 104030, [gr-qc/0308033].

[50] A. Ashtekar, C. Beetle, and J. Lewandowski, *Geometry of generic isolated horizons*, *Class. Quant. Grav.* **19** (2002) 1195–1225, [gr-qc/0111067].

[51] A. Ashtekar, C. Beetle, and J. Lewandowski, *Mechanics of rotating isolated horizons*, *Phys. Rev.* **D64** (2001) 044016, [gr-qc/0103026].

[52] M. Heusler, *Stationary black holes: Uniqueness and beyond*, *Living Rev. Rel.* **1** (1998) 6.

[53] H. Stephani, D. Kramer, M. A. H. MacCallum, C. Hoenselaers, and E. Herlt, *Exact solutions of Einstein's field equations*. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2003.

[54] R. P. Geroch, *Multipole moments. II. Curved space*, *J. Math. Phys.* **11** (1970) 2580–2588.

[55] R. O. Hansen, *Multipole moments of stationary space-times*, *J. Math. Phys.* **15** (1974) 46–52.

[56] A. Ashtekar, J. Wisniewski, and O. Dreyer, *Isolated horizons in (2+1) gravity*, *Adv. Theor. Math. Phys.* **6** (2003) 507–555, [gr-qc/0206024].

[57] S. W. Hawking and G. F. R. Ellis, *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge Monographs on Mathematical Physics. Cambridge University Press, 2011.

[58] H. Friedrich and A. D. Rendall, *The Cauchy problem for the Einstein equations*, *Lect. Notes Phys.* **540** (2000) 127–224, [gr-qc/0002074]. [,127(2000)].

Tomasz Pawłowski