



prof. dr hab. Jan L. Cieśliński,  
Uniwersytet w Białymstoku,  
Wydział Fizyki,  
15-424 Białystok, ul. Lipowa 41

Białystok, 30.05.2014

**Recenzja rozprawy habilitacyjnej zatytułowanej**  
*Operatory różnicowe na sieciach regularnych*  
*dopuszczające transformacje typu Darboux oraz*  
dorobku naukowego dra Macieja Nieszporskiego

### **Sylwetka habilitanta**

Dr Maciej Nieszporski jest absolwentem Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego, który ukończył w roku 1994, pisząc pracę magisterską "Ewolucja kosmicznych pustek" pod kierunkiem prof. Marka Demiańskiego, a w latach 1994-1999 był tam uczestnikiem studiów doktoranckich. Następnie, w latach 1999-2003, pracował w kierowanym wówczas przeze mnie Instytucie Fizyki Teoretycznej na Uniwersytecie w Białymstoku. W roku 2003 obronił pracę doktorską "Kongruencje Weingartena jako źródło układów całkowalnych", której promotorem był prof. Antoni Sym. Od roku 2003 jest zatrudniony jako adiunkt na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego. Dwa lata (2005-2007) przebywał na stażu podoktorskim na Uniwersytecie w Leeds ( School of Mathematics).

Od kilkunastu lat miałem okazję z bliska obserwować rozwój naukowy doktora Nieszporskiego, uczestnicząc we wspólnych seminariach, a przez pewien czas także jako bezpośredni przełożony. Byłem też recenzentem jego pracy doktorskiej. Maciej Nieszporski jest osobą bardzo samodzielną i mającą wyraźną wizję tematyki, którą chciałby rozwijać. Widoczne było to od wielu lat. W swoim dorobku w zasadzie nie ma prac takich, w których byłby typowym wykonawcą pracującym pod kierownictwem głównych autorów. W pracach współautorskich pełni zwykle rolę co najmniej równorzędną, a wśród jego współautorów są osoby o bardzo dużym dorobku i autorytecie. Z tego punktu widzenia doktor Nieszporski jest bardzo dobrym kandydatem na samodzielnego pracownika naukowego.

## Rozprawa habilitacyjna

Przedkładana rozprawa habilitacyjna zatytułowana **Operatory różnicowe na sieciach regularnych dopuszczające transformacje typu Darboux** składa się z 9 prac, opublikowanych w latach 2004-2009:

- [H1] M. Nieszporski, P.M.Santini, A.Doliwa: *Darboux transformations for 5-point and 7-point self adjoint schemes and an integrable discretization of the 2D Schrödinger operator*, **Physics Letters A** 323 (2004) 241-250.  
Wkład: 70%.
- [H2] P.M.Santini, M. Nieszporski, A.Doliwa: *Integrable generalization of the Toda law to the square lattice*, **Physical Review E** 70 (2004) 056615 (6 stron).  
Wkład: 40%.
- [H3] M.Nieszporski, P.M.Santini: *The self adjoint 5-point and 7-point difference operators, the associated Dirichlet problems, Darboux transformations and Lelievre formulae*, **Glasgow Mathematical Journal** 47 (2005) 133-147.  
Wkład: 80%.
- [H4] P.Małkiewicz, M.Nieszporski: *Darboux transformations for  $q$ -discretizations of 2d second order differential equations*, **Journal of Nonlinear Mathematical Physics** 12 (suplement 2) (2005) 231-239.  
Wkład: 50%.
- [H5] A.Doliwa, P.Grinevich, M. Nieszporski, P.M.Santini: *Integrable lattices and their sublattices: From the discrete Moutard (discrete Cauchy-Riemann) 4-point equation to the self-adjoint 5-point scheme*, **Journal of Mathematical Physics** 48 (2007) 013513 (28 stron).  
Wkład: 25%.
- [H6] M.Nieszporski: *Darboux transformations for a 6-point scheme*, **Journal of Physics A: Math. Theor.** 40 (2007) 4193-4205.  
Wkład: 100%.
- [H7] A.Doliwa, M. Nieszporski, P.M.Santini: *Integrable lattices and their sublattices. II. From the B-quadrilateral lattice to the self-adjoint schemes on the triangular and the honeycomb lattices*, **Journal of Mathematical Physics** 48 (2007) 113506 (17 stron).  
Wkład: 15%.
- [H8] P.M.Santini, M. Nieszporski, A.Doliwa: *Integrable dynamics of Toda type on square and triangular lattices*, **Physical Review E** 77 (2008) 056601 (12 stron).  
Wkład: 40%.
- [H9] A.Doliwa, M.Nieszporski: *Darboux transformations for linear operators on two-dimensional regular lattices*, **Journal of Physics A: Math. Theor.** 42 (2009) 454001 (27 stron).  
Wkład: 50%.

