

Autoreferat

Krzysztof Pawłowski

5 października 2018

1 Imię i Nazwisko:

Krzysztof Pawłowski

2 Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/ artystyczne — z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej.

Stopień doktora nauk fizycznych

Data: 31 stycznia 2012

Temat tezy: „Dekohierencja kondensatu Bosego-Einsteina”

Promotor: prof. dr hab. Kazimierz Rzązewski

Jednostka naukowa: Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego

Tytuł zawodowy magistra

Data: 29 września 2008

Temat pracy magisterskiej: „Półklasyczne metody w badaniu kondensatu Bosego-Einsteina w podwójnej studni potencjału”

Promotor: prof. dr hab. Marek Trippenbach

Jednostka naukowa: Uniwersytet Warszawski, Wydział Fizyki

Nagroda im. Joanny z Gwiźdzów i Jerzego Glazerów za najlepszą pracę magisterską wykonaną na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

3 Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych.

2014– Adiunkt, Centrum Fizyki Teoretycznej PAN

2013–2014 Post-doc, CNRS, Laboratoire Kastler Brossel, École Normale Supérieure, Paryż, Francja

2012–2013 Post-doc, IFRAF, Laboratoire Kastler Brossel, École Normale Supérieure, Paryż, Francja

2012 marzec-czerwiec: Post-doc, Uniwersytet w Stuttgarcie, Niemcy

2011 marzec-czerwiec: Asystent, Uniwersytet w Stuttgarcie, Niemcy

2008–2014 Asystent, Centrum Fizyki Teoretycznej PAN

2008 Programista, Centrum Fizyki Teoretycznej PAN

4 Wskazanie osiągnięcia wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2016 r. poz. 882 ze zm. w Dz. U. z 2016 r. poz. 1311.).

4.1 Tytuł osiągnięcia naukowego.

Cykl publikacji: *Powstawanie atomowych stanów splątanych na skutek nieliniowości typu Kerr*

4.2 Lista publikacji wchodzących w skład osiągnięcia.

- H1 D. Kajtoch, **K. Pawłowski**, E. Witkowska *Metrologically useful states of spin-1 Bose condensates with macroscopic magnetization*, Physical Review A **97**, 023616 (2018)
- H2 K. Szymański, **K. Pawłowski** *Evolution of entanglement under an Ising-like Hamiltonian with particle losses*, Physical Review A **96**, 062312 (2017)
- H3 H. Kurkjian, **K. Pawłowski**, A. Sinatra *EPR-entangled Bose-Einstein condensates in state-dependent potentials: a dynamical study*, Physical Review A **96**, 013621 (2017)
- H4 **K. Pawłowski**, M. Fadel, P. Treutlein, Y. Castin, A. Sinatra *Mesoscopic quantum superpositions in bimodal Bose-Einstein condensates: decoherence and strategies to counteract it*, Physical Review A **95**, 063609 (2017)
- H5 D. Kajtoch, **K. Pawłowski**, E. Witkowska *Entanglement storage by classical fixed points in the two-axis counter-twisting model*, Physical Review A **93**, 022331 (2016)
- H6 **K. Pawłowski**, J. Estève, J. Reichel, A. Sinatra *Limits of atomic entanglement by cavity feedback: From weak to strong coupling*, EPL **113**, 34005 (2016)
- H7 D. Spehner, **K. Pawłowski**, G. Ferrini, A. Minguzzi *Effect of one-, two-, and three-body atom loss processes on superpositions of phase states in Bose-Josephson junctions*, The European Physical Journal B **87**, 157 (2014)
- H8 H. Kurkjian, **K. Pawłowski**, P. Treutlein, A. Sinatra *Spin squeezing and EPR entanglement of two bimodal condensates in state-dependent potentials*, Physical Review A **88**, 043605 (2013)
- H9 **K. Pawłowski**, D. Spehner, A. Minguzzi, and G. Ferrini *Macroscopic superpositions in Bose-Josephson junctions: Controlling decoherence due to atom losses*, Physical Review A **88**, 013606 (2013)

5 Omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

Wiele lat temu w ramach prostych modeli pokazano, że w ultrazimnych gazach stan kota Schrödingera powinien powstać samoistnie, na skutek zderzeń między atomami. Z drugiej strony nikt dotychczas takiego stanu w atomach nie zaobserwował. Jasnym jest, że kot Schrödingera jest stanem niezwykle czułym i nietrwałym, ale jaki konkretnie czynnik uniemożliwia powstanie kota Schrödingera oraz innych silnie skorelowanych stanów w ultrazimnych atomach?

Wszystkie prace składające się na moje osiągnięcie są związane z poszukiwaniem odpowiedzi na powyższe pytanie. Zgłębiałem czynniki niszczące spójność zimnych gazów i szukałem stanów, które rzeczywiście mają szansę zostać zrealizowane. To wymagało coraz głębszego zrozumienia fizyki ultrazimnych atomów oraz poznania ograniczeń jaki natura i obecna technologia nakłada na ten układ. Pierwsze wyniki osiągnąłem w ramach mojej współpracy z grupą Anny Minguzzi z Grenoble w 2013 roku (prace [H7] i [H9]), z którą pracowałem nad stratami cząstek w kondensatach Bosego-Einsteina. Badania nad kondensatami były również moim pobocznym tematem podczas dwuletniego stażu w École Normale Supérieure w Paryżu, podczas którego nawiązaliśmy współpracę z grupą doświadczalną Philippa

Treutleina z Basel Universität oraz z Alice Sinatra z Laboratoire Kastler Brossel w Paryżu. W ramach tej francusko-szwajcarsko-polskiej współpracy napisano ostatecznie cztery prace [H3, H4, H6, H8]. Po powrocie do Polski nawiązaliśmy współpracę z grupą Emilii Witkowskiej z Instytutu Fizyki PAN, która zaowocowała publikacjami [H1, H5]. Publikacja [H2] powstała w całości pod moim kierownictwem, wykonawcą był zdolny student z Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Za najważniejszą pracę w moim dorobku uważam publikację [H4], która odpowiada na pytania jakie dokładnie warunki należy spełnić, aby możliwe było wytworzenie stanu kota Schrödingera w ultrazimnych atomach oraz jakiej jakości kota można oczekiwać, uwzględniając również obecne ograniczenia doświadczalne. W trakcie tych badań opracowano metodę zmniejszenia niszczącego wpływu strat cząstek na spójność [H4, H7, H9]. Metoda ta jest wdrażana w kontekście metrologii kwantowej we wspomnianej wcześniej grupie Philippa Treutleina.

Struktura tej części autoreferatu jest następująca: w części 5.1 znajduje się wprowadzenie w tematykę. Część 5.3 służy dokładniejszemu omówieniu badanych układów. Część 5.4 jest główną częścią autoreferatu poświęconą mechanizmom niszczącym spójność kwantową w oparach zimnych atomów. Opis osiągnięcia jest zakończony podsumowaniem wyników w części 5.5.

5.1 Wstęp : Nieliniowość typu Kerra, a stany splątane

W 1875 roku szkocki fizyk John Kerr wykazał, że kawałek szkła oświetlony światłem o dużym natężeniu przestaje być izotropowym ośrodkiem dla fali elektromagnetycznej płynącej w jej wnętrzu [23]. Efekt był wcześniej poszukiwany, ale bezskutecznie, przez Michaela Faradaya. Dziesiątki lat później, gdy elektrodynamika kwantowa była już dobrze rozwiniętą teorią, efekty nieliniowe miały być wykorzystane do wytworzenia stanów ściśniętych światła. Pierwszy eksperyment zakończony sukcesem przeprowadzono w 1985 roku [46]. Rok później B. Yurke i D. Stoler wykazali, że nieliniowość typu Kerra, może być użyta również do produkcji bardziej egzotycznych stanów kwantowych, nawet kotów Schrödingera [58]. Schemat, który badali jest tak ważny w kontekście prowadzonych przeze mnie badań, że został opisany poniżej bardziej szczegółowo.

Efekt Kerra oznacza zmianę współczynnika załamania proporcjonalną do natężenia padającego światła, stąd Hamiltonian opisujący to zjawisko dany jest w przybliżeniu wzorem

$$\hat{H} = \chi (\hat{a}^\dagger \hat{a})^2, \quad (1)$$

gdzie operatory \hat{a} oraz \hat{a}^\dagger są odpowiednio bozonowym operatorem anihilacji i kreacji. W pracy [58] badano dynamikę zaczynającą się monochromatycznym stanem spójnym światła :

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (2)$$

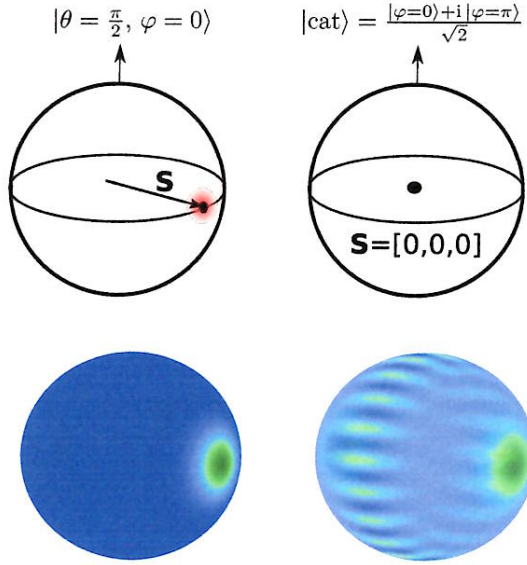
gdzie $|n\rangle$ jest stanem Focka z dokładnie n fotonami.

Stan spójny na skutek nieliniowości Kerra najpierw przechodzi w stan ściśnięty, a następnie w stany niegaussowskie. W szczególności w chwili $t = \pi/(2\chi)$ stan układu jest superpozycją dwóch stanów koherentnych

$$|\psi(t = \pi/(2\chi))\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\pi/4} |\alpha\rangle + e^{i\pi/4} |-\alpha\rangle \right), \quad (3)$$

czyli, w przypadku światła o dużym natężeniu $|\alpha|^2 \gg 1$, jest kotem Schrödingera. W chwilach $t_q = \frac{\pi}{q\chi}$ stan jest superpozycją q stanów spójnych [15].

Przedstawione badania są ściśle związane ze schematem analogicznym do schematu Yurke i Stolera zastosowanym do atomów. Zasada zachowania liczby barionowej [52] wyklucza superpozycje stanów o różnej całkowitej liczbie masywnych cząstek, stąd niemożliwe jest wytworzenie atomów w stanie (2). Istnieją jednak atomowe stany o własnościach, których oczekuje się od stanów spójnych, tzw. spinowe stany koherentne [2]. Stany te wymagają jednak co najmniej dwóch „częstości”, np. dwóch poziomów energetycznych. Następny rozdział jest poświęcony wprowadzeniu podstawowych pojęć dla układu N dwupoziomowych atomów, sposobom ilustrowania takich stanów oraz przedstawieniu schematu analogicznego do schematu Yurkego, ale dla cząstek masywnych.



Rys. 1: Graficzne przedstawienia stanów kwantowych na pseudosferze Blocha. W górnym rzędzie przedstawiono typowy sposób ilustrowania stanów N qubitów - jako punkt wskazywany przez wektor \mathbf{S} . Z lewej strony stan spójny, dla którego długość kolektywnego spinu równa jest promieniowi sfery. Prawy górny rysunek właściwie nie mógł być rzetelnie narysowany — pomimo, że stan kota Schrödingera jest stanem czystym, długość kolektywnego spinu w tym stanie wynosi 0. Dolny rząd: funkcja $SU(2)$ -Wignera dla stanu koherentnego (lewy rysunek) i kota Schrödingera (prawy rysunek).

5.2 Opis teoretyczny N oddziałujących qubitów

Niniejszy rozdział ma za zadanie wprowadzić notację oraz przypomnieć podstawowe informacje dotyczące układów dwupoziomowych. Niech \mathcal{H}_1 oznacza przestrzeń Hilberta rozpiętą przez dwa wektory, oznaczone jako $|0\rangle$ i $|1\rangle$. Identyfikacja czym fizycznie jest $|0\rangle$ i $|1\rangle$ zależy od konkretnego schematu - najczęściej są to różne stany wewnętrzne atomów [39, 17], ale czasami przestrzenne orbitale [13]. Moje badania dotyczyły pierwszego z tych przypadków, N atomów dwupoziomowych. Odpowiadająca tej sytuacji przestrzeń Hilberta \mathcal{H}_N jest iloczynem tensorowym N jedno-qubitowych przestrzeni Hilberta \mathcal{H}_1 tzn. $\mathcal{H}_N = \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_1 \otimes \dots \otimes \mathcal{H}_1$.

W przypadku qubitów, odpowiednikami stanów spójnych światła są tzw. spinowe stany spójne (zwane atomowymi stanami spójnymi) [2] zdefiniowane jako

$$|\theta, \varphi\rangle := \bigotimes_{i=1}^N \left(e^{i\varphi/2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle_i + e^{-i\varphi/2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle_i \right), \quad (4)$$

parametryzowane dwoma kątami $\theta \in [0, \pi]$ oraz $\varphi \in [0, 2\pi]$. Praca [2] przedstawia listę własności tych stanów, analogicznych do stanów spójnych światła. Większość moich badań dotyczyła układu, który początkowo jest w atomowym stanie spójnym odpowiadającym parametrom $\theta = \pi/2$ oraz $\varphi = 0$:

$$|\psi(t=0)\rangle := |\theta = \frac{\pi}{2}, \varphi = 0\rangle = \bigotimes_{i=1}^N \left(\frac{|0\rangle_i + |1\rangle_i}{\sqrt{2}} \right). \quad (5)$$

Dla atomowych stanów spójnych na równiku pseudosfery Blocha, tzn. odpowiadających parametrowi $\theta = \pi/2$ wprowadzono osobne oznaczenie $|\varphi\rangle := |\theta = \pi/2, \varphi\rangle$. Stany takie bywają nazywane stanami fazowymi (ang. „phase states”) [44].

W poniższych rozważaniach wykorzystane będą operatory kolektywnego spinu:

$$\hat{S}_x = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_x^{(i)} \quad \hat{S}_y = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_y^{(i)} \quad \hat{S}_z = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_z^{(i)}, \quad (6)$$

gdzie $\hat{\sigma}_i^{(i)}$ oznacza operator, który jest macierzą Pauliego dla i -tego atomu oraz identycznością na wszystkich pozostałych atomach. Powyższe operatory spełniają reguły komutacyjne operatorów momentu pędu, np. $[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hat{S}_z$, są więc generatorami obrotów. W dalszej części autoreferatu, wielokrotnie wykorzystywana będzie wynikająca z tego relacja dotycząca spinowych stanów spójnych:

$$e^{-iu\hat{S}_z} |\theta, \varphi\rangle = |\theta, \varphi + u\rangle. \quad (7)$$

Moje badania koncentrowały się na stanach bozonowych zupełnie symetrycznych, w których zamiana dowolnych dwóch cząstek nie zmienia stanu. W takim przypadku znacznie prostszym opisem jest formalizm drugiej kwantyzacji, która tutaj opiera się na bozonowych operatorach drabinkowych, \hat{a}_0 oraz \hat{a}_1 anihilujących cząstki będących w stanach wewnętrznych odpowiednio $|0\rangle$ i $|1\rangle$. W przestrzeni zupełnie symetrycznej operatory kolektywnego spinu można przedstawić w innej postaci:

$$\hat{S}_x = \frac{1}{2} (\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1 + \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_0) \quad \hat{S}_y = \frac{1}{2i} (\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_0) \quad \hat{S}_z = \frac{1}{2} (\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1). \quad (8)$$

Jedynie w pracy [H6] uwzględniano procesy wyprowadzające stan z przestrzeni zupełnie symetrycznej, więc ani wzór (8), ani jakiegokolwiek jego konsekwencje, nie mogły być wykorzystane.

Kwadrat długości kolektywnego spinu $\hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2 = \frac{1}{4} \hat{N}(\hat{N} + 2)$ jest stały, dla stanów o ustalonej liczbie cząstek. Stąd stany o ustalonej liczbie cząstek N często są rysowane na sferze o promieniu $\frac{1}{2} \sqrt{N(N+2)}$ jako punkt wskazywany przez wektor $\mathcal{S} = [\langle \hat{S}_x \rangle, \langle \hat{S}_y \rangle, \langle \hat{S}_z \rangle]$. Sfera ta często jest nazywana sferą Blocha - pojęcie to bywa mylące, np. w odróżnieniu od prawdziwej sfery Blocha definiowanej dla jednego kubitów, stany czyste N kubitów mogą leżeć w jej wnętrzu, tzn. $|\mathcal{S}|$ może być krótszy od promienia sfery $\sqrt{N(N+2)}/2$. W niniejszym referacie używane będzie sformułowanie (pseudo)sfera Blocha. Przykład wizualizacji dla stanu spójnego (4) oraz dla stanu kota Schrödingera

$$|\text{cat}\rangle = (|\theta = \pi/2; \varphi = 0\rangle + i|\theta = \pi/2; \varphi = \pi\rangle) / \sqrt{2} \quad (9)$$

przedstawiono na rysunku 1. Oczywiście wektor \mathcal{S} nie definiuje stanu kwantowego w sposób jednoznaczny. Lepszym narzędziem do ilustrowania stanu jest funkcja $SU(2)$ Wignera, której wzór dla zsymetryzowanych stanów kubitowych wyprowadzono w pracy [10]. Definicja ta jest dość uwikłana, więc jej wzór nie jest podany explicite. Funkcja Wignera okazuje się niezwykle przydatna - wynikające z niej ilustracje stanów kwantowych pozwalają, mając pewne doświadczenie, zrozumieć konsekwencje splątania używając intuicji wyniesionej z „dnia codziennego”. Funkcje Wignera, ponownie dla stanu spójnego oraz stanu (9), przedstawiono w dolnym rzędzie rysunku 1. Ostatni z tych stanów jest przykładem stanu wysoce splątanego, którego funkcja Wignera przyjmuje ujemne wartości.