Habilitant w swoim autoreferacie bardzo wyraźnie podkreśla motywację swoich badań: znalezienie opisu niezależnego od współrzędnych dla powierzchni dyskretnych związanych z układami całkowalnymi. Problem w swej ogólności jest bardzo trudny i w systematyczny sposób nie był nigdy wcześniej podejmowany. Nawet w klasycznym przypadku, jakim są powierzchnie pseudosferyczne (związane z równaniem sinusa-Gordona), gdzie dobrze znane są dyskretyzacje współrzędnych asymptotycznych oraz krzywiznowych, zagadnienie przejścia od jednych zmiennych do drugich nie jest w ogólności zbadane.

Problem geometryczny (dyskretyzacja powierzchni) można wyrazić w języku operatorów różniczkowych i różnicowych drugiego rzędu. W przypadku prostych operatorów różniczkowych (np. operator Laplace'a czy d'Alemberta we współrzędnych kartezjańskich) zamiana zmiennych skutkuje pojawieniem się dodatkowych członów różniczkowych z funkcyjnymi współczynnikami. W przypadku operatorów różnicowych nie wiadomo jak wykonać taką zamianę zmiennych, można natomiast rozważać ogólniejsze operatory dyskretne (różnicowe), w sposób analogiczny do przypadku ciągłego. Prowadzi to do różnicowych schematów wielopunktowych. Są one głównym tematem recenzowanej rozprawy. Istotnym celem była też konstrukcja transformacji Darboux dla ogólnych schematów wielopunktowych. Realizacja tego celu jest, zgodnie z tytułem pracy, najważniejszym oryginalnym dokonaniem.

Istnienie transformacji Darboux pozwala na użycie danego liniowego operatora różniczkowego jako część pary Laxa dla jakiegoś nieliniowego układu całkowalnego. Same schematy wielopunktowe były okazjonalnie rozważane we wcześniejszych pracach, można tu wymienić zwłaszcza słynnego S.P.Novikova, który podjął ten temat w roku 1997, badając faktoryzację 7-punktowych dyskretnych samosprężonych operatorów eliptycznych drugiego rzędu (co też ma związek z układami całkowalnymi). Dopiero jednak systematyczna konstrukcja transformacji Darboux, czy to dla ogólnego schematu, czy dla różnych jego redukcji, dowodzi całkowalności układów nieliniowych pojawiających się jako warunki zgodności dla schematów wielopunktowych.

W teorii układów całkowalnych dominują schematy 4-punktowe, związane z równaniami hiperbolicznymi w postaci kanonicznej (druga pochodna mieszana), a w szczególności z sieciami sprzężonymi, które na poziomie dyskretnym odpowiadają sieciom złożonym z czworoboków płaskich. Pytanie o całkowalną dyskretyzację operatorów eliptycznych jest całkiem naturalne, ale dopiero doktor Niezsporski w pracy [H1] postawił i rozwiązał ten problem w dość ogólnej formie, konstruując transformację Darboux (typu transformacji Moutarda) dla samosprężonych operatorów eliptycznych: 5-punktowego i 7-punktowego. Dla operatorów

tych można postawić typowe zagadnienie brzegowe Dirichleta na obszarze ograniczonym [H3].

Operator 5-punktowy można zinterpretować jako “specyfikację” operatora 7-punktowego poprzez położenie jednego ze współczynników równego zeru. Wiązek ten jest zachowywany przez transformację Darboux, zatem nie jest to redukcja (redukcja narzucałaby dodatkowe więzy na transformację). Specyfikacja jest terminem wprowadzonym przez habilitanta. W wielu przypadkach można ją utożsamić z wyborem szczególnych nowych zmiennych w przypadku dyskretnym.