Wizualizacja stanu często pozwala uzyskać intuicję dotyczącą dynamiki lub charakteru splątania, ale nie daje informacji ilościowej. Główną wielkością, której używałem do analizy ilościowej jest informacja Fishera. Jest to centralna wielkość w dziedzinie metrologii kwantowej, dziedziny związanej z poniższym zadaniem. Rozważmy małą próbkę, np. chmurę atomów, w pewnym stanie $\hat{\rho}$. Niech ta próbka zostanie umieszczona w środowisku, w którym chcemy zmierzyć jakąś wielkość, np. wartość pola magnetycznego B . W wyniku ewolucji stan atomów zmieni się w zależności od pola i czasu T jaki atomy w tym polu przebywały, osiągając stan $\hat{\rho}_2 = \hat{\rho}_2(B, T)$. Zadanie polega na oszacowaniu nieznanego pola B , mając do dyspozycji atomową próbkę w stanie $\hat{\rho}_2$. Oszacowanie wartości B musi więc być dokonane pośrednio — na podstawie wyników wielokrotnie powtórzonych pomiarów na stanie $\hat{\rho}_2$. Okazuje się, że niepewność oszacowania wielkości B , bez względu na wybór funkcji wyników pomiarów, która ma estymować parametr B , ani nawet bez względu na wybór mierzonych obserwabli, musi spełniać (przy rozsądnych założeniach) następującą nierówność [6, 37]:

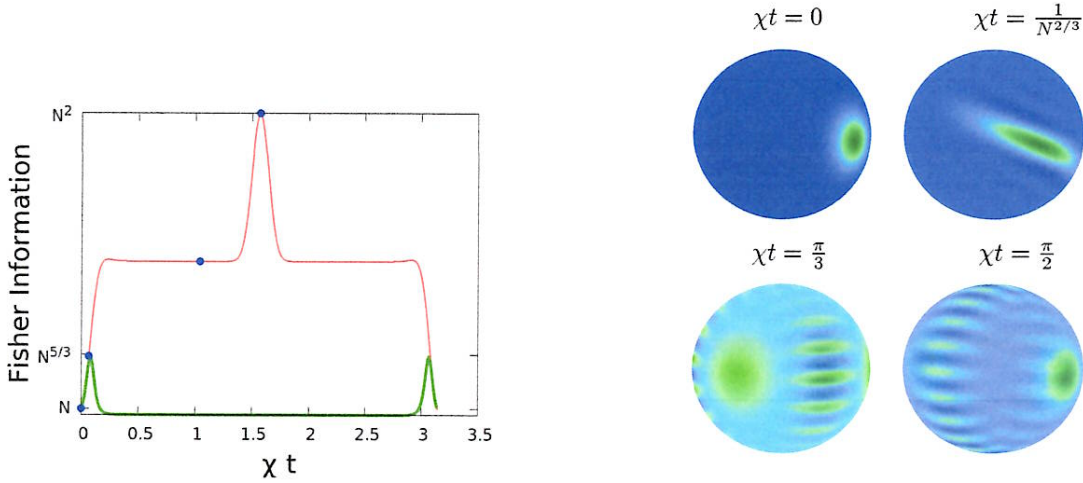
$$\Delta_{\text{est}} B \geq \frac{1}{\sqrt{M F_T}}, \quad (10)$$

gdzie M to liczba pomiarów, F_T jest tzw. informacją Fishera. Symbol Δ_{est} nie oznacza dyspersji rozumianej kwantowo-mechanicznie, tylko typowy rozrzut między faktyczną wartością pola B , a wynikiem estymacji. Chcielibyśmy estymować jak najdokładniej, tzn. z minimalną niepewnością $\Delta_{\text{est}} B$. Aby to było możliwe, należy zwiększyć informację Fishera. Wzór na informację Fishera można podać explicite,

$$F_T = 2 \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \frac{|\langle \lambda_1 | \partial_B \hat{\rho}_2 | \lambda_2 \rangle|^2}{\lambda_1 + \lambda_2}, \quad (11)$$

gdzie λ_σ oraz $|\lambda_\sigma\rangle$ to odpowiednio wartości i wektory własne macierzy gęstości $\hat{\rho}_2$, a ∂_B oznacza pochodną cząstkową po parametrze B . Równanie (11) wyraża informację Fishera zakumulowaną podczas czasu T jaki próbka atomowa pozostawała w obecności pola B . Ze wzoru (11) wynika, że informacja Fishera zależy od stanu kwantowego — są stany, które pozwalają na dokładniejsze pomiary. Moje badania nie dotyczyły jednak bezpośrednio metrologii — informacja Fishera była traktowana głównie jako świadek splątania. W tym kontekście bardziej przydatna jest wielkość bezwymiarowa:

$$F = F_T / T^2. \quad (12)$$



Rys. 2: **Lewy panel:** Kwantowa informacja Fishera stanów, które pojawiają się w dynamice zaczynającej się stanem spójnym umieszczonym na równiku, a wynikającej z hamiltonianu $\chi \hat{S}_z^2$. **Prawy panel:** Funkcje $SU(2)$ Wignera dla stanów powstających w ramach schematu OAT w chwilach czasu zaznaczonych niebieskimi punktami na lewym panelu. Zieloną linią oznaczono odwrotność parametru ściśnięcia, $1/\xi^2$.

Tak zdefiniowana bezwymiarowa informacja Fishera F nie przekracza w przypadku stanów separowalnych N . Stany, w których F przekracza N są więc stanami splątanymi. Równanie (10) sugeruje ponadto, że stany z dużą informacją Fishera, mogą umożliwić dokładną estymację. W przypadku interferometrii liniowej maksymalna wartość informacji Fishera dla N kubitów wynosi N^2 i jest osiągana przez kota Schrödingera (9). Typowo używane w interferometrii atomowe stany spójne mają informację Fishera równą N . Dla stanów spójnych wzór (10) sprowadza się do znanego z mechaniki klasycznej ograniczenia na precyzję pomiarów wynikającą z obecności szumu śrutowego.

Wśród stanów o dużej informacji Fishera prawdopodobnie największe znaczenie w metrologii będą miały stany ściśnięte. W niniejszym autoreferacie jako stany ściśnięte przyjmuje się stany o małej fluktuacji składowych spinu względem długości spinu. Ściśnięcie jest powszechnie oceniane parametrem [54]:

$$\xi^2 = \min_{\mathbf{n}} \frac{N \Delta^2 \hat{S}_{\mathbf{n}}}{|\langle \hat{S} \rangle|^2}, \quad (13)$$

gdzie $\hat{S}_{\mathbf{n}} = n_x \hat{S}_x + n_y \hat{S}_y + n_z \hat{S}_z$. Parametr ściśnięcia ξ określa o ile można zmniejszyć niepewność w porównaniu do stanów spójnych mierząc tylko składowe spinowe. Jest więc wielkością bliską informacji Fishera, w tym sensie, że pozwala oszacować zysk precyzji estymacji, ale w odniesieniu do prostych pomiarów. Na Rys. 2 przedstawiono porównanie kwantowej informacji Fishera z parametrem $1/\xi^2$.

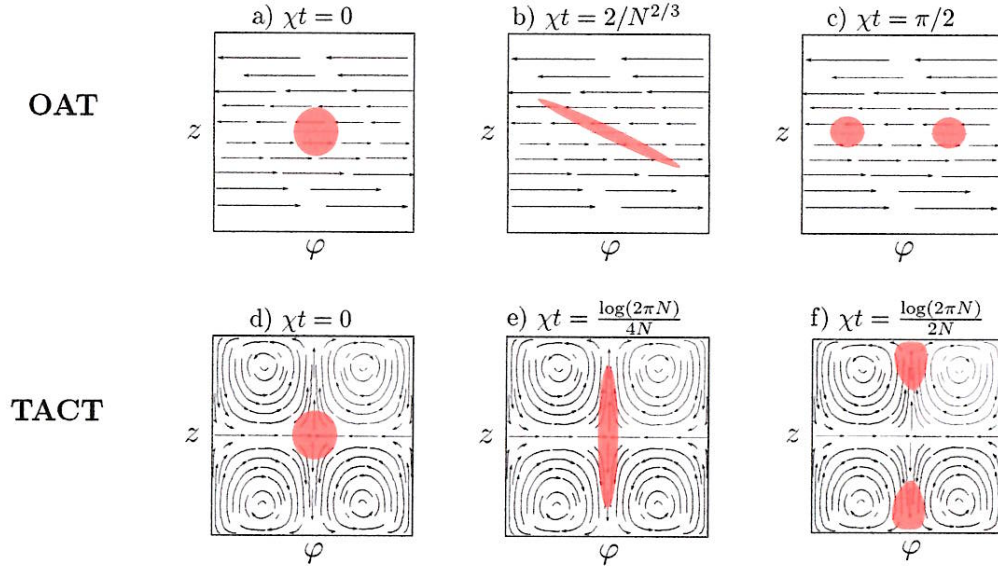
5.2.1 „One-axis twisting model” (OAT)

Odpowiednikiem Hamiltonianu (1) opisującego efekt Kerra dla światła jest w przypadku atomowym

$$\hat{H} \propto \frac{\hbar}{4} \chi \left(\hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \right)^2 = \hbar \chi \hat{S}_z^2. \quad (14)$$

Najczęściej używanym stanem początkowym, łatwym do wytworzenia doświadczalnie jest spinowy stan spójny $|\theta = \pi/2, \phi = 0\rangle$, zdefiniowanym w równaniu (5).

Powyższy model, ze stanem początkowym będącym spinowym stanem spójnym (5) oraz dynamiką generowaną przez hamiltonian (14), zwany jest w literaturze „one-axis-twisting” (OAT) [24]. Termin bywa tłumaczony jako „model jednoosiowo skrętny”, ponieważ jednak to tłumaczenie nie jest powszechnie przyjęte, więc używana będzie wersja angielska lub skrót OAT. W pełnej analogii do przypadku fotonowego schemat ten przewiduje powstawanie w ewolucji stanów o parametrze ściśnięcia poniżej 1, następnie niegaussowskich stanów atomowych, w tym spinowych kotów Schrödingera. Zmiany w stanach dobrze odzwierciedla kwantowa informacja Fishera (12) przedstawiona w lewym panelu Rys. 2.



Rys. 3: Portret fazowy klasycznego Hamiltonianu $\mathcal{H}(z, \varphi)$ oraz wynikająca z niego dynamika atomowego stanu spójnego umieszczonego w środku w dwóch przypadkach: dla „one-axis twisting” (górny rząd) oraz „two-axis counter twisting” (dolny rząd). Kierunek ruchu klasycznych punktów materialnych jest wskazywany przez strzałki. Czerwony zacieniowany obszar wskazuje schematycznie kształt rozkładu stanu w funkcji atomowych stanów spójnych (jest to tzw. funkcja Husimi) w kolejnych chwilach czasu.

Początkowy wzrost splątania związany jest z powstawaniem stanów ściśniętych. Atomowe stany ściśnięte są z dobrym przybliżeniem wyrażone gaussowską funkcją Wignera, zwężoną w jakimś kierunku i rozciągniętą w kierunku ortogonalnym do poprzedniego, jak pokazano na Rys. 2. Gdy stan układu rozpościera się na całą sferę Blocha, interferując sam ze sobą, informacja Fishera osiąga plateau. Wśród stanów jakie powstają na tym etapie dynamiki są makroskopowe superpozycje kilku atomowych stanów spójnych. Wyróżniona jest chwila $\chi t = \pi/2$, kiedy to informacja Fishera osiąga swoje maksimum $F = N^2$ – w tej chwili czasu, układ jest w stanie kota Schrödingera. Dla parzystej liczby cząstek stan układu dany jest wtedy wzorem (9). Dynamika jest periodyczna w czasie - po chwili $\chi t = \pi/2$ układ wraca poprzednio osiąganym stanom, wracając w chwili $\chi t = \pi$ do spinowego stanu spójnego. Kluczowe stany pojawiające się w trakcie ewolucji są przedstawione za pomocą funkcji Wignera w prawym panelu Rys. 2.

Hamiltonian (14) pojawia się jako przybliżony operator energii wielu układów atomowych, zarówno kiedy atomy oddziałują bezpośrednio, jak i wtedy kiedy ich oddziaływanie jest pośrednie, np. przez oddziaływanie ze wspólnym modem światła [30, 5, 20]. W obu typach układów obserwuje się powstające samoistnie stany ściśnięte [39, 17, 13, 29].

5.2.2 „Two-axis counter twisting model” (TACT)

W słynnej pracy [24] przedstawiono dwa schematy tworzenia stanów ściśniętych. Pierwszy schemat to opisany powyżej „one-axis-twisting”. Drugi Autorzy [24] nazwali „two-axis counter twisting” (TACT) (czasami tłumaczony jako model dwuosiowo skrętny). Odpowiadający mu Hamiltonian dany jest wzorem:

$$\hat{H}_{\text{TACT}} = -\hbar\chi (\hat{S}_y \hat{S}_z + \hat{S}_z \hat{S}_y). \quad (15)$$

Z postaci Hamiltonianu nie jest jasne jak może przebiegać dynamika układu początkowo w stanie kwantowym (4). Pomocne jest rozważenie wersji półklasycznej, otrzymanej przez uśrednienie Hamiltonianu (15) w atomowych stanach spójnych $\mathcal{H}(\theta, \phi) = \langle \theta, \phi | \hat{H}_{\text{TACT}} | \theta, \phi \rangle$.

Często wprowadzana jest nowa zmienna: $z = \cos \theta$, będąca względną różnicą obsadzeń stanów $|0\rangle$ i $|1\rangle$. W takiej konwencji uśredniony Hamiltonian można przybliżyć wzorem:

$$\mathcal{H} = -\hbar\chi \frac{N^2}{2} z \sqrt{1-z^2} \sin \varphi. \quad (16)$$

Ruch punktu materialnego generowany powyższą funkcją, interpretowaną jako klasyczny hamiltonian, łatwo zrozumieć używając portretu fazowego przedstawionego w dolnym rzędzie rysunku 3. Punkt $(z, \varphi) = (0, 0)$ jest punktem siodłowym. Występowanie punktów siodłowych w klasycznych odpowiednikach modeli kwantowych jest silnym przesłaniem do możliwości generowania ściskania. Wyobraźmy sobie mianowicie, że zamiast jednego punktu materialnego, mamy ich zbiór losowany z kwazirozkładu prawdopodobieństwa, np. z funkcji Wignera stanu początkowego (5). Z portretu fazowego wynika, że punkty będą spychane do osi z , tzn. do osi $\varphi = 0$. Analizując ruch punktów materialnych można zrekonstruować ich rozkład w przestrzeni fazowej w późniejszej chwili czasu t , który będzie przybliżeniem funkcji Wignera kwantowego stanu w chwili t , czyli $|\psi(t)\rangle = e^{-i\hat{H}_{\text{TACT}}t} |\psi(0)\rangle$. Klasyczny rozkład prawdopodobieństwa stanu początkowego, który jest z dobrym przybliżeniem symetryczną funkcją Gaussa (Rys. 3d) jest odkształcany do niesymetrycznego stanu gaussowskiego, stanu ściśniętego (Rys. 3e). Analiza ilościowa pokazuje, że w istocie Hamiltonian \hat{H}_{TACT} może zostać użyty do generowanie stanów wysoce ściśniętych o informacji Fishera rzędu $O(N^2)$ - odpowiadający tej sytuacji stan jest przedstawiony na rysunku. W trakcie dalszej dynamiki osiągany jest stan bliski kotowi Schrödingera (Rys. 3f).

Analogiczna analiza w przestrzeni fazowej może zostać przeprowadzona w przypadku modelu „one-axis-twisting”. Punkty materialne są odpychane od osi $\varphi = 0$ tym szybciej im dalej są od równika (od $z = 0$). Powoduje to rozciąganie stanu, aż do stanu ściśniętego (Rys. 3e). W późniejszych chwilach czasu powstają stany niegaussowskie, wśród nich stan kota Schrödingera.

Powyżej opisano jak metodami dynamicznymi wytworzyć stany splątane w schemacie TACT. Najbardziej splątany stan jaki powstaje w tym układzie jest bliski kotowi Schrödingera - odpowiada sytuacji kiedy początkowy stan spójny jest rozerwany na dwa fragmenty, które przez moment znajdują się na antypodach (pseudo)sfery Blocha. Aby stany te wykorzystać należałoby zatrzymać dynamikę, „wyłączyć” nieliniowy Hamiltonian. Na ogół trudno to zrealizować. W pracy [H5] zaproponowano jak przechować najbardziej splątany stan jaki powstaje w ewolucji nie zmieniając hamiltonianu. Pomysł jest bardzo prosty – w momencie, w którym spodziewamy się stanu splątanego wystarczy obrócić stan obrotem generowanym przez operator \hat{S}_x o kat 45° . Oznacza to przerzucenie obszarów z antypodów na lokalne minima w przestrzeni fazowej. Dalsza dynamika nieznacznie zmienia stan, który zostaje w okolicy minimum potencjału. Podkreślenia wymaga fakt, że mówimy o potencjale w obrazie klasycznym, w rzeczywistości jego źródłem są nieliniowe człony kwantowego Hamiltonianu, które raczej powinny wynikać z oddziaływań między kubitami.

W pracy [H5] udowodniono, że po wykonaniu obrotu $e^{-i\pi\hat{S}_x/4}$, kwantowa Informacja Fishera stanów pojawiających się w toku dalszej ewolucji może się tylko zwiększyć w stosunku do kwantowej Informacji Fishera stanu w chwili obrotu, tzn. że proponowana metoda zachowa splątanie. Analiza wpływu szumu na ten schemat jest poruszona w dalszej części autoreferatu.

5.3 Mechanizmy splątania atomów

5.3.1 Kondensaty Bosego-Einsteina

Większość moich badań dotyczyła tzw. dwumodowego kondensatu Bosego-Einsteina. Najpierw przedstawię typowy prosty opis tego układu, prowadzący do modelu „one-axis-twisting”. Wielociałowy hamiltonian atomów oddziałujących siłami krótkiego zasięgu przybliża się wzorem

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^N \left(-\frac{\hbar^2 \Delta_i}{2m} + U(\mathbf{r}_i) \right) + \frac{g}{2} \sum_{1 \leq i < j \leq N} \delta^{(\text{reg})}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j), \quad (17)$$

gdzie $\delta^{(\text{reg})}$ jest zregulowaną deltą Diraca, która w przestrzeni funkcji bez osobliwości w $\mathbf{r} = 0$ redukuje się do zwykłej delty Diraca, parametr g jest parametrem sprzężenia związanym z oddziaływaniem van der Waalsa, a funkcja położenia U jest potencjałem, które więzi atomy w przestrzeni.

W niskich temperaturach atomy przechodzą w fazę kondensatu Bosego-Einsteina. W kondensacie atomy z dobrym przybliżeniem obsadzają jeden mod przestrzenny, tzn. ich wielociałowa funkcja falowa może być przybliżana stanem iloczynowym

$$\psi(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_N) = \prod_{i=1}^N \psi_{\text{GPE}}(\mathbf{r}_i), \quad (18)$$

gdzie ψ_{GPE} jest funkcją falową kondensatu.

Uśredniając Hamiltonian (17) w stanie iloczynowym (18) otrzymuje się wyrażenie

$$E_{\text{GPE}} = N \int \psi_{\text{GPE}}^* \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} + U(\mathbf{r}) \right) \psi_{\text{GPE}} + \frac{1}{2} g N(N-1) \int |\psi_{\text{GPE}}|^4. \quad (19)$$

Wykorzystując metodę wariacyjną do zminimalizowania energii otrzymuje się równanie Grossa-Pitajewskiego na optymalny orbital ψ_{GPE} :

$$\mu \psi_{\text{GPE}} = -\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} \psi_{\text{GPE}} + U(\mathbf{r}) \psi_{\text{GPE}} + g N |\psi_{\text{GPE}}|^2 \psi_{\text{GPE}}, \quad (20)$$

gdzie wartość własna μ jest mnożnikiem Lagrange'a związanym z więzami $\int d^3r |\psi_{\text{GPE}}|^2 = 1$. Łatwo wykazać, że μ jest jednocześnie równe $\partial E_{\text{GPE}} / \partial N$, tzn. jest potencjałem chemicznym kondensatu. Większość eksperymentów przeprowadzona jest w reżimie, w którym oddziaływania są na tyle mocne, że funkcja falowa ψ_{GPE} jest odległa od funkcji Gaussa będącej stanem podstawowym cząstki w potencjale, jednocześnie na tyle słabe, że frakcja kondensatu pozostaje dominująca i wzór (18) pozostaje sensownym przybliżeniem.

Sytuacja komplikuje się, gdy rozważyć kondensat Bosego-Einsteina atomów dwupoziomowych. Mamy wtedy do czynienia z dwoma orbitalami $\psi_{\text{GPE}}^{(0)}$ i $\psi_{\text{GPE}}^{(1)}$ obsadzonymi odpowiednio przez atomy w stanach $|0\rangle$ i $|1\rangle$. Orbitale te są rozwiązaniami sprzężonych równań Grossa-Pitajewskiego [19, 12]

$$\mu_0 \psi_{\text{GPE}}^{(0)} = -\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} \psi_{\text{GPE}}^{(0)} + U_0 \psi_{\text{GPE}}^{(0)} + \left(g_0 N_0 |\psi_{\text{GPE}}^{(0)}|^2 + g_{01} N_1 |\psi_{\text{GPE}}^{(1)}|^2 \right) \psi_{\text{GPE}}^{(0)}, \quad (21)$$

$$\mu_1 \psi_{\text{GPE}}^{(1)} = -\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} \psi_{\text{GPE}}^{(1)} + U_1 \psi_{\text{GPE}}^{(1)} + \left(g_1 N_1 |\psi_{\text{GPE}}^{(1)}|^2 + g_{01} N_0 |\psi_{\text{GPE}}^{(0)}|^2 \right) \psi_{\text{GPE}}^{(1)}, \quad (22)$$

gdzie stałe sprzężenia $g_{\epsilon\epsilon'}$ odnoszą się do oddziaływania między dwoma atomami, z których jeden jest w stanie $|\epsilon\rangle$, a drugi w $|\epsilon'\rangle$. Typowo układ jest badany w formalizmie drugiej kwantyzacji, w której wykorzystuje się spinor o dwóch składowych, będących operatorami pola odpowiednio dla atomów w stanie $|0\rangle$ i w stanie $|1\rangle$. Przy założeniu, że tylko dwa powyższe orbitale są istotne, operatory pola zakłada się w postaci $\hat{\Psi}_{(0)}(\mathbf{r}) = \psi_{\text{GPE}}^{(0)} \hat{a}_0$ oraz $\hat{\Psi}_{(1)}(\mathbf{r}) = \psi_{\text{GPE}}^{(1)} \hat{a}_1$. Wstawienie tych operatorów do ogólnej postaci Hamiltonianu w drugiej kwantyzacji

$$\hat{H} = \sum_{\epsilon=0,1} \int d^3r \left(\hat{\Psi}_{(\epsilon)} \right)^\dagger \hat{h}_\epsilon \hat{\Psi}_{(\epsilon)} + \frac{1}{2} \sum_{\epsilon,\epsilon'=0,1} g_{\epsilon\epsilon'} \int d^3r \left(\hat{\Psi}_{(\epsilon)} \right)^\dagger \left(\hat{\Psi}_{(\epsilon')} \right)^\dagger \left(\hat{\Psi}_{(\epsilon')} \right) \left(\hat{\Psi}_{(\epsilon)} \right), \quad (23)$$

prowadzi, po odpowiednim przegrupowaniu wyrazów, do Hamiltonianu

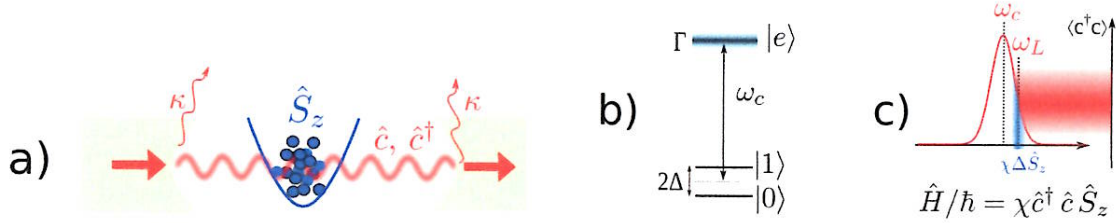
$$\hat{H} = \chi \hat{S}_z^2 + \tilde{\chi} \hat{N} \hat{S}_z + v \hat{S}_z + u(\hat{N}). \quad (24)$$

W sytuacji, gdy liczba cząstek jest stała składnik $\tilde{\chi} \hat{N} \hat{S}_z$ wprowadza w dynamice jedynie obrót ze stałą prędkością kątową i nie wpływa na splątanie narastające w układzie. Analogicznie człon $v \hat{S}_z$ może zostać wyeliminowany przez zmianę układu odniesienia. Ostatni składnik przesuwa jedynie poziom energii nie wnosząc istotnego wpływu. Kluczowym składnikiem jest więc $\chi \hat{S}_z^2$ będący odpowiednikiem nieliniowości Kerra w przypadku atomowym. Z wyprowadzenia wynika, że nieliniowości (składniki hamiltonianu zawierające χ lub $\tilde{\chi}$), mają źródło w członie oddziaływania – tego należało oczekiwać, gdyż kwantowe korelacje zachodzą tutaj na skutek zderzeń między atomami.

W doświadczeniach dość łatwo selekcyjonowane są atomy o ustalonym stanie wewnętrznym. Po schłodzeniu takiego gazu powstaje jednoskładnikowy kondensat Bosego-Einsteina. Spinowy stan spójny (5) otrzymuje się w takich układach świecąc na gaz ze wszystkimi atomami w stanie $|0\rangle$ impulsem $\pi/2$, tzn. zatrzymując oscylację Rabiego w chwili $1/2$ okresu. Taki stan, w języku drugiej kwantyzacji dany jest wzorem:

$$|\theta = \pi/2, \phi = 0\rangle = \bigotimes_{i=1}^N \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} = \sum_{N_0=0}^N \sqrt{\frac{1}{2^N} \binom{N}{N_0}} |N_0, N - N_0\rangle, \quad (25)$$

gdzie stan $|N_0, N - N_0\rangle$ jest stanem Focka o N_0 atomach w $|0\rangle$ i reszcie atomów w stanie $|1\rangle$. Jest to stan początkowy typowy dla wielu doświadczeń nad zimnymi atomami.



Rys. 4: Tworzenie stanów splątanych w atomach oddziałujących z modem własnym wnęki rezonansowej. a) Schemat układu doświadczalnego — obiektem zainteresowania jest stan atomów uwięzionych we wnętrzu wnęki rezonansowej zasilanej od lewej strony laserem o częstotliwości ω_L . Operatory anihilacji i kreacji światła oznaczone są odpowiednio \hat{c} i \hat{c}^\dagger . Parametr κ jest tempem z jakim fotony są tracone z wnęki. b) Struktura poziomów energetycznych atomów uwięzionych we wnęcie rezonansowej z zaznaczoną częstotliwością modu wnęki. c) Ilustracja zasady działania schematu „cavity-feedback scheme”. Odstrojenie między częstotliwością lasera, a modem własnym wnęki wynosi $\omega_L - \omega_c = \kappa$. Atomy, jako ośrodek w którym propaguje się światło, wprowadzają dodatkowe odstrojenie proporcjonalne do operatora \hat{S}_z . Liczba fotonów we wnęcie $\langle \hat{c}^\dagger \hat{c} \rangle$ zależy więc od stanu atomów, a fluktuacje operatora $\Delta \hat{S}_z$ (niebieski obszar) przekładają się na dodatkowe fluktuacje liczby fotonów (czerwony obszar). Oddziaływanie atomów ze światłem wpływa na powstawanie różnicy faz między stanami własnych operatora \hat{S}_z występującymi w stanie początkowym. Nabudowana faza zależy tutaj od liczby fotonów we wnęcie, która jak opisano powyżej zależy od wartości operatora \hat{S}_z . Rachunkiem perturbacyjnym można pokazać, że ostatecznie efektywny hamiltonian działający w przestrzeni Hilberta atomów jest proporcjonalny do \hat{S}_z^2 .

5.3.2 Oddziaływanie ze światłem

Jak napisano powyżej hamiltonian typu $\chi \hat{S}_z^2$ jest składnikiem wyrażenia na energię dwóch kondensatów Bosego-Einsteina. Innym istotnym układem, w którym można odnaleźć ten człon imitujący nieliniowość Kerra jest układ N atomów dwupoziomowych oddziałujących ze światłem. Podczas mojego stażu podoktorskiego zająłem się również tym tematem. Były ku temu dwa powody. Po pierwsze oddziaływanie atomów ze światłem, wzmocnione poprzez użycie wnęki rezonansowej, było podstawą nowej doświadczalnej metody produkcji stanów ściśniętych. Już w pierwszym eksperymencie zakończonym sukcesem, grupa Vladana Vuletić z Massachusetts Institute of Technology otrzymała atomowe stany o ściśnięciu $\xi^2 = -10\text{dB}$ [31], natychmiast osiągając poziom, który był wypracowywany w dziedzinie kondensatów Bosego-Einsteina przez dekadę. Po drugie, schemat nie był dostatecznie zbadany teoretycznie - w szczególności nie było jasne jak duże ściśnięcie jest w ogóle możliwe z użyciem tego schematu. Głębsze zrozumienie mechanizmu stojącego za tym schematem oraz jego ograniczeń przedstawiono w pracy [H6].

Schemat splątывania atomów z wykorzystaniem wnęki rezonansowej przedstawiono na Rys. 4. Atomy są umieszczone w pułapce harmoniczej, która z kolei znajduje się między dwoma lustrami o dużym współczynniku odbicia, czyli we wnęcie rezonansowej. Wnętka jest zasilana laserem o częstotliwości ω_L , dość bliskim jednej z częstotliwości własnych wnęki ω_c . Natężenie światła we wnętrzu pustej wnęki zależy od odstrodzenia od rezonansu $\delta = \omega_c - \omega_L$ i dane jest rozkładem Lorentza o szerokości κ zależnej od współczynnika transmisji półprzepuszczalnych lusterek ograniczających wnękę. Gaz atomowy oczywiście zmienia tę sytuację. Na skutek oddziaływań atomów ze światłem wnęki stany własne układu stają się tzw. stanami ubranymi (ang. „dressed state”). Zmianie ulega też warunek rezonansu między laserem, a modem wnęki. Grupa, której przewodniczy V. Vuletić, badała atomy rubidu 87 oraz wnękę, której częstotliwość ω_c jednego z modów wnęki odpowiadała różnicy energii między stanem wzbudzonym $|e\rangle$, a średnią arytmetyczną pewnych dwóch stanów struktury nadsubtelnej stanu podstawowego (Rys. 4b). Oba przejścia $|0\rangle - |e\rangle$ oraz $|1\rangle - |e\rangle$ były odstrojone od rezonansu o odpowiednio $+\Delta$ oraz $-\Delta$, gdzie $2\hbar\Delta$ to różnica energii poziomów $|1\rangle$ oraz $|0\rangle$. Obsadzenie stanów $|e\rangle$ było więc bardzo małe. Czas życia stanu $|e\rangle$ wynosi $1/(2\Gamma)$, gdzie 2Γ to suma temp emisji spontanicznych ze stanu $|e\rangle$ do poziomów $|0\rangle$ oraz $|1\rangle$. Część hamiltonianu opisująca oddziaływanie atomów ze światłem ma w przybliżeniu postać:

$$\hat{H}_{A-C} = g \sum_{i=1}^N (|0\rangle\langle e|_i + |1\rangle\langle e|_i) \hat{c}^\dagger + \text{h.c.}, \quad (26)$$

gdzie \hat{c} i \hat{c}^\dagger to operatory odpowiednio anihilacji i kreacji fotonu modu wnęki, g jest stałą sprzężenia

między atomami, a światłem we wnęce rezonansowej, natomiast indeks i numeruje atomy.

Ze względu na odstrojenie od rezonansu obu przejść atomowych oddziaływanie atom-foton wpływa jedynie na małe przesunięcia energetyczne, obliczane w ramach rozwinięcia perturbacyjnego. W pracy [41, 50] przedstawiono efektywny Hamiltonian dla tego układu

$$H_{\text{red}} = \left(\omega_L - \omega_c + \Omega \hat{S}_z \right) \hat{c}^\dagger \hat{c} + i \left(\eta \hat{c}^\dagger - \eta^* \hat{c} \right), \quad (27)$$

gdzie $\Omega = 4g^2/\kappa$. Ostatni składnik wyraża oddziaływanie modu wnęki ze światłem lasera pompującego. Laser oświetlający wnękę traktowany jest klasycznie, jego natężenie wpływa na wartość współczynnika η . Kluczowy jest człon $\Omega \hat{S}_z \hat{c}^\dagger \hat{c}$, który wprowadza poprawki do energii poziomów energetycznych wynikające z oddziaływania atomów ze światłem. Fizyczny efekt u podstaw tych poprawek to dynamiczny efekt Starka. Z drugiej strony człon ten można traktować jako efektywną zmianę częstości modu wnęki propagującej się w „środku”, czyli schłodzonym gazie bozonów uwięzionym we wnętrzu wnęki. Ta zmiana częstości zależy od współczynnika załamania ośrodka, który zależy od stanów wewnętrznych atomów. Innymi słowy atomy mogą odstrajać bądź zbliżać układ z wnętrza wnęki do rezonansu z laserem pompującym. To dodatkowe odstrojenie zależy od atomowych stanów wewnętrznych, konkretnie od wartości składowej kolektywnego (pseudo)spinu \hat{S}_z . Oznacza to, że liczba fotonów we wnęce $\langle \hat{c}^\dagger \hat{c} \rangle$ jest funkcją operatora \hat{S}_z . Analiza skal czasowych pokazuje, że światło wnęki natychmiast dostosowuje się do stanu atomów i może być z dobrym przybliżeniem usunięte z modelu za pomocą adiabaticznej eliminacji. Efektywny Hamiltonian oddziaływania $\hat{H}_{\text{eff}} = \hat{c}^\dagger \hat{c} \hat{S}_z$ przechodzi w ramach tej procedury w $\hat{H}_{\text{eff}} = \langle \hat{c}^\dagger \hat{c} \rangle_{\text{photons}} \hat{S}_z$, który po rozwinięciu średniej liczby fotonów $\langle \hat{c}^\dagger \hat{c} \rangle$ w szereg Taylora względem małych przesunięć częstości indukowanych przez atomy, $\Omega \hat{S}_z$ zawiera składnik $\chi \hat{S}_z^2$. W taki sposób można odnaleźć przybliżony operator energii podobny do hamiltonianu zimnych atomów oddziałujących siłami krótkozasięgowymi. Można więc oczekiwać powstawania w układzie stanów ściśniętych oraz stanów nieguassowskich. Główna różnica polega tutaj na tym, że sam mechanizm splątania atomów wymaga dyssypacji — aby fotony wnikały do wnętrza wnęki lustra muszą być półprzepuszczalne, ale oznacza to, że fotony będą również z wnęki tracone.

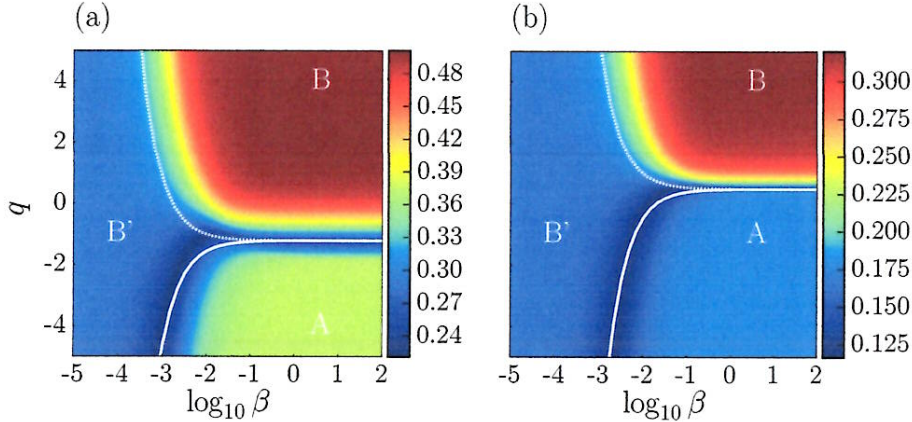
Obecnie układ ten wspomagany pomiarem niedestruktywnym (ang. „non-demolition measurement”) posłużył do wytworzenia najbardziej ściśniętych stanów atomowych w historii, o parametrze ściśnięcia ok -20dB . Stany ściśnięte wykorzystano do zademonstrowania zwiększonej precyzji pomiarów w prototypach zegarów, a nawet wytworzono takie stany w prawdziwych układach metrologicznych [29]. Mój wkład w badanie tego układu polegał na wyprowadzeniu wzorów analitycznych na maksymalne ściśnięcie, z uwzględnieniem istotnych źródeł dekoherencji. Wyniki te przedstawione są w dalszej części autoreferatu.

5.3.3 Nieliniowość Kerra: układy trzymodowe, a fizyka spinorów

Prostym rozszerzeniem powyższych schematów jest zastosowanie atomów trójpoziomowych, tzw. kutritów, zamiast kubitów. Przypadek gazu kutritów schłodzonych do kondensatu Bosego-Einsteina jest badany od lat przez wiele grup doświadczalnych, głównie ze względu na istnienie przejść fazowych w tym układzie. Koncepcyjnie prostą realizacją jest kondensat Bosego-Einsteina atomów sodu. Sód ma trzy stany w strukturze nadsubtelnej stanu podstawowego. Te trzy stany odpowiadają różnym rzutom całkowitego orbitalnego momentu pędu $F = 1$ na oś kwantyzacji.

Wspomniane przejście fazowe zachodzi przy zmianie wartości zewnętrznego pola magnetycznego B . Istnieje krytyczna wartość pola B , które oddziela tzw. fazę polarną od fazy ze zlaną symetrią. W fazie polarnej wszystkie atomy są w tym samym stanie wewnętrznym. Faza ze zlaną symetrią jest bardziej skomplikowana. Przykładem stanów z tej fazy jest zupełnie symetryczny stan singletowy. Stan taki ma wszystkie średnie operatorów spinu równe zero. Wytworzenie tego stanu jest celem kilku grup doświadczalnych.

Kwantowe korelacje nie są dostatecznie zbadane w tym układzie. Wraz z grupą Emili Witkowskiej z Instytutu Fizyki PAN podjęliśmy temat klasyfikacji stanów równowagowych dla różnych wartości pola magnetycznego oraz różnych temperatur ze względu na użyteczność metrologiczną, określoną kwantową informacją Fishera. Moją inspiracją do badań były wyniki teoretyczne i doświadczalne grupy F. Gerbiera z École Normale Supérieure Paryża. Paryska grupa badała diagram fazowy kondensatu Bosego-Einsteina w zależności od wartości indukcji zewnętrznego jednorodnego pola magnetycznego oraz temperatury [8]. Mierzoną wielkością było średnie obsadzenie stanu o zerowej magnetycznej liczbie kwantowej $\langle \hat{N}_{m_F=0} \rangle$ oraz fluktuacji tego obsadzenia $\Delta^2 \hat{N}_{m_F=0}$. W fazie polarnej, prawie wszystkie atomy były oczekiwane



Rys. 5: Diagram przedstawiający kwantową informację Fishera, której wartość jest wskazana kolorem, jako funkcję parametru q (przeskalowanego kwadratu pola magnetycznego) oraz parametru temperatury $\beta = 1/(k_B T)$, gdzie k_B to stała Boltzmanna, a T to temperatura gazu. Wyniki dla $N = 1000$ atomów, dla dwóch magnetyzacji a) $\alpha < 0$, $m = 0.5$ oraz b) $\alpha > 0$, $m = 0.8$. Rysunki są zaczerpnięte z pracy [H1].

właśnie w składniku $m_F = 0$, stąd też fluktuacje powinny być małe. Z kolei w fazie singletowej, zdarzającej się w okolicy zerowego pola magnetycznego, każdy z poziomów $m_F = 0, \pm 1$ powinien mieć takie same obsadzenie, przy fluktuacjach rzędu $N/3$.

W pracy [8] wykazano, że nawet przy stosunkowo wysokich temperaturach fluktuacje niewiele się zmieniają. Te wyniki stały się bazą do naszych badań. Mianowicie, pomysł do badań opierał się na prostej obserwacji, że fluktuacje $\Delta^2 \hat{N}_{m_F=0}$ powinny w tym konkretnym układzie przekładać się na dużą kwantową informację Fishera — prawdopodobnie nawet układu w niezerowych temperaturach.