Poprzez zastosowanie odpowiedniego cechowania dla operatora 5-punktowego w pracy [H1] została otrzymana nieznana wcześniej całkowalna dyskretyzacja 2-wymiarowego równania Schrödingera (zawiera tylko jeden dodatkowy potencjał, nieobecny w przypadku ciągłym). W pracy [H2] równanie to zostało uzupełnione liniowym równaniem (różniczkowym) ewolucji czasowej dając parę Laxa dla nowego 2-wymiarowego całkowalnego uogólnienia sieci Tody. Moim zdaniem uogólnienie to jest znacznie bardziej naturalne z fizycznego punktu widzenia niż bardzo ważne skądinąd układy znane jako 2-wymiarowe sieci Tody. W pracy [H8] zostały uzyskane i przedyskutowane jeszcze inne typy 2-wymiarowych sieci Tody, na siatce czworokątnej i trójkątnej. Wkład doktora Nieszporskiego we wszystkich tych przypadkach polegał na skonstruowaniu transformacji Darboux-Bäcklunda.

Kluczową pracą rozprawy habiliacyjnej jest samodzielna praca [H6] poświęcona ogólnemu schematowi 6-punktowemu, który jest dyskretnym odpowiednikiem najogólniejszego operatora różniczkowego drugiego rzędu (w obu przypadkach operatory są parametryzowane przez 6 funkcji). Opisane jest odpowiednie zagadnienie początkowo-brzegowe (na obszarze w kształcie studni o nieregularnych bokach), a przede wszystkim transformacja Darboux w duchu transformacji fundamentalnej (transformacji Jonasa), przy czym konstrukcja ta jest wykonana w oryginalny i ogólny sposób (rozdział 3 opisuje przypadek ciągły, a rozdział 4 przypadek dyskretny).

W pracach [H5] i [H7] wkład habilitanta jest stosunkowo niewielki, ale dobrze wyodrębniony (rozdział 3 autoreferatu): dotyczy metody przejścia na podsiatkę. Otóż mając 4-punktowy schemat możemy rozważyć cztery sąsiadujące czworoboki próbując wyeliminować cztery zmienne (czyli cztery punkty siatki), aby doprowadzić do schematu 5-punktowego (na podsiatce). Procedura taka możliwa jest wtedy i tylko wtedy, gdy wyjściowy schemat 4-punktowy równoważny jest pewnemu dyskretnemu równaniu Moutarda. Jeśli równanie Moutarda zadamy na “parkietażu rombicznym” (sześciokąty podzielone na trzy romby), to podobna procedura prowadzi do samosprzężonego operatora 7-punktowego na podsiatce. Przy okazji otrzymany też został operator samosprzężony na sieci heksagonalnej.

Schemat 6-punktowy dopuszcza liczne specyfikacje i redukcje, przedstawione w syntetyczny sposób na Rysunku 1 w pracy [H9]. Poprzez odpowiednią specyfikację otrzymać można z niego ogólny schemat 4 punktowy, a kolejna specyfikacja prowadzi do schematu 3-punktowego. Schemat 4-punktowy dopuszcza redukcję Ribaucoura (którą habilitant się nie zajmował), redukcję Goursata, oraz wspomniane wyżej przejścia na podsiatkę. W pracy [H4] wyniki prac [H1] i [H6] dla schematu 6-punktowego i 7-punktowego zostały wyspecyfikowane dla przypadku operatorów  $q$ -różnicowych.

Znaczna część prac rozprawy habiliacyjnej jest napisana we współpracy z Adamem Doliwą i Paolo Santinim, osobami o bardzo dużym dorobku. W tym kontekście zwraca uwagę fakt, iż w pracach tych doktor Nieszporski uczestniczy w bardzo samodzielny sposób, akcentując bardzo wyraźnie swój program badawczy. Co więcej wkład pracy poszczególnych autorów jest dość przejrzysto rozdzielony (często jest to autorstwo konkretnych rozdziałów).