Hamiltonian ultrazimnych atomów o trzech stanach wewnętrznych obsadzających wspólny orbital przestrzenny $\phi(\mathbf{r})$ ma postać [H1]

$$\hat{\mathcal{H}} = \alpha \hat{S}^2 - q \hat{N}_0. \quad (28)$$

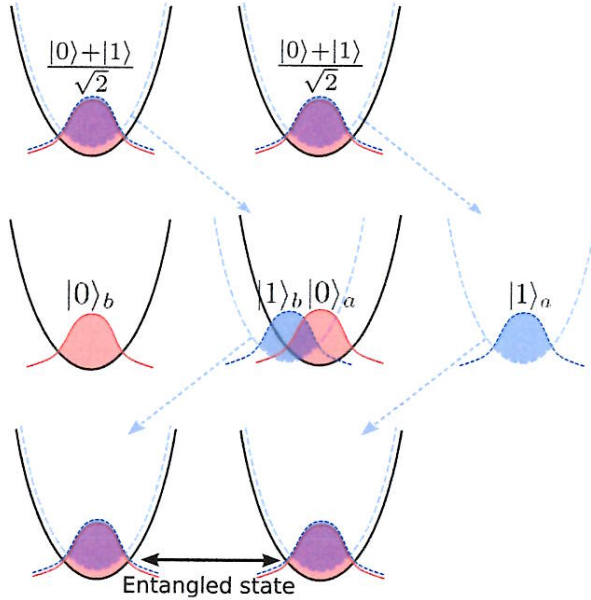
W powyższym Hamiltonianie pierwszy wyraz jest odpowiednikiem członu $\chi \hat{S}_z^2$ i tak jak poprzednio wynika z oddziaływań między atomami. Parametr α jest proporcjonalny do średniej gęstości oraz długości rozpraszania charakteryzujących oddziaływanie między różnymi składnikami. Może być zarówno ujemny jak i dodatni. Operator \hat{S} jest nazywany całkowitym spinem, który jako funkcja operatorów kreacji i anihilacji dany jest wzorem:

$$\hat{S}^2 = 2 \left(\hat{a}_0^2 \hat{a}_{+1}^\dagger \hat{a}_{-1}^\dagger + \text{h.c.} \right) + 2 \hat{N}_0 \left(\hat{N}_{+1} + \hat{N}_{-1} \right) + \left(\hat{N}_{+1} - \hat{N}_{-1} \right)^2 + O(N), \quad (29)$$

gdzie \hat{a}_ϵ jest bozonowym operatorem anihilacji dla cząstek w stanie $m_F = \epsilon$, a \hat{N}_ϵ są operatorami liczby cząstek w stanie $m_F = \epsilon$. Indeks ϵ przebiega tutaj trzy uwzględnianie magnetyczne liczby kwantowe, $\epsilon = 0, +, -1$. Drugi wyraz (28) opisuje, z dokładnością do stałych, energię spinoru w zewnętrznym polu magnetycznym wynikającą z kwadratowego efektu Zeemana. Wyraża względną zmianę energii atomów w stanach $m_F = \pm 1$ względem energii atomów w stanie $m_F = 0$. Parametr q jest więc proporcjonalny do kwadratu wektora indukcji magnetycznej B^2 oraz stałych atomowych. Dopóki straty cząstek i dynamika nie są rozważane, dopóty liniowy efekt Zeemana nie odgrywa tutaj dużej roli.

Wyniki są przedstawione na rysunku 5, opublikowanym w pracy [H1]. Jak widać przestrzeń dzieli się na trzy obszary, wszystkie z dużą informacją Fishera, rzędu $O(N^2)$. Należy pamiętać o dwóch istotnych założeniach poczynionych przy otrzymaniu tego diagramu. Pierwsze to założenie, że atomy obsadzają wspólny mod przestrzenny. Jest zaledwie kilka grup doświadczalnych, które pracują w reżimie, w którym to założenie jest spełnione.

Ponadto założono, że magnetyzacja, czyli różnica obsadzeń między składnikami $m_F = +1$ oraz $m_F = -1$, jest ustalona i nie podlega żadnym fluktuacjom. W istocie Hamiltonian (28) zachowuje magnetyzację, doświadczalnie jest możliwe przygotowanie stanu o ustalonej magnetyzacji, więc założenie to nie jest pozbawione racji. Z drugiej strony straty cząstek, który zachodzą w trakcie osiągania stanu termicznego mogą powodować fluktuacje magnetyzacji, co z kolei diametralnie zmieniliby diagram.



Rys. 6: Schemat fizycznej realizacji układu, którego dynamika jest generowana hamiltonianem (31), w której powinny pojawić się splątane stany nielokalne. Atomy w stanie $|1\rangle$ z dwóch rozdzielonych przestrzennie kondensatów są rozsuwane, tak aby atomy pierwotnie lewego kondensatu spotkały atomy w stanie $|0\rangle$ prawego kondensatu, osiągając konfigurację schematycznie przedstawioną w środkowym panelu. Dynamika na tym etapie jest generowana hamiltonianem (30).

Stan termiczny był rozpatrywany tylko w podprzestrzeni o ustalonej magnetyzacji, nie był więc globalnym stanem termicznym, który uwzględniałby termiczny rozkład różnych magnetyzacji. Ciekawą obserwacją był fakt, że informacja Fishera jest rzędu N^2 nawet dla stanów o wysokiej temperaturze, jako konsekwencja ustalonej magnetyzacji. Jest to związane z tym, że stan termiczny zawiera mieszaniny stanów wzbudzonych, które okazują się być wysoce splątane, z informacją Fishera rzędu N^2 .

5.3.4 Nieliniowość Kerra: układy czteromodowe, a tworzenie splątania typu EPR

Kolejnym, ważnym fizycznie uogólnieniem schematu "one-axis twisting" jest rozszerzenie na układ dwóch dwumodowych kondensatów, tzn. dwóch chmur, każdej składającej się z dwupoziomowych atomów. Ewolucja każdej z chmur osobno byłaby generowana Hamiltonianem $\hat{H}_{\text{OAT}} = \chi \hat{S}_z^2$ (14). Jeśli jednak obie chmury przekrywają się, wtedy pojawia się dodatkowo nowy człon postaci:

$$\hat{H}_{\text{EPR}} = \chi_{ab} \hat{S}_z^{(a)} \hat{S}_z^{(b)}, \quad (30)$$

gdzie χ_{ab} jest sprzężeniem między kondensatem „a”, a kondensatem „b” [H8]. Operatory $\hat{S}_z^{(a)}$ i $\hat{S}_z^{(b)}$ to rzuty kolektywnych spinów w obu podukładach. Aby atomy chmury „a” były odróżnialne od tych z „b” należałoby wytworzyć dwa kondensaty z różnych pierwiastków. Wysiłki doświadczalne idą jednak w trochę innym kierunku trudniejszym do późniejszej interpretacji, ale łatwiejszym do zrealizowania — chmur z atomów tego samego pierwiastka, ale wyróżnione modami przestrzennymi. Schemat doświadczenia, który zaproponowaliśmy jako fizyczną realizację Hamiltonianu

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{OAT}}^{(l)} + \hat{H}_{\text{OAT}}^{(r)} + \hat{H}_{\text{EPR}} \quad (31)$$

jest przedstawiony na rysunku 6. Wymaga przygotowaniu dwóch niezależnych kondensatów, każdy w osobnej jamie potencjału, każdy w stanie początkowym (5). Pułapki o dwóch minimach wytwarza się w wielu doświadczeniach dedykowanym kondensatom Bosego-Einsteina. Jeśli stany $|0\rangle$ oraz $|1\rangle$ mają różną kwantową liczbę magnetyczną to po przyłożeniu odpowiedniego gradientu pola magnetycznego pułapki dla $|0\rangle$ powinny rozsunąć się w stosunku do pułapek dla $|1\rangle$. Eksperyment można tak przygotować, aby atomy w stanie $|1\rangle$ pierwotnie lewego kondensatu zderzyły się z atomami w stanie $|0\rangle$ pierwotnie prawego kondensatu. W trakcie tego etapu Hamiltonian jest z dobrym przybliżeniem właśnie postaci (31).

Układ ten jest interesujący, gdyż prowadzi do nielokalnych stanów splątanych. Schematy opisane w poprzednich podrozdziałach prowadziły do stanów, w których wszystkie atomy dzieliły wspólny przestrzenny orbital, a splątanie dotyczyło wewnętrznych stopni swobody. Tutaj splątanie następuje również między wewnętrznymi stopniami swobody, ale układów przestrzennie rozdzielonych. Praca [H8], w której zaproponowano powyższy schemat, jest podzielona na dwie części. Pierwsza część dotyczy zbadania własności

stanów powstających w chwilach czasu krótszych niż $1/(\sqrt{N}\chi_{ab})$. Wykazano, że w trakcie dynamiki narasta szczególnie rodzaj splątania tzw. sterowalność (ang. „steering”) między obydwooma kondensatami. Idea sterowalności jest przedstawiona poniżej.

Nierówność Heisenberga w układzie „a” prowadzi m.in. do relacji $\Delta^2 \hat{S}_y^{(a)} \Delta^2 \hat{S}_z^{(a)} \geq \langle \hat{S}_x^{(a)} \rangle$. Wyobraźmy sobie, że obserwator „b” dokonuje pomiaru w swoim podukładzie i rozważmy fluktuację różnicy jednoczesnych pomiarów $\hat{S}_y^{(a)}$ oraz $\hat{S}_y^{(b)}$, tzn. $\Delta^2 (\hat{S}_y^{(a)} - \hat{S}_y^{(b)})$. Gdyby nie było żadnych korelacji między układami „a” oraz „b”, to fluktuacja byłaby większa od $\Delta^2 \hat{S}_y^{(a)}$ o fluktuacje w drugim podukładzie „b”, czyli o składnik $\Delta^2 \hat{S}_y^{(b)}$. Natomiast dla układów skorelowanych może się zdarzyć, że fluktuacja tej różnicy jest mniejsza niż każda z fluktuacji lokalnych osobna, np $\Delta^2 (\hat{S}_y^{(a)} - \hat{S}_y^{(b)}) < \Delta^2 \hat{S}_y^{(a)}$. Takie korelacje są obecne nawet dla stanów „klasycznych”. Ciekawa sytuacja ma miejsce wtedy, gdy również względne fluktuacje innej, niekomutującej obserwabi są małe. Mechanika kwantowa dopuszcza mianowicie stany, dla których spełniona jest nierówność

$$\Delta^2 (\hat{S}_y^{(a)} - \hat{S}_y^{(b)}) \Delta^2 (\hat{S}_z^{(a)} + \hat{S}_z^{(b)}) < \langle \hat{S}_x^{(a)} \rangle, \quad (32)$$

czyli oba operatory $\hat{S}_y^{(a)}$ i $\hat{S}_z^{(a)}$ obserwatora „a” są na tyle skorelowane z pewnymi operatorami w układzie „b”, że możliwe jest złamanie odpowiednika nierówności Heisenberga, ale dla względnych obserwabi. Innymi słowy, możliwe jest, że obserwator „a” może na podstawie wyników pomiarów obserwatora „b” oszacować wartości obu niekomutujących operatorów w swoim układzie z małą niepewnością. Stany spełniające nierówności typu (32) są splątane w sensie Einsteina–Podolskiego–Rosena [11]. Nierówność (32) można uogólnić do kryterium

$$E_{\text{EPR}}^2 := \frac{4 \left(\Delta^2 \hat{S}_\alpha^{(a)} \Delta^2 \hat{S}_\beta^{(b)} - \text{Covar}^2(\hat{S}_\alpha^{(a)}, \hat{S}_\beta^{(b)}) \right) \left(\Delta^2 \hat{S}_{\alpha+\pi/2}^{(a)} \Delta^2 \hat{S}_{\beta+\pi/2}^{(b)} - \text{Covar}^2(\hat{S}_{\alpha+\pi/2}^{(a)}, \hat{S}_{\beta+\pi/2}^{(b)}) \right)}{\left(\Delta^2 \hat{S}_\alpha^{(a)} \Delta^2 \hat{S}_{\alpha+\pi/2}^{(a)} \right) \left| \langle \hat{S}_x^{(b)} \rangle \right|^2} < 1, \quad (33)$$

gdzie parametry α i β definiują między jakimi operatorami zachodzą korelacje

$$\hat{S}_\alpha^{(a)} := \cos \alpha \hat{S}_y^{(a)} + \sin \alpha \hat{S}_z^{(a)} \quad (34)$$

$$\hat{S}_\beta^{(b)} := \cos \beta \hat{S}_y^{(b)} + \sin \beta \hat{S}_z^{(b)}. \quad (35)$$

Przez $\text{Covar}^2(\hat{A}, \hat{B})$ rozumiana jest kowariancja $\langle \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} \rangle - 2\langle \hat{A} \rangle \langle \hat{B} \rangle$. Istnienie takich parametrów α i β , dla których E_{EPR} jest mniejsze niż 1 implikuje splątanie między układami „a” i „b”, a co więcej, podążając tokiem myślenia ze słynnej pracy A. Einsteina, B. Podolskiego i N. Rosena [11] pokazuje, że nie można pogodzić ze sobą lokalnego realizmu z mechaniką kwantową. Natomiast spełnienie warunku $E_{\text{EPR}} < 1$ nie jest wystarczające do odrzucenia teorii zmiennych ukrytych, tzn. warunek ten jest słabszy niż nierówność Bella. Powyższe kryterium zostało zaproponowane w pracy [38], a następnie zaadaptowane do współczesnego języka i sformalizowane w pracach [3, 55]. W pracy [H8] wskazano, że człon (30) powoduje powstawanie w trakcie dynamiki stanów o splątaniu typu EPR, a następnie znaleziono optymalny zestaw parametrów do wytworzenia tego typu stanów w laboratorium.

Druga część pracy [H8] poświęcona jest stanom powstającym w chwilach czasu znacznie późniejszych od $1/(\sqrt{N}\chi_{ab})$. Wykazaliśmy (dowód w pracy [H8]), że operator ewolucji $\exp(-iH_{\text{EPR}}t_q)$ w chwilach czasu postaci $t_q = \pi/(q\chi_{ab})$, gdzie q jest liczbą całkowitą ma szczególnie prostą postać:

$$\exp(-iH_{\text{EPR}}t_q) = \frac{1}{q} \sum_{k,l=0}^{q-1} e^{-i2\pi k l/q} e^{i\frac{2\pi}{q} k \hat{S}_z^{(b)}} e^{i\frac{2\pi}{q} l \hat{S}_z^{(a)}}, \quad (36)$$

czyli może zostać zapisany jako suma operatorów powodujących jednoczesne obroty w układach „a” i „b”. W szczególności w chwili $t_2 = \frac{\pi}{2\chi_{ab}}$ operator ewolucji dany jest wzorem

$$e^{i\pi \hat{S}_z^{(a)} \hat{S}_z^{(b)}} = \frac{1}{2} \left(1 + e^{i\pi \hat{S}_z^{(a)}} + e^{i\pi \hat{S}_z^{(b)}} - e^{i\pi (\hat{S}_z^{(a)} + \hat{S}_z^{(b)})} \right). \quad (37)$$

Oznacza to, że stan początkowy jest przez powyższy operator odwzorowany w superpozycję czterech stanów, które są stanem początkowym obracanych na pseudosferach Blocha układów „a” i „b” wokół osi

Z. Dla przykładu, rozważany stan początkowy

$$|\psi(t=0)\rangle = |\theta = \pi/2 \varphi = 0\rangle_a \otimes |\theta = \pi/2 \varphi = 0\rangle_b. \quad (38)$$

Wykorzystując relację (36) łatwo napisać stan w jakim układ znajdzie się w chwili $t_2 = \pi/(2\chi_{ab})$:

$$|\Psi(t_2)\rangle = \frac{1}{2}|\pi\rangle_a (|\pi\rangle_b + |0\rangle_b) + \frac{1}{2}|0\rangle_a (|\pi\rangle_b - |0\rangle_b), \quad (39)$$

gdzie $|\varphi\rangle_\sigma$ oznacza atomowy stan spójny na równiku pseudo-sfery Blocha, tzn. dla $\theta = \pi/2$ w układzie „ σ ”. Jest to przykład tzw. kota Schrödingera w dwóch pudełkach (ang. „Schrödinger cat in two boxes”). Zmierzenie fazy jednego z kondensatów, prowadzi do kolapsu drugiego kondensatu na stan kota Schrödingera znanego z poprzednich podrozdziałów. Stan (39) został wytworzony w nadprzewodzących kubitach, w układzie o podobnym opisie matematycznym. W tym roku trzy grupy doświadczalne wytworzyły stany splątane bliskie stanom typu Einsteina-Podolskiego-Rosena w kondensatach Bosego-Einsteina [26, 14, 28]. Główna różnica polegała na tym, że otrzymano je z jednego dwumodowego kondensatu, który następnie podzielono na dwie części. Notabene jedna z tych prac, opublikowana w Science [26], cytuje pracę [H8]. Pełna realizacja zaproponowanego schematu jest dość skomplikowana — dość wysublimowana analiza jest przedstawiona w pracy [H3]. Oczywiście jakakolwiek dyskusja stanów kwantowych w konkretnych układach nie ma dużego sensu dopóki nie uwzględni się rzetelnie dekoherencji. Straty cząstek w kontekście tworzenia tego typu splątania są dyskutowane w pracy [H2]. Schemat opiera się na nietrywialnej dynamice przestrzennej, która jest dyskutowana szczegółowo w pracy [H3].

Większość moich prac uwzględniała w szczegółach procesy niszczące spójność kwantową. Ich analiza jest tematem kolejnej części autoreferatu.

5.4 Dekoherencja

Powyżej przedstawiono schematy tworzenia stanów splątanych. Z drugiej strony, właściwie każda dynamika układu z co najmniej binarnymi oddziaływaniami prowadzi do narastania korelacji – bardzo często korelacji nieklasycznych i potencjalnie użytecznych. Nawet losowy zsymetryzowany stan jest stanem wysoce splątany [34]. Mimo to, wytworzenie jakiegokolwiek makroskopowego stanu splątanego jest w rzeczywistości niezwykle trudne. Skąd ten rozdźwięk, między teorią, a praktyką? Oczywiście odpowiedź tkwi w dekoherencji - ogóle procesów niszczących spójność kwantową. Procesy takie wynikają ze sprzężenia badanego układu z jego otoczeniem. Zimne atomy wydają się być dobrze izolowane - są chmurkami gazu wielkości rzędu mikrometra zawieszonymi w próżni przez siły elektromagnetyczne, lewitującymi w środku komór próżniowych wielkości metra. Co może zakłócić spokój stanów kwantowych? Wbrew oczekiwaniom źródeł jest wiele: atomy mogą zderzać się nieelastycznie, mogą być wybijane przez resztkowy gaz z komory próżniowej, mogą rozpraszać fotony z wiązek laserowych tworzących pułapki dla atomów, na dodatek ich stan pogarsza się przez niewystarczająco dobrze kontrolowane pole elektromagnetyczne. Wreszcie, powyżej opisane wyniki, były przedstawione w ramach bardzo uproszczonych modeli, często niewystarczających do uwzględnienia prawdziwej dynamiki. Poniżej szczegółowo opisano jakich dokładnie uproszczeń dokonano w powyższych rozważaniach, jak ulepszyć modele matematyczne, aby były przynajmniej wewnętrznie spójne i ostatecznie jakie są konsekwencje dokonanych uproszczeń.

Większość moich prac dotyczyła właśnie roli dekoherencji - zbadaniu pełnej dynamiki, uwzględniając mechanizmy psujące stany kwantowe, w celu określenia, które stany mają rzeczywiście szansę na realizację.

Prace [H2, H4, H7, H9] zawierały analizę wpływu strat cząstek na tworzenie splątania. W publikacjach [H3, H4] zanalizowano dokładnie dynamikę z uwzględnieniem przestrzennych stopni swobody. W pracy [H4] pokazano również jaki jest wpływ fluktuacji całkowitej liczby cząstek na niszczenie spójności w układzie. Praca [H6] zawiera opis efektów związanych z rozpraszaniem światła na atomach (jest to istotne dla schematów wykorzystujących wnękę rezonansową). W pracy poświęconej modelowi "two-axis counter twisting" zbadano dość ogólny model szumu — z braku fizycznej implementacji hamiltonianu TACT poprzestano na rozpatrywaniu abstrakcyjnego modelu nie odnosząc się do fizycznych mechanizmów powodujących dekoherencję. Poniżej wyliczono istotne źródła niszczenia spójności w kontekście schematów tworzenia stanów splątanych opisanych w poprzedniej części, wskazując na wyniki opisane w publikacjach stanowiących osiągnięcie naukowe.

5.4.1 Straty cząstek

Zapewne najpoważniejszym czynnikiem niszczącym kwantowe korelacje są straty cząstek. Dla przykładu rozważmy stan maksymalnie splątany, przykład kota Schrödingera, zwany stanem NOON lub stanem Greenberga–Horna–Zeilingera (GHZ):

$$|\text{NOON}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|N, 0\rangle + |0, N\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\bigotimes_{i=1}^N |0\rangle_i + \bigotimes_{i=1}^N |1\rangle_i \right). \quad (40)$$

Jest to stan splątany, w którym jednocześnie wszystkie cząstki są w stanie $|0\rangle$ i wszystkie cząstki w stanie $|1\rangle$. Pomiar poziomu energetycznego jakiegokolwiek cząstki, zgodnie z aksjomatami mechaniki kwantowej, spowoduje ustalenie jej stanu albo na $|0\rangle$ albo na $|1\rangle$. Ze względu na korelacje między cząstkami, będzie to jednocześnie oznaczało, że cały stan został zrzucony albo na $\bigotimes_{i=1}^N |0\rangle_i$ albo na $\bigotimes_{i=1}^N |1\rangle_i$, czyli na spinowy stan spójny. Innymi słowy - pomiar wykonany na jednej cząstce, może zniszczyć całe kwantowe splątanie, niezależnie od wielkości układu.