## Uwagi krytyczne

Prace wchodzące w skład rozprawy habiliacyjnej są napisane, w swej warstwie technicznej, w sposób dość trudny i często motywacje poszczególnych rachunków są niełatwe do wychwycenia. Autoreferat niewiele tu pomaga. Na przykład trudno mi przyporządkować “istotę transformacji Darboux” przedstawioną na stronie 7 autoreferatu do fragmentów prac wchodzących w skład rozprawy. W szczególności idea ta jest chyba różna od idei przedstawionej na stronie 3 pracy [H9]. W obu przypadkach opisy te nie są wystarczające do zrozumienia problemu i dopiero przyjrzenie się konkretnym rachunkom wyjaśnia (częściowo) sprawę. Na przykład opis z pracy [H9] ma dobrą ilustrację w rozdziałach 3 i 4 pracy [H6].

Bardzo niewiele miejsca poświęcone jest przejściu pomiędzy przypadkiem ciągłym i dyskretnym. Rozważane układy dyskretne zwykle nie mają żadnego małego parametru. Wyjątkiem jest praca [H4], gdzie rozważona jest granica  $q \rightarrow 1$  oraz rachunki współautora (Paolo M. Santiniego) w pracy [H1].

Rysunek 1 w pracy [H9] jest zbyt mało pomniejszony. Jest on istotną pomocą w interpretacji wyników tej pracy, dlatego dobrze iż w autoreferacie jest link do czytelnej wersji tego rysunku.

Uwagi powyższe nie wpływają jednak na moją ogólną, pozytywną, ocenę rozprawy habiliacyjnej. Niezrozumiałe jest jednak opóźnione złożenie rozprawy habiliacyjnej, bowiem ostatnia z prac wchodzących w jej skład została opublikowana w roku 2009.

## Dorobek naukowy doktora Macieja Nieszporzkiego

Dorobek naukowy habilitanta jest dość jednorodny i dotyczy układów całkownych, a zwłaszcza transformacji typu Darboux i Bäcklunda. Przed doktoratem były to zagadnienia związane z geometrią różniczkową (powierzchnie hiperboliczne, powierzchnie Bianchiego, kongruencje Weingartena) i jej zastosowaniami (transformacja Moutarda dla wieloskładnikowego równania Ernsta) oraz z geometrią dyskretną (dyskretyzacja sieci Bianchiego-Ernsta, sieci Fubinięgo-Ragazziego oraz sieci asymptotycznych). Doktor Nieszporzki wprowadził też pojęcie "drabiny Laplace'a", czyli sekwencji transformacji Laplace'a dla dyskretyzacji hiperbolicznego równania drugiego rzędu (które nazwałbym raczej równaniem falowym niż, jak to czyni autor, równaniem Laplace'a). Przy okazji uzyskał też drugą, nieznaną wcześniej, dyskretyzację równania Moutarda. Do tematyki geometrycznej doktor Nieszporzki wrócił w roku 2009 uzyskując ciekawy wynik dotyczący całkowności powierzchni Bianchiego (klasa powierzchni o ujemnej krzywiznie Gaussa): niezależność od parametryzacji.

Po doktoracie habilitant skoncentrował się na transformacjach typu Darboux (stosując podejścia wywodzące się od Moutarda, czy zwłaszcza Jonasa) dla schematów wielopunktowych będących dyskretyzacjami operatorów różniczkowych drugiego rzędu. Dorobek ten wszedł w skład rozprawy habilitacyjnej. W ostatnich latach doktor Nieszporzki podjął, w dość oryginalny sposób, modną obecnie tematykę układów całkownych wynikających jako trójwymiarowe warunki zgodności (*compatibility around the cube*). Efektem są trzy kolejne artykuły.

### Publikacje

Dorobek publikacyjny doktora Nieszporzkiego ilustruje poniższa lista, gdzie po roku publikacji podałem (obecną) punktację danego czasopisma, w nawiasie liczbę cytowań wg Web of Science, a na końcu każdego wiersza umieściłem listę ewentualnych współautorów. Podkreślenie oznacza pierwszego autora.