Pomiar, to w zasadzie skorelowanie innego układu, detektora lub innego „otoczenia”, z układem mierzonym. Tak szeroko rozumiane pomiary cząstek zachodzą w rzeczywistych układach bez przerwy - np. w trakcie procesów podczas, których liczba cząstek w gazie maleje. W zimnych atomach istotne typy strat cząstek można podzielić na trzy kategorie, w zależności od tego ile cząstek jest traconych „na raz”.

Jak wykazano w pracach [H4, H7], to straty jednociąlowe są głównym ograniczeniem na tworzenie stanów wysoce splątanych. Przyczyną tych strat są zderzenia między atomami otoczenia tworzącymi resztkowe ciśnienie komory próżniowej, w której trzymany jest ultrazimny gaz, a atomami tego gazu. Gaz resztkowy jest w równowadze termicznej ze ścianami komory próżniowej, która z kolei jest w temperaturze pokojowej. Oznacza to, że typowy atom tła ma duży pęd, znacznie większy niż atomy ze schłodzonego gazu poruszające się z prędkościami rzędu cm/s. Podczas zderzenia, atom z tła po prostu wybija wolny atom z pułapki trzymającej schłodzoną próbkę. Przy obecnej technologii, atom jest wybijany z pułapki średnio po kilku sekundach.

Przyczyną tworzenia stanów splątanych są elastyczne zderzenia między atomami. Zdarza się jednak, z małym prawdopodobieństwem, że podczas zderzeń oba atomy zmieniają stan energetyczny na inny poziom nadsubtelny (w typowych zderzeniach całkowita magnetyzacja jest zachowana, jednak magnetyczne liczby kwantowe m_F poszczególnych atomów mogą ulec zmianie). W takiej sytuacji, albo oba atomy są natychmiast tracone z pułapki (dzieje się tak w pułapkach magnetycznych), albo zostają w pułapce, ale nie są następnie mierzone. Jest to przykład strat dwuciąlowych.

Jak wspomniano wyżej, atomy schłodzonego gazu mają prędkości rzędu cm/s. Dla typowo używanych pierwiastków, oznacza to temperatury rzędu setek nano Kelwinów. Jak w ogóle można mówić o schłodzonym gazie, skoro w takich temperaturach atomy powinny zlepić się w ciało stałe, kawałek metalu? Rzeczywiście, doświadczenia wykonywane są na metastabilnych gazach, które w trakcie trwania doświadczenia powoli krystalizują. Aby atomy mogły tworzyć zaczątek ciała stałego potrzebne są jednak zderzenia, w których uczestniczą przynajmniej trzy atomy – dwa z nich utworzą stan związany, trzeci atom jest niezbędny do spełnienia zasady zachowania energii i pędu. Po takim zderzeniu wszystkie trzy atomy są tracone - dwa, które utworzyły stan związany mają strukturę energetyczną niedostosowaną do laserów tworzących pułapkę, a trzeci atom uzyskuje wystarczająco dużą prędkość, żeby uciec z wiązek laserowych do komory próżniowej. Jest to przykład strat trójciąlowych.

Dynamika uwzględniająca straty cząstek jest zazwyczaj modelowana tzw. równaniem master

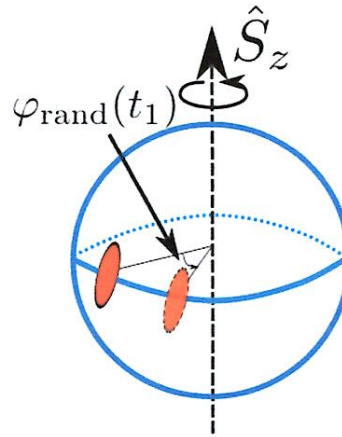
$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + \mathcal{L}[\rho], \quad (41)$$

gdzie $\mathcal{L}[\rho]$ jest członem Lindblada postaci:

$$\mathcal{L}[\rho] = \sum_k \Gamma_k \hat{C}_k \rho \hat{C}_k^\dagger - \frac{\Gamma_k}{2} \left(\hat{C}_k^\dagger \hat{C}_k \rho + \rho \hat{C}_k^\dagger \hat{C}_k \right). \quad (42)$$

Operatory \hat{C}_k^\dagger to tzw. operatory skoku. W przypadku strat jednociąlowych należą one do zbioru $\{\hat{a}_0, \hat{a}_1\}$, w przypadku strat dwuciąlowych $\{\hat{a}_0^2, \hat{a}_1^2, \hat{a}_0 \hat{a}_1\}$ a w przypadku strat trójciąlowych do $\{\hat{a}_0^3, \hat{a}_1^3, \hat{a}_0^2 \hat{a}_1, \hat{a}_0 \hat{a}_1^2\}$.

Ten powszechnie używany model, był wyprowadzany *ab initio* np. w [21, 22]. W kontekście kondensatów Bosego-Einsteina zapewne pierwsze istotne wnioski zostały wysunięte w pracy Alice Sinatry i Yvana Castin [44].



Rys. 7: Szum fazowy: na skutek cząstek traconych podczas nieliniowej dynamiki układ jest obracany wokół osi Z (pseudo)sfery Blocha o losowy kąt, zależny od chwil, w których cząstki są tracone oraz od stanów wewnętrznych tych cząstek.

Straty cząstek były przedmiotem prac [H2, H4, H7, H9], spośród których praca [H4] jest pracą kompleksową, w której uwzględniono praktycznie ogół czynników niszczących spójność kwantową.

Badając warunkowe funkcje falowe uzyskane metodą trajektorii kwantowych wraz ze współpracownikami z Grenoble, Dominique Spehnerem (obecnie Universidad de Concepción, Chile), Anną Minguzzi oraz Giulia Ferrini (obecnie Chalmers, Göteborg) zrozumieliśmy, że straty cząstek prowadzą do trzech mechanizmów niszczenia spójności. Te trzy mechanizmy to [H7, H9]

- Szum fazowy (ang. „phase noise”).

Rozważmy stan układu wytworzony w modelu „one-axis twisting” w chwili t , ale pod warunkiem dokładnie jednej straconej cząstki, straconej w układzie dokładnie w chwili t_1 . Taki stan warunkowy jest stanem czystym [7], danym wzorem:

$$|\psi(t|t_1, \epsilon)\rangle = e^{-i\varphi(t_1, \epsilon)\hat{S}_z} \left(e^{-i\hat{H}t} |\psi(t=0)\rangle_{N-1} \right), \quad (43)$$

gdzie $\epsilon = 0, 1$ wskazuje, w którym stanie wewnętrznym cząstka została stracona, a stan $|\psi(t=0)\rangle_{N-1}$ jest spinowym stanem spójnym (5), ale z początkowo $N - 1$ atomami. Kluczowy jest człon $e^{-i\varphi(t_1, \epsilon)\hat{S}_z}$, który powoduje obrót stanu na (pseudo)sferze Blocha wokół osi Z o kąt $\varphi(t_1, \epsilon)$, który zależy od chwili t_1 kiedy cząstkę stracono, oraz od wewnętrznego stanu tej cząstki. W rzeczywistości nie ma kontroli nad chwilą kiedy cząstki są tracone, ani nad tym, w którym ze stanów wewnętrznych zachodzą straty. Stan układu po stracie jednej cząstki jest więc mieszaniną stanów (43), ale z losową wartością czasu $t_1 \in [0, t]$ oraz $\epsilon = 0, 1$. Jest to więc mieszanina tych samych stanów czystych $e^{-i\hat{H}t} |\psi(t=0)\rangle_{N-1}$ obróconych o losowe kąty $\varphi(t_1, \epsilon)$. Efekt ten nazywany jest szumem fazowym i został zauważony już w pracy [44] a następnie dokładnie analizowany w [57].

- Destruktywna interferencja (ang. „channeling”).

Destruktywna interferencja odnosi się tutaj do zaniku spójności na skutek mieszania dwóch stanów, obu otrzymanych przez stratę jednej cząstki, ale w różnym stanie wewnętrznym. Intuicja opiera się na następujących obserwacjach. Stan kota Schrödingera pozbawiony jednej cząstki w stanie $|0\rangle$ ciągle jest kotem Schrödingera, tylko z mniejszą liczą cząstek:

$$\hat{a}_0|\text{cat}\rangle = \hat{a}_0 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (|\varphi=0\rangle_N + i|\varphi=\pi\rangle_N) \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\varphi=0\rangle_{N-1} + i|\varphi=\pi\rangle_{N-1}). \quad (44)$$

Jeśli stracona cząstka była w stanie $|1\rangle$ wtedy mamy

$$\hat{a}_1|\text{cat}\rangle = \hat{a}_1 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} (|\varphi=0\rangle_N + i|\varphi=\pi\rangle_N) \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\varphi=0\rangle_{N-1} - i|\varphi=\pi\rangle_{N-1}). \quad (45)$$

Gdy nie można kontrolować jakie atomy są tracone z układu, a tempa strat nie zależą od stanu wewnętrznego, wtedy stan po utracie jednej cząstki staje się mieszaniną stanów danych równaniami (44) oraz (45), czyli stanem separowalnym

$$\rho_{\text{dec}} = \frac{1}{2} |\varphi = 0\rangle\langle\varphi = 0| + \frac{1}{2} |\varphi = \pi\rangle\langle\varphi = \pi|. \quad (46)$$

Analogiczne zjawisko ma miejsce w nieliniowej i nieunitarnej dynamice wyrażonej równaniem master (41) – mieszanie warunkowych stanów układu nawet przy ustalonej chwili, w której cząstki były tracone, np. $|\psi(t_c|t_1, 0)\rangle$ z $|\psi(t_c|t_1, 1)\rangle$ błyskawicznie niszczy spójność stanu.

- Nieliniowe tłumienie (ang. „Gaussian damping” [H7, H9]).

Ostatni z wymienionych efektów, nieliniowe tłumienie dotyczy strat 2- i 3-ciałowych. U podłoża stoi prosta obserwacja dotycząca strat 2-ciałowych: w krótkim przedziale czasu stan z $2N$ cząstkami straci ich 4-krotnie więcej, niż stan z N cząstkami. Wynika to z tego, że straty te są spowodowane zderzeniami między atomami, a liczba par atomów rośnie kwadratowo z liczbą atomów. Jeśli stan jest superpozycją różnych stanów Focka $|k, N-k\rangle$ (tylko takie sytuacje były przez mnie badane), to waga każdego ze stanów Focka zależy od k . W szczególności waga przy stanie Focka $|N/2, N/2\rangle$ maleje najwolniej, a stanów $|N, 0\rangle$ o $|0, N\rangle$ – najszybciej. Powoduje to powolny zanik kwantowej spójności. Z drugiej strony, efekt ten może być czasami korzystny — wykorzystano go do zmniejszenia fluktuacji całkowitej liczby cząstek z typowych fluktuacji danych rozkładem Poissona do reżimu sub-Poissonowskiego [53].

Największe konsekwencje z wyżej wymienionych efektów ma szum fazowy oraz destruktywna interferencja. Głównym wynikiem prac [H7] oraz [H9], poza dokładnym zrozumieniem niszczenia spójności przez straty cząstek, było wykazanie, że w pewnych sytuacjach szum fazowy można znacznie zmniejszyć. Okazuje się, że dla odpowiedniego doboru parametrów straty w jednym ze składników, np. dla atomów w stanie $|0\rangle$, w ogóle nie niosą ze sobą szumu fazowego. Efekt wymaga zwiększenia oddziaływań i takich geometrii, dla których różne wkłady w szum fazowy wzajemnie się znoszą. Metoda nazwana została po prostu metodą kompensacji. W pracy [H7] zademonstrowano metodę kompensacji dla przypadku strat dwuciałowych. Publikacja [H7] jest dłuższym manuskrytem, w którym szczegółowo omawiane są straty 1-, 2- i 3-ciałowe, wraz ze wzajemnymi relacjami między nimi.

Metoda kompensacji pozwala uniknąć szumów wynikających ze strat w jednym składniku, ale zwiększa szum związany ze stratami w drugim składniku, $|1\rangle$. Mimo to efekt jest istotny, gdyż w zimnych atomach np. straty dwuciałowe nie są symetryczne — ich tempo zależy od stanu wewnętrznego, w którym były atomy. Obserwacje te wykorzystano w pracy [H4], która m. in. podaje explicite parametry doświadczalne, dla których możliwe powinno być otrzymanie kota Schrödingera, pomimo utraty 20% cząstek.

Wypracowane metody rozwiązywania równań master zostały użyte w pracy [H2] do zbadania jakie stany splątane przestrzennie rozdzielonych kondensatów można otrzymać w schemacie przedstawionym na Rys. 6. Okazuje się, że w tym schemacie nie ma możliwości wzajemnego kompensowania różnych źródeł szumów. W konsekwencji, jedna stracona cząstka w trakcie nieliniowej ewolucji niszczy stany niegaussowskie. Jest natomiast możliwe otrzymanie stanów o splątaniu typu EPR. Wynik z pracy [H2] dla parametrów doświadczalnych przedstawiono na Rys. 8.

5.4.2 Fluktuacje całkowitej liczby cząstek

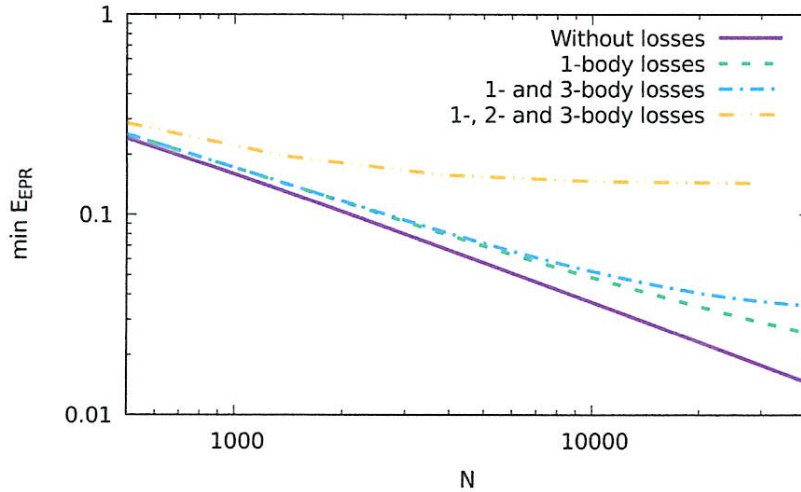
Znaczna większość prac teoretycznych zakłada, że całkowita liczba cząstek jest ustalona. W rzeczywistości liczba ta podlega fluktuacjom, typowa dyspersja całkowitej liczby atomów jest rzędu \sqrt{N} . Fluktuacje całkowitej liczby cząstek wpływają na dynamikę poprzez oba człony tworzące hamiltonian (24):

- $\hat{h}_{\text{CS}} = \tilde{\chi} \hat{N} \hat{S}_z$

Jest to efekt znany w metrologii – zderzenia między atomami wpływają na wyniki pomiarów częstości (ang. „collisional shift”). Efekt jest tym większy im więcej tych zderzeń jest, zależy więc od lokalnej gęstości. Skutkiem obecności wyrazu $\tilde{\chi} \hat{N} \hat{S}_z$ w hamiltonianie są obroty stanu wokół osi Z na sferze Blocha, ale o kąt który zależy od operatora całkowitej liczby cząstek \hat{N} .

- $\hat{h}_{\text{OAT}} = \chi \hat{S}_z^2$

Jak opisano powyżej, wyraz ten jest odpowiedzialny za narastanie splątania w układzie, w szczególności może doprowadzić układ do stanu kota Schrödingera. Okazuje się, że jaki to będzie dokładnie



Rys. 8: Parametr splątania E_{EPR} dany równaniem (33) w funkcji liczby cząstek. Dla każdej liczby cząstek przedstawiono minimalną wartość E_{EPR} zoptymalizowaną po kątach α oraz β oraz czasie nieliniowej ewolucji t . Wyniki obliczono dla atomów rubidu 87 umieszczonych w symetrycznych pułapkach o częstotliwości $\omega = 2\pi \times 200\text{Hz}$. Zwiększanie liczby cząstek powoduje zwiększanie gęstości układu, a w konsekwencji częstsze zderzenia i straty trójciałowe. Stąd dla danej częstotliwości pułapki istnieje optymalna liczba atomów do produkcji stanów o splątaniu typu EPR.

kot, zależy od całkowitej liczby cząstek N . Dla parzystej liczby cząstek kot jest superpozycją stanów własnych operatora \hat{S}_x , a dla nieparzystej - operatora \hat{S}_y . Ponadto od N zależy również względna faza między elementami superpozycji. Dokładna analiza [H4] pokazuje, że rodzaj kota zależy od reszty z dzielenia całkowitej liczby cząstek N przez 4.

W typowym doświadczeniu całkowita liczba cząstek jest dana rozkładem Poissonowskim. Stan początkowy nie jest więc stanem czystym - jego macierz gęstości wyrażona jest wzorem:

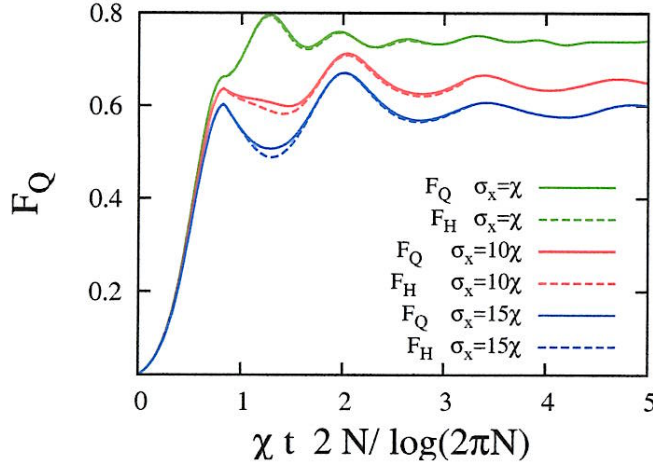
$$\hat{\rho}(t=0) = \sum_{N=0}^{\infty} p_N |\theta = \frac{\pi}{2}, \varphi = 0\rangle_N \langle \theta = \frac{\pi}{2}, \varphi = 0|_N, \quad (47)$$

gdzie napisano explicite indeks N wskazujący liczbę cząstek stanu czystego $|\theta = \frac{\pi}{2}, \varphi = 0\rangle_N$. Współczynniki p_N są prawdopodobieństwami wystąpienia N cząstek w stanie początkowym. W chwili $\chi t = \pi/2$ zamiast czystego stanu kota Schrödingera można otrzymać co najwyżej mieszaninę stanów kota Schrödingera o różnych liczbach cząstek, różnie położonych na (pseudo)sferze Blocha. Gdyby liczba cząstek nie zmieniała się w trakcie przeprowadzania eksperymentu oraz gdyby tę liczbę można było zmierzyć w stanie końcowym, to położenie kota, przynajmniej dla celów tomografii kwantowej można by było odtworzyć. Jednak na skutek strat całkowita liczba cząstek zmienia się w czasie w niekontrolowany sposób czyniąc post-selekcję niemożliwą do zrealizowania.

Okazuje się jednak, że istnieje taki dobór parametrów χ i $\tilde{\chi}$, że oba powyżej opisane obroty znoszą się wzajemnie. Dobór optymalnych parametrów zależy od stanu, który jest naszym celem. Dla próby osiągnięcia kota Schrödingera, czyli dla stanu oczekiwanego w chwili $t_2 = \pi/(2\chi)$, optymalnie jest spełnić dokładnie taki sam warunek jak dla uniknięcia szumu fazowego wynikającego ze strat cząstek [H4]. Innymi słowy, metoda kompensacji opisana w pracach [H7] i [H9], służąca do zmniejszenia szumów pochodzących od strat cząstek, jest również przydatna do uniknięcia szumów wywołanych fluktuacjami całkowitej liczby cząstek.

5.4.3 Model TACT, a szумы

Jak pokazano w pracy [45] wiele różnych źródeł dekoherencji, takich jak straty cząstek, efekty temperaturowe, fluktuacje całkowitej liczby cząstek, drgania zewnętrznych potencjałów, przyczyniają się do szumu fazowego. To prowadzi następnie do bardzo popularnego podejścia, w którym pomija się właściwie całą fizykę, pracując na uproszczonych modelach. Traci się wtedy możliwość uwzględniania



Rys. 9: Informacja Fishera stanów pojawiających się w schemacie TACT, z impulsem zatrzymującym splątanie zastosowanym w chwili $\chi t = \log(2\pi N)/(2N)$ (praca [H5]). Linie o różnych kolorach odpowiadają różnym amplitudom szumów, losowanym, a następnie uśrednionym, z rozkładem Gaussa o dyspersjach $\sigma_x = \chi, 10\chi, 15\chi$. Linie przerywane odpowiadają klasycznej informacji Fishera opartej na odległości Hellingera, co odpowiada obecnie stosowanym metodom mierzenia tej wielkości. Rysunek zaczerpnięty z pracy [H5].

wielu mikroskopowych efektów, takich jak metoda kompensacji [H4, H7, H9], wpływ przestrzennych stopni swobody [H3, H4], czy samofazowanie spinu [9, 16, 25, 47] (ang. „spin-self rephasing”). Z drugiej strony, rozwiązywanie uproszczonego modelu pozwala dość szybko jakościowo ocenić wpływ szumów.

Praca [H5] dotyczyła pułapkowania splątania w ramach modelu "two-axis counter twisting" (TACT). Model ten nie doczekał się fizycznej realizacji, mimo wielu pomysłów teoretycznych [18, 48, 32, 33, 51, 1]. Stąd do oceny użyteczności tego schematu posłużono się następującym fenomenologicznym modelem szumu. Założono model, w którym ruch dany jest równaniem

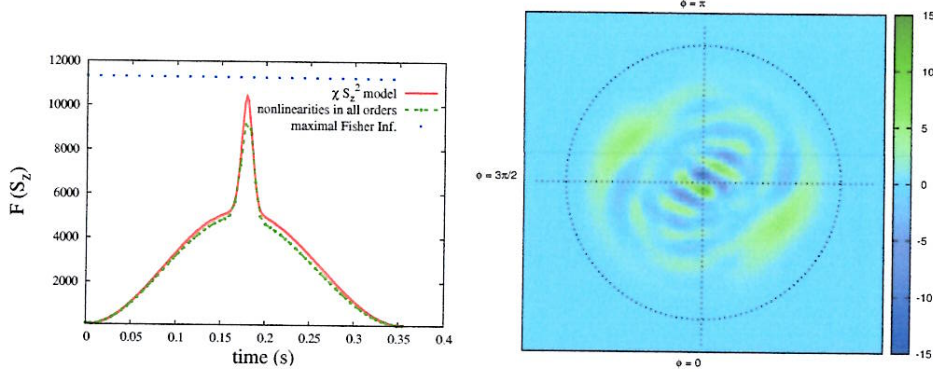
$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \left(\hat{H}_{\text{TACT}} + \gamma \hat{S}_x \right) |\psi\rangle, \quad (48)$$

z potencjalnie zależnym od czasu stochastycznym współczynnikiem γ oraz hamiltonianem \hat{H}_{TACT} danym wzorem (15). Stan w chwili t otrzymuje się uśredniając rozwiązania powyższego równania po realizacjach γ .

Okazuje się, że model TACT, oraz schemat zatrzymywania dynamiki splątania opisaną w poprzedniej części autoreferatu, są dość niezwykle w kontekście szumów. Nawet, gdy rozrzut σ_x współczynników natężenia γ w równaniu (48) jest rząd wielkości większy niż nieliniowość χ splątanie ciągle może być zachowywane. W pracy [H5] przedstawiono dowód tego faktu. Dowód opiera się na obserwacji, że nawet w obecności szumu operator parzystości $\bigotimes_{i=1}^N \sigma_x^{(i)}$ jest stałą ruchu. Z drugiej strony wiadomo [42], że dla szerokiej klasy stanów operator parzystości pozwala wysycić kwantową informację Fishera. Ścisłe obliczenia w oparciu o Informację Fishera obliczoną dla pomiarów operatora parzystości pozwoliły wykazać, że nawet w przypadku z szumami schemat zatrzymywania splątania jest efektywny, parzystość jest wielkością, której pomiary mogą zostać użyte to optymalnej estymacji i wysycenia również w tym dysypatywnym układzie kwantowej informacji Fishera, która pozostaje rzędu N^2 nawet dla gigantycznie dużych szumów. W pracy [H5] pokazano również, że układ jest jednak czuły na szumy w innych kierunkach, tzn. generowanych przez \hat{S}_y bądź \hat{S}_z . Oznacza to, że w fizyczna implementacja powinna być taka, aby dysypacje odbijały się głównie na szumie typu \hat{S}_x , który jest tutaj najmniej destruktywny.

5.4.4 Nieliniowości wyższych rzędów

Wiele wyników z poprzedniej części pracy opartych było na modelu „one-axis twisting”, w którym dynamika jest generowana operatorem energii $H = \chi \hat{S}_z^2 + \tilde{\chi} \hat{N} \hat{S}_z$. Z drugiej strony, uważny czytelnik zauważył zapewne pewną niecisłość w agitowaniu tego modelu (24).



Rys. 10: **Lewy rysunek:** Klasyczna informacja Fishera stanów pojawiających się podczas ruchu kondensatu Bosego-Einsteina atomów dwupoziomych w optymalnych i realistycznych warunkach. Obliczenia wykonano dla średnio 150 atomów rubidu ^{87}Rb , spośród których średnio 6 były w stanie $|1\rangle$. Wykresy otrzymano uwzględniając realistyczne straty cząstek oraz fluktuacje całkowitej liczby cząstek. Czerwona linia odpowiada wynikom, w których unitarna część dynamiki była modelowana prostym hamiltonianem (14). Wyniki z uwzględnieniem nieliniowości w wyższych rzędach (49) zaznaczone są zieloną linią. **Prawy rysunek:** Funkcja Wignera stanu pojawiającego się po ewolucji trwającej ok 180ms, bliska funkcji Wignera kota Schrödingera.

W wyprowadzeniu założono, że operatory pola są postaci $\hat{\Psi}_\epsilon(\mathbf{r}) = \psi_{\text{GPE}}^{(\epsilon)}(\mathbf{r}) \hat{a}_\epsilon$, zakładając, że $\psi_{\text{GPE}}^{(0)}(\mathbf{r})$ oraz $\psi_{\text{GPE}}^{(1)}(\mathbf{r})$ są orbitalami obsadzonymi przez cząstki w $|0\rangle$ oraz w $|1\rangle$. Orbitale zostały przybliżone rozwiązaniami równania Grossa-Pitajewskiego. Tymczasem równania Grossa-Pitajewskiego (22) zależą od tego ile dokładnie atomów jest w stanie $|0\rangle$, a ile w stanie $|1\rangle$. Innymi słowy każdy stan Focka $|N_0, N_1\rangle$ powinien opierać się na innych orbitalach, właściwie pojęcie orbitalu traci tutaj sens. Ostatecznie otrzymany wzór na energię (14) należy poddać w wątpliwość.

Jasnym jest, że model „one-axis twisting” jest jedynie grubym przybliżeniem. W pracy [H4] zaproponowano fenomenologiczny model, który powinien lepiej modelować energię układu. Dość naturalnym wydaje się przybliżenie, że energia dwóch kondensatów Bosego-Einsteina o liczbach cząstek odpowiednio N_0 i N_1 powinna być dana energią Grossa-Pitajewskiego $E_{\text{GPE}}(N_0, N_1)$. Wiadomo również, że procesy zmieniające stan wewnętrzny są zaniedbywalne w unitarnej dynamice, więc z dobrym przybliżeniem hamiltonian powinien być diagonalny w bazie Focka. Stąd zaproponowany następujący hamiltonian [H4]

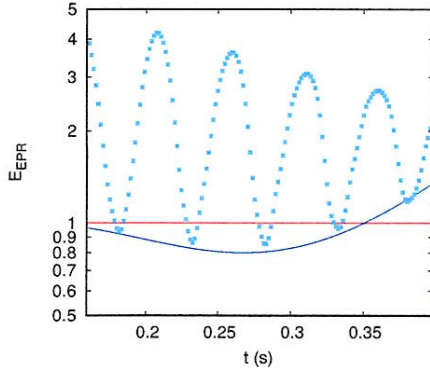
$$\hat{H} = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{N_0=0}^N E_{\text{GPE}}(N_0, N_1) |N_0, N_1\rangle \langle N_0, N_1|, \quad (49)$$

gdzie pierwsza suma jest po całkowitej liczbie cząstek, a druga suma po liczbie cząstek w stanie $|0\rangle$. Model taki ciągle jest daleki od doskonałości - nie podano explicite orbitali na jakich należy zbudować stany Focka, milcząco zakładając, że każdy stan Focka jest oparty na tych samych orbitalach. Ten punkt jest dyskutowany w dalszej części autoreferatu.

W pracy [H4] uwzględniano hamiltonian w postaci (49), ze współczynnikami $E_{\text{GPE}}(N_0, N_1)$ obliczonymi numerycznie ze stacjonarnych sprzężonych równań Grossa-Pitajewskiego (22). Podejście takie jest kosztowne numerycznie - wymaga rozwiązywania tysięcy nieliniowych równań cząstkowych tylko w celu skonstruowania hamiltonianu. Prosty model, typu „one axis twisting” można wyprowadzić z powyższego hamiltonianu rozwijając energie $E_{\text{GPE}}(N_0, N_1)$ wokół średniej oczekiwanej liczby atomów w obu stanach, \bar{N}_0 oraz \bar{N}_1

$$E_{\text{GPE}}(N_0, N_1) = E_{\text{GPE}}(\bar{N}_0, \bar{N}_1) + \sum_{i=0,1} \frac{\partial E_{\text{GPE}}}{\partial N_i} \Big|_{N_i=\bar{N}_i} (N_i - \bar{N}_i) \quad (50)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i,j=0,1} \frac{\partial^2 E_{\text{GPE}}}{\partial N_i \partial N_j} \Big|_{N_i=\bar{N}_i} (N_i - \bar{N}_i) (N_j - \bar{N}_j), \quad (51)$$



Rys. 11: Ewolucja parametru splątania E_{EPR} stanów powstających w wyniku ewolucji przestawionej w schemacie na Rys. 6. W obliczeniach uwzględniono dynamikę w przestrzennych stopniach swobody (niebieska linia przerywana) i porównano wyniki z uproszczonym modelem. Rysunek z pracy [H3].

a następnie przegrupować wyrazy do postaci:

$$\hat{H} = \sum_{N=0}^{\infty} \sum_{N_0=0}^N \left(\frac{1}{4} \chi (N_0 - N_1)^2 + \frac{1}{2} \tilde{\chi} N (N_0 - N_1) + v (N_0 - N_1) + f(N) \right) |N_0, N_1\rangle \langle N_0, N_1|, \quad (52)$$

równoważnej z „one-axis twisting” (14). Rozwinięcie takie ma sens dopóki w dynamice nie pojawiają się obsadzenia liczb cząstek odległe od średnich \bar{N}_0 oraz \bar{N}_1 oraz przy założeniu, że energia $E_{\text{GPE}}(N_0, N_1)$ jest funkcją wolno zmieniającą się z liczbami cząstek. Poprzez rozwinięcie $E_{\text{GPE}}(N_0, N_1)$ w dalszych rzędach w zmiennych $N_0 - \bar{N}_0$ oraz $N_1 - \bar{N}_1$ można uwzględnić wyższe rzędy nieliniowości. Obliczenia oparte bezpośrednio na postaci (49) traktowano jako obliczenia we wszystkich rzędach nieliniowości.

Dopiero takie wyprowadzenie pozwala znaleźć wyrażenia na parametry uproszczonego hamiltonianu, potwierdzone doświadczalnie:

$$\chi = \frac{1}{2\hbar} \left(\frac{\partial^2 E_{\text{GPE}}}{\partial N_0^2} + \frac{\partial^2 E_{\text{GPE}}}{\partial N_1^2} - 2 \frac{\partial^2 E_{\text{GPE}}}{\partial N_0 \partial N_1} \right) \Big|_{N_i=\bar{N}_i} \quad (53)$$

$$\tilde{\chi} = \frac{1}{2\hbar} \left(\frac{\partial^2 E_{\text{GPE}}}{\partial N_1^2} - \frac{\partial^2 E_{\text{GPE}}}{\partial N_0^2} \right) \Big|_{N_i=\bar{N}_i}. \quad (54)$$

Na Rys. 10 przedstawiono porównanie między wynikami z uwzględnieniem pełnego hamiltonianu (49) oraz jego bardzo uproszczonego odpowiednika typu „one-axis twisting” (14). Akurat w tym optymalnym przypadku nieliniowości wyższych rzędów nie wpływały znacząco na dynamikę.

Rysunek 10 przedstawia kluczowy wynik pracy [H4]. W ramach dość rozbudowanego modelu, z uwzględnieniem strat cząstek, częściowo dynamiki przestrzennej, fluktuacji liczby cząstek, a nawet nieliniowości wyższych rzędów pokazano, że w kondensatach Bosego-Einsteina możliwe jest wytworzenie małych kotów Schrödingera.

5.4.5 Rola przestrzennych stopni swobody

Wzór (49) prowadzi do wyników zgodnych z doświadczeniem w reżimie bardzo małych gęstości, nie jest jednak poprawny np. w reżimie Thomasa-Fermiego, w którym wykonywana jest większość eksperymentów. Wzór ten jest w istocie oparty na założeniu, że każdy ze stanów Focka $|N_0, N_1\rangle$ oparty jest na tych samych orbitalach, będących rozwiązaniami równań Grossa-Pitajewskiego z pewną ustaloną średnią liczbą cząstek. Założenie to jest spełnione jedynie w chwili początkowej. Mianowicie typowe doświadczenie zaczyna się wytworzeniem chmury gazu ze wszystkimi atomami w tym samym stanie wewnętrznym, np. $|0\rangle$. Następnie na układ działa się impulsem Rabiego, który realizuje dla każdego atomu z osobną transformację $|0\rangle \mapsto (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$. Jest to krótki impuls, znacznie szerszy niż rozmiar chmury atomowej, więc praktycznie nie wpływa na przestrzenne stopnie swobody. Zatem początkowo atomy rzeczywiście dzielą wspólną jednocząstkową funkcję falową $\psi_{\text{GPE}}^{(0)}$ odpowiadającą rozwiązaniu z

zerową liczbą atomów w stanie $|1\rangle$. Stan początkowy w przestrzeni z N cząstkami jest więc, z bardzo dobrym przybliżeniem, postaci

$$|\psi(t=0)\rangle = \sum_{N_0=0}^N \sqrt{\frac{1}{2^N} \binom{N}{N_0}} |N_0 : \psi_{\text{GPE}}^{(0)}(N_0 = N), N - N_0 : \psi_{\text{GPE}}^{(0)}(N_0 = N)\rangle, \quad (55)$$

z atomami z obu składników, $|0\rangle$ oraz $|1\rangle$, obsadzającymi ten sam mod przestrzenny $\psi_{\text{GPE}}^{(0)}(N_0 = N)$, będący rozwiązaniem równania Grossa-Pitajewskiego ze wszystkimi atomami w składniku $|0\rangle$. Ten stan jednak nie jest stanem stacjonarnym równania Grossa-Pitajewskiego z innym rozkładem cząstek pomiędzy poziomy $|0\rangle$ i $|1\rangle$. Przestrzenna dynamika tego układu może być dość skomplikowana, w skrajnej sytuacji oba składniki mogłyby się odepchnąć tworząc domeny spinowe. Uwzględnienie dynamiki przestrzennych stopni swobody jest szczególnie ważne w schemacie zaproponowanym do wytworzenia stanów EPR przedstawionym na Rys. 6, który opiera się na manipulowaniu modami przestrzennymi. Przestrzenne stopnie swobody opisano w formalizmie przedstawionym w pracy [43], zastosowanym w przypadku dwóch modów w [57], ale dokonując istotnych uogólnień, m.in. rozwijając teorię do większej liczby modów.

„Orbitale”, na których oparte są stany Focka ewoluują w zależności od liczby atomów w $|0\rangle$ oraz liczby atomów w $|1\rangle$. Dla dowolnej chwili czasu stan czterech chmur gazowych rozważanych w kontekście tworzenia stanów Einsteina-Podolskiego-Rosena przybliżany jest formułą

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{\vec{N}} c_{\vec{N}}(t) |N_{0a} : \psi^{(0a)}(\vec{N}, t), N_{1a} : \psi^{(1a)}(\vec{N}, t)\rangle |N_{0b} : \psi^{(0b)}(\vec{N}, t), N_{1b} : \psi^{(1b)}(\vec{N}, t)\rangle, \quad (56)$$

gdzie funkcje $\psi^{(\sigma\epsilon)}(\vec{N}, t)$, dla $\sigma = a, b$ oraz $\epsilon = 0, 1$ zależą od czasu t , położenia \mathbf{r} (dla zwięzłości nienapisanego explicite) oraz wektora obsadzeń poszczególnych modów $\vec{N} = [N_{0a}, N_{1a}, N_{0b}, N_{1b}]$. Dla zwięzłości opisu wprowadzono indeks α przebiegający zbiór $\{0a, 1a, 0b, 1b\}$.

Ansatz zakłada, że atomy pozostają w kondensatach Bosego-Einsteina, ale sam kształt kondensatu zależy od obsadzeń wszystkich czterech modów. Funkcje $\psi^{(\sigma\epsilon)}(\vec{N}, t)$ nie są orbitalami, w tym sensie, że każdy ze stanów Focka $|\vec{N}\rangle$ oparty jest na innych funkcjach. Mimo to, przedstawiono Ansatz w drugiej kwantyzacji, w której opis pozostaje zwięzły. Należy przy tym pamiętać, że bozonowe operatory anihilacji i kreacji, są rzutami operatora pola na określone orbitale. Oznacza to, że w powyższym formalizmie operatory drabinkowe zależą zarówno od obsadzeń \vec{N} jak i od czasu, tzn.

$$\hat{a}_\epsilon(\vec{N}, t) = \int d^3r \left(\psi_{\epsilon a}(\vec{N}, t) \right)^* \hat{\Psi}_{\epsilon a}(\mathbf{r}), \quad \hat{b}_\epsilon(\vec{N}, t) = \int d^3r \left(\psi_{\epsilon b}(\vec{N}, t) \right)^* \hat{\Psi}_{\epsilon b}(\mathbf{r}). \quad (57)$$

Formalizm jest więc pośrednim krokiem między pełnym wielociałowym opisem, a uproszczonymi podejściami przedstawionymi powyżej.

Równania ruchu na współczynniki $c_{\vec{N}}(t)$ rozwinięcia stanu oraz na $2(N+1)$ funkcje $\psi^{(\alpha)}(\vec{N}, t)$ wyprowadzono w oparciu o metodę najmniejszego działania. Zależne od czasu działanie między początkową chwilą czasu t_i , a chwilą końcową t_f jest w ogólności dane wzorem

$$S \equiv \int_{t_i}^{t_f} dt \left\{ \frac{i\hbar}{2} \left(\langle \{N_\alpha : \psi_\alpha(\vec{N}, \mathbf{r}, t)\} | \frac{d}{dt} | \{N_\alpha : \psi_\alpha(\vec{N}, \mathbf{r}, t)\} \rangle - \text{c.c.} \right) - E(\vec{N}, t) \right\}. \quad (58)$$

Minimalizując działanie otrzymuje się równania ruchu na makroskopowo obsadzone funkcje $\psi_\alpha(\vec{N}, t)$, które są identyczne z równaniami Grossa-Pitajewskiego. We współczynnikach $c_{\vec{N}}$ zmienia się jedynie faza, tzn. $c_{\vec{N}}(t) = c_{\vec{N}}(0) e^{-iA(\vec{N}, t)}$, gdzie wykładnik A spełnia równanie:

$$\hbar \frac{dA(\vec{N}, t)}{dt} = - \sum_{\alpha} \frac{g_{\alpha\alpha}}{2} N_{\alpha} (N_{\alpha} - 1) \int d^3r \left| \psi_{\alpha}(\vec{N}, \mathbf{r}, t) \right|^4 - \sum_{\alpha, \alpha' \neq \alpha} \frac{g_{\alpha\alpha'}}{2} N_{\alpha} N_{\alpha'} \int d^3r \left| \psi_{\alpha}(\vec{N}, \mathbf{r}, t) \right|^2 \left| \psi_{\alpha'}(\vec{N}, \mathbf{r}, t) \right|^2. \quad (59)$$

Chcąc użyć powyższego formalizmu do obliczeń średnich wartości kwantowych obserwabli, należy wrócić do wyjściowej definicji operatorów kolektywnego spinu:

$$\hat{S}_x^{\sigma} \equiv \frac{1}{2} \int d^3r \left(\hat{\psi}_{\sigma 0}^{\dagger}(\mathbf{r}) \hat{\psi}_{\sigma 1}(\mathbf{r}) + \hat{\psi}_{\sigma 1}^{\dagger}(\mathbf{r}) \hat{\psi}_{\sigma 0}(\mathbf{r}) \right) \quad (60)$$

$$\hat{S}_y^{\sigma} \equiv \frac{i}{2} \int d^3r \left(\hat{\psi}_{\sigma 0}^{\dagger}(\mathbf{r}) \hat{\psi}_{\sigma 1}(\mathbf{r}) - \hat{\psi}_{\sigma 1}^{\dagger}(\mathbf{r}) \hat{\psi}_{\sigma 0}(\mathbf{r}) \right) \quad (61)$$

$$\hat{S}_z^{\sigma} \equiv \frac{1}{2} \int d^3r \left(\hat{\psi}_{\sigma 1}^{\dagger}(\mathbf{r}) \hat{\psi}_{\sigma 1}(\mathbf{r}) - \hat{\psi}_{\sigma 0}^{\dagger}(\mathbf{r}) \hat{\psi}_{\sigma 0}(\mathbf{r}) \right). \quad (62)$$

Obliczenia w oparciu o Ansatz (56) są niezwykle kosztowne numerycznie. Wymagają m.in. rozwiązywania równań cząstkowych na „orbitale” ψ_α , których w przypadku 4 modów opisanych powyżej jest $4(N+1)^2$. Pomocne okazało się dalsze przybliżenie oparte na obserwacji, że w funkcjach $\psi_\alpha(\vec{N}, t)$ lokalnie wartość bezwzględna ewoluuje znacznie wolniej niż lokalna faza, co prowadzi do Ansatzu:

$$\bar{\psi}_\alpha(\vec{N}, \mathbf{r}, t) \equiv \psi_\alpha(\vec{N}, \mathbf{r}, t) = |\bar{\psi}_\alpha(\mathbf{r}, t)| e^{i\theta_\alpha(\vec{N}, \mathbf{r}, t)}, \quad (63)$$

gdzie wektor \vec{N} jest wektorem średnich obsadzeń, a co za tym idzie $\psi_\alpha(\vec{N}, \mathbf{r}, t)$ jest „typowym” orbitalem. Powyższe równanie zakłada więc, że w każdej chwili czasu wszystkie orbitale mają taki sam moduł jak centralne orbitale $\psi_\alpha(\vec{N}, \mathbf{r}, t)$, ale różnią się fazą, oznaczoną jako θ_α . Należy podkreślić, że lokalna faza jest funkcją położenia \mathbf{r} , obsadzeń \vec{N} oraz czasu t . Przybliżenie to nazywane jest „modulus-phase approach”.

Wyniki dla optymalnych, realistycznych parametrów zilustrowane są na rysunku 11 z pracy [H3]. Splątanie typu EPR okazuje się dużo słabsze niż można tego oczekiwać w modelu stacjonarnym użytym w pracy [H8]. Przestrzenna dynamika okazała się dość skomplikowana — praktycznie niemożliwe jest przeprowadzenie doświadczenia zachowując adiabaticzność. Wzbudzone są mody przestrzenne, który powodują oscylacje obu chmur. Gdy kondensaty różnych składników chwilowo się przekrywają, parametr E_{EPR} osiąga lokalne minima spadając poniżej 1.

5.4.6 Rozpraszanie fotonów na atomach

Jednym ze źródeł utraty spójności układów kwantowych, trudnym do uwzględnienia analitycznie, jest rozpraszanie fotonów na atomach. W takim procesie stan atomu jest rzutowany na $|0\rangle$ lub $|1\rangle$. Ten proces jest szczególnie ważny w schematach wykorzystujących oddziaływanie atomów ze światłem jako źródło splątania atomów, jak wymieniony we wcześniejszej części autoreferatu „cavity-feedback scheme”, dotyczący atomów uwięzionych we wnękach rezonansowych.

Ważnym parametrem w fizyce wnęk rezonansowych jest parametr kooperacji (ang. „cooperativity”),

$$C = \frac{g^2}{\kappa\Gamma}, \quad (64)$$

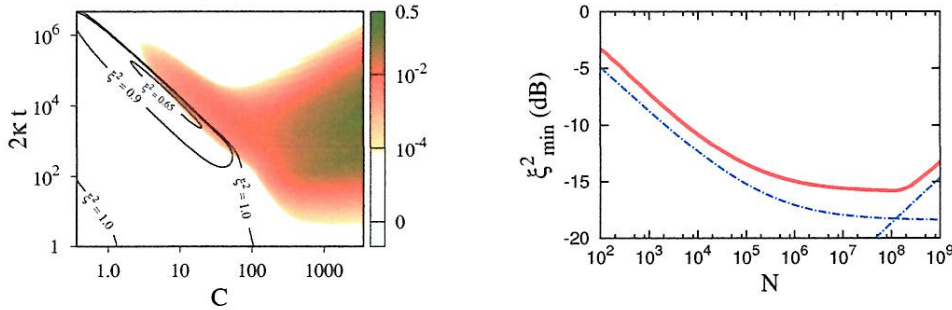
gdzie g jest sprzężeniem między atomami, a fotonami modu wnęki, κ jest tempem trwania fotonów z wnęki, a Γ jest tempem emisji spontanicznej stanu wzbudzonego. Używając argumentów opartych na złotej regule Fermiego, udowadnia się, że parametr ten jest proporcjonalny do liczby fotonów emitowanych do wnęki w stosunku do liczby fotonów rozpraszanych na zewnątrz wnęki rezonansowej. W tym sensie będąc, pisząc kolokwialnie, proporcją dynamiki unitarnej do dynamiki dyssypatywnej. Parametr C jest powszechnie używany do charakteryzowania układu: w przypadku $C \ll 1$ mówimy o reżimie dyspersyjnym, podczas gdy $C \gtrsim 1$ oznacza reżim silnego sprzężenia (ang. „strong coupling regime”).

W pracy [H6] przedstawiono analityczne wzory na stan atomów w funkcji czasu, uwzględniając główne źródła dekoherencji (utrata fotonów z wnęki oraz emisję spontaniczną w atomach). Otrzymany wzór, w odróżnieniu od wyników pracy [41], był wzorem ścisłym, opisującym również reżim, w którym oddziaływanie światła z atomami jest duże (ang. „strong-coupling regime”). Uzyskano również analityczne wzory na parametr ściśnięcia oraz zmianę czystości stanu (ang. „purity change”) oznaczoną jako PC:

$$\text{PC} \equiv \text{Tr}_{1,2,\dots,N}[\rho^2] - \text{Tr}_{2,\dots,N}[(\text{Tr}_1\rho)^2]. \quad (65)$$

Wielkość PC jest świadkiem splątania [4, 40]. Mapa splątania dla atomów ^{87}Rb , zakładając $|0\rangle = |F=1, m_F=0\rangle$, $|1\rangle = |F=2, m_F=0\rangle$ oraz dla światła o polaryzacji liniowej jest przedstawiona na lewym panelu rysunku 12. W pracy [H6] przedstawiono interpretację tego rysunku, podając intuicyjne wyjaśnienie tworzenia stanów splątanych w obszarze silnego sprzężenia $C \gg 1$. Prawy panel Rys. 12 przedstawia optymalny parametr ściśnięcia jako funkcję liczby cząstek w układzie. W pracy [H6] zrozumieliśmy, że w układzie pojawia się krytyczna liczba cząstek, która oddziela dwa zupełnie różne reżimy parametrów optymalnych do tworzenia splątania. Dla małych liczb cząstek optymalny jest reżim dyspersyjny, natomiast dla dużej — reżim silnego sprzężenia. Dla dużej liczby cząstek mechanizm tworzenia ściśnięcia jest inny, co zaskakujące wymaga dekoherencji, konkretnie częstego rozpraszania fotonów na atomach. W pracy [H6] podano analityczny wzór na parametr ściśnięcia w obu reżimach, a następnie na optymalną wartość parametru ściśnięcia w ogóle możliwą do uzyskania w tym układzie:

$$\xi_{\text{opt}}^2 = e \left(\frac{a_{\text{Ray}}\Gamma}{\Delta} \right)^2, \quad (66)$$



Rys. 12: Lewy panel - mapa splątania charakteryzowanego parametrem PC (skala barw) oraz parametrem ściśnięcia (izolinie) w funkcji czasu ewolucji oraz parametru C . Mapę otrzymano na podstawie wyników analitycznych w pracy [H6]. Prawy panel: Minimalna wartość parametru ściśnięcia w funkcji liczby cząstek – wynik osiągnięto optymalizując ściśnięcie ze względu na czas trwania dynamiki oraz parametr C określający reżim sprzężenia atomów ze światłem. Okazuje się, że istnieje optymalna liczba cząstek – w granicy dużej liczby atomów, gazowa chmura zbyt często rozprasza fotony wnęki rezonansowej i schemat przestaje działać. Przerwane linie odpowiadają przybliżeniom analitycznym wyprowadzonym w dwóch granicach – względnie małej oraz dużej liczby cząstek .

gdzie a_{Ray} jest stałą atomową rzędu 1 charakteryzującą sprzężenie między przestrzenią poziomów wzbudzonych $|e\rangle$, a poziomami tworzącymi przestrzeń kubitów.

5.5 Podsumowanie najważniejszych wyników

5.5.1 Fundamentalne ograniczenie na ściśnięcie we wnękach rezonansowych

W pracy [H6] podaliśmy ograniczenia na wartość parametru ściśnięcia stanów atomowych uwięzionych w zasilanej laserem wnęce rezonansowej. Wynik wymagał, w mojej ocenie, pomysłowych i niebanalnych wyprowadzeń analitycznych, który ostatecznie doprowadził do prostego wzoru na optymalny parametr ściśnięcia, danego równaniem (66). Wzór zależy jedynie od tempa emisji spontanicznej Γ , różnicy energii między stanami $|0\rangle$ i $|1\rangle$ równej $2\hbar\Delta$ oraz stałej atomowej a_{Ray} opisującej sprzężenie między poziomami atomowymi użytymi w schemacie.

Analityczne wzory na pełny stan kwantowy, uwzględniające emisję spontaniczną wyprowadzone w pracy [H6] mogą być szczególnie użyteczne do badania korelacji powstających w tym układzie. Podkreślić należy, że schemat oparty na atomach we wnęce jest obecnie najwydajniejszą metodą tworzenia ściśniętych stanów atomowych.

5.5.2 Generowanie stanu kota Schrödingera

Trudno zliczyć prace o użyteczności kotów Schrödingera w przeróżnych zadaniach z dziedziny informacji kwantowej. Zatem każdy układ, w którym takie koty będą osiągnane, może w przyszłości doprowadzić do istotnych usprawnień w technologii. Z drugiej strony powszechnie wiadomo, że wytworzenie i utrzymanie kota Schrödingera jest zadaniem niezwykle trudnym — stan ten jest wyjątkowo wrażliwy na wpływ otoczenia. Ta czułość stanu kota Schrödingera na drobne zmiany w otoczeniu powoduje, że teoretycznie, może on zostać użyty do znacznego polepszenia precyzji interferometrów. Jednocześnie oznacza to również, że stan jest podatny na dekoherencję. Jakakolwiek propozycja tworzenia, czy wykorzystania kota Schrödingera nie ma głębszego sensu, dopóki nie zostanie uzupełniona o rzetelną analizę czynników niszczących spójność. Uważam, że praca [H4] spełnia te warunki — uwzględniono w niej kluczowe czynniki niszczące koty, przedstawiono dogłębne zrozumienie elementarnych mechanizmów dekoherencji, podano metody unikania dekoherencji w tym schemacie i określono jakiej jakości kota i w jakich warunkach można oczekiwać w ultrazimnych atomach.

Wśród źródeł dekoherencji największe ograniczenia nakładają straty 1–ciałowe. Jest to ważna informacja, ponieważ straty te można zmniejszać, poprzez lepsze przygotowanie komory próżniowej lub schłodzenie tej komory. Wtedy maksymalnie duży kot Schrödingera może składać się z około 20 atomów w stabilniejszym poziomie energetycznym przy setkach atomów w całym układzie.

Wytworzenie kota będzie możliwe wyłącznie przy użyciu metody kompensacji, która została opisana i dokładnie zanalizowana w pracach [H4, H7, H9]. Wypracowane metody rozwiązywania równań master zostały również użyte w pracy [H2] do zbadania wpływu strat cząstek na dwa dwumodowe kondensaty Bosego-Einsteina, w których spodziewane jest tworzenie splątania typu EPR.

5.5.3 Metoda zmniejszenia szumu fazowego

Ważnym wynikiem jest opracowanie metody „kompensacji” służącej zmniejszeniu szumów fazowych wynikających ze strat cząstek w kondensatach Bosego-Einsteina. Warunek kompensacji jest bardzo prosty: parametry wynikające z nieliniowości χ oraz $\tilde{\chi}$ muszą być sobie równe. Prowadzi to do zaniku szumu fazowego, przy stratach cząstek atomów w określonym stanie wewnętrznym. W przypadku strat dwu-ciałowych efekt został przedstawiony w pracy [H9]. Wynik został uogólniony na wszystkie typy strat w pracy [H7], bazującej jednak na bardzo uproszczonych modelach. Ostatecznie w pracy [H4] metoda ta okazała się być kluczowa dla zachowywania kwantowej koherencji, również w kontekście fluktuacji całkowitej liczby cząstek. W pracy [H4] wskazano jak zrealizować metodę kompensacji zmieniając geometrię pułapki utrzymującej opary rubidu i sodu w zakresie parametrów możliwym do otrzymania obecnie w laboratorium. Zbadano również jak niedokładności jej realizowania wpłyną na działanie tej metody. Przedstawiono interpretację kompensacji, odwzorowując dyssypatywny układ na problem dwóch modów światła.

Metoda ta jest wdrażana przez grupę Philippa Treutleina w Bazylei, przede wszystkim w kontekście usprawnienia precyzji magnetometrów.

5.6 Znaczenie: Technologie kwantowe wykorzystujące opary atomowe

Moją główną motywacją do badań było lepsze zrozumienie fizyki zimnych atomów oraz podstaw kwantowej informacji. Tworzenie i badanie stanów splątanych jest ciekawym zadaniem samym w sobie — istnienie takich stanów jest fundamentem mechaniki kwantowej, ciekawym, gdyż ich zrozumienie wynika się intuicjom wykształconym w obserwowaniu codziennych, klasycznych zjawisk. Badania mogą okazać się znaczące w kontekście nowych urządzeń kwantowych, które mają w przyszłości prześcignąć obecną technologię poprzez wykorzystanie stanów splątanych. Chyba najbardziej znanym urządzeniem wykorzystującym obecnie opary atomów są zegary atomowe, które na razie wykorzystują jedynie spinowe stany spójne (4). Trwają już prace nad wdrożeniem stanów splątanych właśnie w zegarach atomowych oraz w magnetometrach, co pozwoli zwiększyć precyzję tych urządzeń poniżej tzw. szumu śrutowego. Metrologia wydaje mi się dziedziną, w której wykorzystanie atomowych stanów splątanych w celach praktycznych jest rzeczywiście bliskie realizacji.

Generowanie stanów splątanych jest też zadaniem bardzo trudnym, ze względu na nietrwałość takich stanów w naszym „klasycznym” świecie. Próbując więc odpowiedzieć na pytanie np. na ile realistyczne jest wytworzenie stanu kota Schrödingera w zimnych atomach, należy dogłębnie poznać ten układ fizyczny, tak aby znaleźć wszelkie czynniki mogące taki stan zniszczyć. Natychmiast okazuje się wtedy, że powszechne podejścia są zbyt uproszczone, a efekty typowo pomijane w modelach teoretycznych, mogą być wystarczające do niszczenia poszukiwanych stanów w rzeczywistości.

Stąd potrzeba kompleksowego opisu czynników niszczących kwantową spójność. Opis taki, z identyfikacją, które czynniki są głównym ograniczeniem oraz jakie stany przy obecnej technologii są możliwe do uzyskania w atomach, jest moim wkładem w naukę.

6 Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo - badawczych

6.1 Dipolowe efekty w ultrazimnych gazach atomowych

Jednym z bardzo szybko rozwijających się kierunków badań jest fizyka ultrazimnych atomów oddziaływanych siłami daleko-zasięgowymi. Głównym źródłem tego typu oddziaływań jest oddziaływanie dipolowe, w których potencjał zanika z odległością między atomami jak $1/r^3$. We wszystkich moich pracach w tym temacie koncentrowałem się na atomach o trwałym momencie magnetycznym takich jak niegdyś popularny chrom oraz schłodzone niedawno i badane obecnie przez wiele grup doświadczalnych erb i dysproz.

W tym temacie opublikowałem następujące prace

- T. Bland, K. Pawłowski, M. J. Edmonds, K. Rzażewski, N. G. Parker *Interaction-sensitive oscillations of dark solitons in trapped dipolar condensates* Physical Review A **95**, 063622 (2017)

Rozszerzając poprzednią pracę [35] we współpracy z grupą z Newcastle University badaliśmy występowanie wzbudzeń solitonowych w gazie dipolowym w wrzecionowatej pułapce harmoniczej. Taki model jest dobrym opisem układów doświadczalnych. Wykazano, że wzbudzenia zbliżone do solitonowych występują w tym przypadku i są dość trwałe. Głównym efektem było wykazanie, że częstość oscylacji tych solitonów w pułapce silnie zależy od oddziaływań. Jest to zasadnicza różnica w porównaniu do solitonów w układach z oddziaływaniami van der Waalsa, dla których częstość oscylacji solitonów jest ustalona przez częstość pułapki ω i wynosi $\omega/\sqrt{2}$.

- K. Pawłowski, K. Rzażewski *Dipolar Dark Solitons* New Journal of Physics **17**, 105006 (2015)

Pokazaliśmy istnienie w gazach dipolowych odpowiedników ciemnych solitonów znanych z nieliniowego równania Schrödingera. Nie są to solitony rozumiane ortodoksyjnie, gdyż zanikają podczas zderzeń ze sobą. Pokazano, że wzbudzenia takie pojawiają się spontanicznie w gazie o niezerowej temperaturze. Zaobserwowano i wyjaśniono efekt przyspieszania tych wzbudzeń w wyniku wzajemnych zderzeń.

- P. Bienias, K. Pawłowski, T. Pfau, and K. Rzażewski *Ground state of a two component dipolar Fermi gas in harmonic potential* Physical Review A, **88**, 043604 (2013)

Zbadano stan podstawowy ultrazimnych fermionów, konkretnie fermionowych izotopów dysprozu, z dwoma wyselekcjonowanymi stanami wewnętrznymi. Używając Ansatzu na funkcję Wignera takiego układu, znalezione przedziały parametrów, w których można spodziewać się stabilnych stanów podstawowych oraz scharakteryzowano te stany.

- D. Peter, K. Pawłowski, T. Pfau, and K. Rzażewski *Mean-field description of dipolar bosons in triple-well potentials* Journal of Physics B, **45**, 225302 (2012)

Praca ta dotyczyła zbadania diagramu fazowego dipolowych kondensatu Bosego-Einsteina podzielonego na trzy fragmenty. W pracy [27] wskazano istnienie 4 klas stanów podstawowych. Dwie z nich zawierały wysoce splątane stany. Główną wadą podejścia przedstawionego w pracy [27] były bardzo mocne założenia dotyczące przestrzennych stopni swobody. Nasza praca służyła wypełnieniu tej luki i była wykonywana w kontekście układu doświadczalnego powstającego w laboratorium kierowanym przez Tilmana Pfau. Rolę przestrzennych stopni swobody zbadano wstępnie, opisując przestrzenne stopnie swobody w ramach teorii pola średniego. Wynikiem pracy było wykazanie, że jedna z faz wydaje się nierealna, a w drugiej fazie stany podstawowe z nielokalnym splątaniem mają szansę wystąpić jedynie w bardzo wąskim zakresie parametrów. Główną przeszkodą jest niestabilność gazu dipolowego - niezwykle trudno wywołać efekty dipolowe między różnymi kondensatami unikając przy tym niestabilności (kolapsu) każdego kondensatu z osobna.

6.2 Efekty termiczne w kondensatach Bosego-Einsteina

- T. Karpiuk, P. Deuar, P. Bienias, E. Witkowska, K. Pawłowski, M. Gajda, K. Rzażewski, M. Brewczyk *Spontaneous solitons in the thermal equilibrium of a quasi-1D Bose gas* Phys. Rev. Lett. **109**, 205302 (2012)

W ramach teorii pól klasycznych wykazano, że w ultrazimnym gazie utrzymywanym w wrzecionowatej pułapce solitony pojawiają się spontanicznie. Ich obecność wynika z często zapomnianego faktu, że wielociałowe szare solitony są elementarnymi wzbudzeniami (elementarnymi w sensie klasyfikacji wzbudzeń w modelu Lieba-Linigera) w układzie N oddziałujących bozonów.

- P. Bienias, K. Pawłowski, M. Gajda, K. Rzażewski *Statistical properties of one dimensional attractive Bose gas* Europhysics Letter **96** (2011) 10011

W ramach teorii pól klasycznych obliczono statystyczne własności gazów kwantowych, w których atomy przyciągają się. Gaz taki jest stabilny w układach jednowymiarowych w pułapkach harmoniczych. Obecność przyciągających oddziaływań wymagała diametralnych zmian w metodzie pól klasycznych, która musiała być zupełnie przeformułowana dla tego przypadku.

- P. Bienias, K. Pawłowski, M. Gajda, and K. Rzażewski *Quasicondensation reexamined* Journal of Physics: Conference Series **414** (2013) 012031

Badano efekt quasi-kondensacji – zjawiska, w którym atomy obsadzają makroskopowo nie jeden, ale kilka modów. W szczególności wyprowadzono analityczne wzory na sumy statystyczne i statystykę liczby atomów w stanach wzbudzonych w ramach teorii pól klasycznych.

- P. Bienias, Krzysztof Pawłowski, Mariusz Gajda, Kazimierz Rzążewski *Statistical properties of one dimensional Bose gas* Phys. Rev. A **83**, 033610 (2011)

W ramach teorii pól klasycznych obliczono statystyczne własności gazów kwantowych, w których atomy odpychają się. Było to zastosowanie nowego eleganckiego podejścia do metody pól klasycznych, przedstawionym w [56].

- K. Pawłowski, P. Bienias, T. Pfau, and K. Rzążewski *Correlations of a quasi-two-dimensional dipolar ultra cold gas at finite temperatures* Phys. Rev. A **87**, 043620 (2013)

W ramach teorii pól klasycznych obliczono statystyczne własności gazów kwantowych o oddziaływaniach dipolowych w dwóch wymiarach. W pracy pokazano, że obecność oddziaływań dipolowych znacznie zwiększa grupowanie atomów opisane ilościowo funkcją korelacji drugiego (korelacji typu gęstość-gęstość) i trzeciego rzędu. W skończonych temperaturach efekt ten staje się wyraźniejszy. Efekt powinien być łatwy do zaobserwowania, gdyż korelacje trzeciego rzędu wpływają na tempo strat cząstek, typowo mierzone w doświadczeniach.

6.3 Prace będące podstawą dysertacji

Praca doktorska wykonana pod kierunkiem prof. dr. hab. Kazimierza Rzążewskiego dotyczyła zaniku funkcji korelacji w kondensacie Bosego-Einsteina podzielonego na fragmenty. Wyniki osiągnięte w trakcie doktoratu zostały opisane w następujących pracach.

- K. Pawłowski and K. Rzążewski *Decoherence in the collision of two Bose-Einstein condensates* Phys. Rev. A, **79**, 043628 (2009)

Jest szereg doświadczeń, w których bada się zderzenia dwóch kondensatów Bosego-Einsteina, poruszających się ze względną prędkością przewyższającą prędkość dźwięku wzbudzeń wewnątrz kondensatu. W takim reżimie atomy z różnych kondensatów zderzając się ze sobą są wybijane z kondensatów tworząc rozproszeniowe „halo”. Większość prac w tej tematyce dotyczy korelacji między rozproszonymi atomami. W mojej pracy badałem spójność atomów skondensowanych. Zauważono, że kondensaty, wolno tracą spójność pierwszego rzędu.

- K. Pawłowski and K. Rzążewski *Background atoms and decoherence in optical lattices* Phys. Rev. A **81**, 013620 (2010)

Praca dotyczyła zaniku korelacji zimnych atomów umieszczonych w głębokich sieciach optycznych. Przyczyną zaniku spójności były wyłącznie straty jednociałowe. W trakcie badań wyprowadzono ścisły wzór na funkcję korelacji dowolnego rzędu w funkcji tempa strat i czasu trwania dynamiki dla stanu izolatora Motta oraz stanu nadciekłego.

Wyniki osiągnięte w trakcie badań przedstawionych w pracy magisterskiej były podstawą jednej publikacji

- K. Pawłowski, P. Zin, K. Rzążewski, M. Trippenbach *Revivals in the attractive BEC in a double-well potential and their decoherence* Phys. Rev. A **83**, 033606 (2011)

Większość wyników tej pracy osiągnięto pod kierunkiem prof. dr. hab. Marka Trippenbach podczas studiów magisterskich, we współpracy z dr Pawłem Zin. Praca dotyczyła chmury kondensatu umieszczonej w potencjale o dwóch minimach. W trakcie dynamiki atomy tunelują między obydwojama jamami potencjału. Po pewnym czasie obsadzenia obu jam wyrównują się, ale w późniejszej chwili czasu zwanym czasem odnowy (ang. „revival time”) oscylacje różnicy obsadzeń odzywają. Układ zbadano na trzech poziomach – w ramach klasycznej teorii pola średniego, metody półklasycznej oraz pełnego modelu kwantowego. W ramach teorii WKB obliczono analitycznie czas odnawiania oscylacji. W ostatnim rozdziale pracy pokazano, jak straty cząstek tłumią te oscylacje.

6.4 Pozostałe prace

- K. Pawłowski, Ł.A. Turski *On the Dissipative Version of the Gross-Pitaevski Equation* *Phys. Lett. A* **381**, 1710 (2017)

Bazując na tzw. nawiasie metryplektycznym [49] wyprowadzono dyssypatywne równanie Grossa-Pitaewskiego. Z konstrukcji tego równania wynika zachowanie liczby cząstek, stabilność czarnych solitonów oraz zmniejszanie energii układu w trakcie dynamiki. Pokazano, że równanie może być przydatne w kontekście badania mechanizmów Kibble'a-Zurka w zimnych atomach.

- R. Ołdziejewski, W. Górecki K. Pawłowski, K. Rzążewski *Many-body soliton-like states of bosonic ideal gas* *Phys. Rev. A* **97**, 063617 (2018)

W pracy badano układ N bozonów poruszających się w pudle z periodycznymi warunkami brzegowymi w jednym wymiarze. W przypadku atomów oddziałujących siłami van der Waalsa, układ jest zazwyczaj opisywany modelem Lieba-Linigera. W modelu tym występują dwa typy wzbudzeń elementarnych tworzące odpowiednio gałąź Bogoliubowa oraz gałąź solitonową. Badaliśmy gałąź solitonową w granicy znikających oddziaływań, pokazując analitycznie związek między stanami własnymi z tej gałęzi, a solitonami znanymi z przybliżenia pola średniego.

Literatura

- [1] Fabian Anders, Luca Pezzè, Augusto Smerzi, and Carsten Klempt. Phase magnification by two-axis countertwisting for detection-noise robust interferometry. *Phys. Rev. A*, 97:043813, Apr 2018.
- [2] F. T. Arecchi, Eric Courtens, Robert Gilmore, and Harry Thomas. Atomic coherent states in quantum optics. *Phys. Rev. A*, 6:2211–2237, Dec 1972.
- [3] E. G. Cavalcanti, Q. Y. He, M. D. Reid, and H. M. Wiseman. Unified criteria for multipartite quantum nonlocality. *Phys. Rev. A*, 84:032115, Sep 2011.
- [4] N. J. Cerf, C. Adami, and R. M. Gingrich. Reduction criterion for separability. *Phys. Rev. A*, 60:898–909, Aug 1999.
- [5] Kevin C. Cox, Graham P. Greve, Joshua M. Weiner, and James K. Thompson. Deterministic squeezed states with collective measurements and feedback. *Phys. Rev. Lett.*, 116:093602, Mar 2016.
- [6] Harald Cramér. *Mathematical Methods of Statistics*. Princeton Univ. Press, NJ, 1946.
- [7] Jean Dalibard, Yvan Castin, and Klaus Mølmer. Wave-function approach to dissipative processes in quantum optics. *Phys. Rev. Lett.*, 68:580–583, Feb 1992.
- [8] Luigi De Sarlo, Lingxuan Shao, Vincent Corre, Tilman Zibold, David Jacob, Jean Dalibard, and Fabrice Gerbier. Spin fragmentation of bose-einstein condensates with antiferromagnetic interactions. *New Journal of Physics*, 15(11):113039, 2013.
- [9] C. Deutsch, F. Ramirez-Martinez, C. Lacroûte, F. Reinhard, T. Schneider, J. N. Fuchs, F. Piéchon, F. Laloë, J. Reichel, and P. Rosenbusch. Spin self-rephasing and very long coherence times in a trapped atomic ensemble. *Phys. Rev. Lett.*, 105:020401, Jul 2010.
- [10] Jonathan P. Dowling, G. S. Agarwal, and Wolfgang P. Schleich. Wigner distribution of a general angular-momentum state: Applications to a collection of two-level atoms. *Phys. Rev. A*, 49:4101–4109, May 1994.
- [11] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47:777, May 1935.
- [12] B. D. Esry, Chris H. Greene, James P. Burke, Jr., and John L. Bohn. Hartree-fock theory for double condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 78:3594–3597, May 1997.
- [13] J. Esteve, C. Gross, A. Weller, S. Giovanazzi, and M. K. Oberthaler. Squeezing and entanglement in a Bose-Einstein condensate. *Nature*, 455:1216, 2008.

- [14] Matteo Fadel, Tilman Zibold, Boris Décamps, and Philipp Treutlein. Spatial entanglement patterns and einstein-podolsky-rosen steering in bose-einstein condensates. *Science*, 360(6387):409–413, 2018.
- [15] G. Ferrini, D. Spehner, A. Minguzzi, and F. W. J. Hekking. Noise in bose josephson junctions: Decoherence and phase relaxation. *Phys. Rev. A*, 82:033621, Sep 2010.
- [16] Kurt Gibble. Viewpoint: Keeping atoms synchronized for better timekeeping. *Physics*, 3:55, Jul 2010.
- [17] C. Gross, T. Zibold, E. Nicklas, J. Estève, and M. K. Oberthaler. Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit. *Nature*, 464:1165, 2010.
- [18] Kristian Helmerson and Li You. Creating massive entanglement of bose-einstein condensed atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 87:170402, Oct 2001.
- [19] Tin-Lun Ho and V. B. Shenoy. Binary mixtures of bose condensates of alkali atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 77:3276–3279, Oct 1996.
- [20] Onur Hosten, Nils J. Engelsen, Rajiv Krishnakumar, and Mark A. Kasevich. Measurement noise 100 times lower than the quantum-projection limit using entangled atoms. *Nature*, 529:505, 2016.
- [21] Michael W. Jack. Decoherence due to Three-Body Loss and its Effect on the State of a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 89(14):140402, Sep 2002.
- [22] Michael W. Jack. Effect of atom loss on collapse and revivals of phase coherence in small atomic samples. *Phys. Rev. A*, 67(4):043612, Apr 2003.
- [23] John LL.D. Kerr. XI. a new relation between electricity and light: Dielectrified media birefringent. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 50(332):337–348, 1875.
- [24] Masahiro Kitagawa and Masahito Ueda. Squeezed spin states. *Phys. Rev. A*, 47:5138–5143, Jun 1993.
- [25] G. Kleine Büning, J. Will, W. Ertmer, E. Rasel, J. Arlt, C. Klempt, F. Ramirez-Martinez, F. Piéchon, and P. Rosenbusch. Extended coherence time on the clock transition of optically trapped rubidium. *Phys. Rev. Lett.*, 106:240801, Jun 2011.
- [26] Philipp Kunkel, Maximilian Prüfer, Helmut Strobel, Daniel Linnemann, Anika Frölian, Thomas Gasenzer, Martin Gärttner, and Markus K. Oberthaler. Spatially distributed multipartite entanglement enables epr steering of atomic clouds. *Science*, 360(6387):413–416, 2018.
- [27] T. Lahaye, T. Pfau, and L. Santos. Mesoscopic ensembles of polar bosons in triple-well potentials. *Phys. Rev. Lett.*, 104:170404, Apr 2010.
- [28] Karsten Lange, Jan Peise, Bernd Lücke, Ilka Kruse, Giuseppe Vitagliano, Iagoba Apellaniz, Matthias Kleinmann, Géza Tóth, and Carsten Klempt. Entanglement between two spatially separated atomic modes. *Science*, 360(6387):416–418, 2018.
- [29] Théo Laudat, Konstantin Ott, Mengzi Huang, Vincent Dugrain, Alice Sinatra, Peter Rosenbusch, Carlos Garrido Alzar, and Jakob Reichel. Creating spin squeezing in a compact atomic clock. In *Quantum Information and Measurement (QIM) 2017*, page QF2A.2. Optical Society of America, 2017.
- [30] Ian D. Leroux, Monika H. Schleier-Smith, and Vladan Vuletić. Implementation of cavity squeezing of a collective atomic spin. *Phys. Rev. Lett.*, 104:073602, Feb 2010.
- [31] Ian D. Leroux, Monika H. Schleier-Smith, and Vladan Vuletić. Implementation of cavity squeezing of a collective atomic spin. *Phys. Rev. Lett.*, 104:073602, Feb 2010.
- [32] Y. C. Liu, Z. F. Xu, G. R. Jin, and L. You. Spin squeezing: Transforming one-axis twisting into two-axis twisting. *Phys. Rev. Lett.*, 107:013601, Jun 2011.

- [33] Tomáš Opatrný, Michal Kolář, and Kunal K. Das. Spin squeezing by tensor twisting and Lipkin-Meshkov-Glick dynamics in a toroidal Bose-Einstein condensate with spatially modulated nonlinearity. *Phys. Rev. A*, 91:053612, May 2015.
- [34] M. Oszmaniec, R. Augusiak, C. Gogolin, J. Kołodyński, A. Acín, and M. Lewenstein. Random bosonic states for robust quantum metrology. *Phys. Rev. X*, 6:041044, Dec 2016.
- [35] Krzysztof Pawłowski and Kazimierz Rzążewski. Dipolar dark solitons. *New Journal of Physics*, 17(10):105006, 2015.
- [36] D. Peter, K. Pawłowski, T. Pfau, and K. Rzążewski. Mean-field description of dipolar bosons in triple-well potentials. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 45(22):225302, 2012.
- [37] Calyampudi Radakrishna Rao. Information and the accuracy attainable in the estimation of statistical parameters. *Bulletin of the Calcutta Mathematical Society*, 37:81, 1945.
- [38] M. D. Reid. Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using nondegenerate parametric amplification. *Phys. Rev. A*, 40:913–923, Jul 1989.
- [39] F. Riedel, P. Böhi, Li Yun, T. W. Hänsch, A. Sinatra, and P. Treutlein. Atom-chip-based generation of entanglement for quantum metrology. *Nature*, 464:1170, 2010.
- [40] R. Rossignoli and N. Canosa. Generalized entropic criterion for separability. *Phys. Rev. A*, 66:042306, Oct 2002.
- [41] Monika H. Schleier-Smith, Ian D. Leroux, and Vladan Vuletić. Squeezing the collective spin of a dilute atomic ensemble by cavity feedback. *Phys. Rev. A*, 81:021804, Feb 2010.
- [42] Kaushik P. Seshadreesan, Sejong Kim, Jonathan P. Dowling, and Hwang Lee. Phase estimation at the quantum Cramér-Rao bound via parity detection. *Phys. Rev. A*, 87:043833, 2013.
- [43] A. Sinatra and Y. Castin. Binary mixtures of Bose-Einstein condensates: Phase dynamics and spatial dynamics. *The European Physical Journal D*, 8(3):319, Jul 2000.
- [44] Alice Sinatra and Yvan Castin. Phase Dynamics of Bose-Einstein Condensates: Losses versus Revivals. *Eur. Phys. J. D*, 4:247–260, 1998.
- [45] Alice Sinatra, Jean-Christophe Dornstetter, and Yvan Castin. Spin squeezing in Bose-Einstein condensates: Limits imposed by decoherence and non-zero temperature. *Frontiers of Physics*, 7(1):86–97, Feb 2012.
- [46] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz, and J. F. Valley. Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 56:788–788, Feb 1986.
- [47] C. Solaro, A. Bonnin, F. Combes, M. Lopez, X. Alauze, J.-N. Fuchs, F. Piéchon, and F. Pereira Dos Santos. Competition between spin echo and spin self-rephasing in a trapped atom interferometer. *Phys. Rev. Lett.*, 117:163003, Oct 2016.
- [48] L. K. Thomsen, S. Mancini, and H. M. Wiseman. Continuous quantum nondemolition feedback and unconditional atomic spin squeezing. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 35(23):4937, 2002.
- [49] Łukasz A. Turski. Dissipative quantum mechanics. metriplectic dynamics in action. In Zygmunt Petru, Jerzy Przystawa, and Krzysztof Rapcewicz, editors, *From Quantum Mechanics to Technology*, pages 347–357, Berlin, Heidelberg, 1996. Springer Berlin Heidelberg.
- [50] H. Uys, M. J. Biercuk, A. P. VanDevender, C. Ospelkaus, D. Meiser, R. Ozeri, and J. J. Bollinger. Decoherence due to elastic Rayleigh scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 105:200401, Nov 2010.
- [51] Mingfeng Wang, Weizhi Qu, Pengxiong Li, Han Bao, Vladan Vuletić, and Yanhong Xiao. Two-axis-twisting spin squeezing by multipass quantum erasure. *Phys. Rev. A*, 96:013823, Jul 2017.

- [52] H. Weinberg. *The Quantum Theory of Fields, Vol. 1: Foundations*. Cambridge University Press, New York, 1995.
- [53] S. Whitlock, C. F. Ockeloen, and R. J. C. Spreeuw. Sub-poissonian atom-number fluctuations by three-body loss in mesoscopic ensembles. *Phys. Rev. Lett.*, 104:120402, Mar 2010.
- [54] D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, F. L. Moore, and D. J. Heinzen. Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy. *Phys. Rev. A*, 46:R6797–R6800, Dec 1992.
- [55] H. M. Wiseman, S. J. Jones, and A. C. Doherty. Steering, entanglement, nonlocality, and the einstein-podolsky-rosen paradox. *Phys. Rev. Lett.*, 98:140402, Apr 2007.
- [56] Emilia Witkowska, Mariusz Gajda, and Kazimierz Rzażewski. Bose statistics and classical fields. *Phys. Rev. A*, 79:033631, Mar 2009.
- [57] L. Yun, P. Treutlein, J. Reichel, and A. Sinatra. Spin squeezing in a bimodal condensate: spatial dynamics and particle losses. *Eur. Phys. J. B*, 68:365–381, 2009.
- [58] B. Yurke and D. Stoler. Generating quantum mechanical superpositions of macroscopically distinguishable states via amplitude dispersion. *Phys. Rev. Lett.*, 57:13–16, Jul 1986.