1. 2000 **20** (1) Theoretical and Mathematical Physics (A.Sym)
2. 2000 **30** (4) Physics Letters A
3. 2001 **30** (11) Journal of Physics A: Math. Gen. (A.Doliwa, P.M.Santini)
4. 2002 **25** (6) Journal of Geometry and Physics
5. 2002 **20** (8) Theoretical and Mathematical Physics
6. 2004 **25** (4) Journal of Geometry and Physics (A.Doliwa, P.M.Santini)
7. 2004 **30** (10) Physics Letters A (P.M.Santini, A.Doliwa)

8. 2004 **35** (9) Physical Review E (P.M.Santini, A.Doliwa)
9. 2005 **20** (2) Glasgow Mathematical Journal (P.M.Santini)
10. 2005 **20** (2) Journal of Nonlinear Mathematical Physics (P.Małkiewicz)
11. 2007 **25** (10) Journal of Math. Physics (A.Doliwa, P.Grinevich, P.M.Santini)
12. 2007 **30** (2) Journal of Physics A: Math. Theor.
13. 2007 **25** (5) Journal of Mathematical Physics (A.Doliwa, P.M.Santini)
14. 2008 **35** (5) Physical Review E (P.M.Santini, A.Doliwa)
15. 2009 **30** (2) Journal of Physics A: Math. Theor. (A.Doliwa)
16. 2009 **30** (0) Journal of Physics A: Math. Theor. (A.Sym)
17. 2011 **20** (0) SIGMA (P.Kassotakis)
18. 2012 **30** (1) Physics Letters A (P.Kassotakis)
19. 2013 **35** (0) Int. Math. Research Notices (J.Atkinson)

W dziewięciu pracach dr Nieszporski jest jedynym lub pierwszym autorem. W innych trzech pracach jest autorem zdecydowanie wiodącym, choć kolejność jest alfabetyczna. Zdecydowana większość spośród powyższych prac (14) została opublikowana po doktoracie, czyli po roku 2003. Zwróć uwagę na fakt, iż dorobek doktora Macieja Nieszporskiego składa się w całości z prac obecnych w szerokim obiegu międzynarodowym, opublikowanych w renomowanych czasopiśmiech o punktacji 20-35 punktów. Wprawdzie 7 spośród tych prac ukazało się w wydaniach poświęconym konferencjom, ale habilitant uzyskał od redakcji tych czasopism potwierdzenie, że standard recenzowania w tych wydaniach był podobny do wydań normalnych. Większość z tych ustaleń mogę potwierdzić z własnego doświadczenia.

## Cytowania

Według bazy Web of Science liczba cytowań prac Macieja Nieszporskiego wynosi 82 (albo 90, gdyby doliczyć cytowania preprintów i prac w druku), w tym 47 bez autocytowań. Biorąc pod uwagę, że średnia cytawalność w fizyce matematycznej jest stosunkowo niska (podobnie jak w matematyce), należy uznać tę liczbę cytowań za zadowalającą na tym etapie rozwoju naukowego. Indeks Hirscha Macieja Nieszporskiego wynosi  $h = 6$ .

## Aktywność naukowa

Doktor Maciej Nieszporski był laureatem 2-letniego stypendium Marie Curie Intra-European Fellowship, co umożliwiło mu odbycie stażu podoktorskiego na Uniwersytecie w Leeds w latach 2005-2007. W roku 2009 spędził kilka miesięcy w Isaac Newton Institute w Cambridge, biorąc udział w programie *Discrete Integrable Systems*. Odbył też dłuższą wizytę w Sydney w roku 2011 oraz liczne (12) wizyty w Rzymie, w ramach intensywnej współpracy z Paolo M. Santinim.

Uczestniczył aktywnie w wielu konferencjach międzynarodowych i krajowych (po doktoracie 10 wystąpień na dużych konferencjach). Prezentował swe wyniki na licznych krajowych. Wielu z nich miałem okazję wysłuchać. Był wykonawcą w 4 grantach krajowych. Współorganizował dwie konferencje międzynarodowe. Ma udokumentowany dorobek dydaktyczny i popularyzatorski, w tym opieka nad kołem naukowym (*Koło Pogłębiaczy Wiedzy* na Wydziale Fizyki UW). Był opiekunem dwóch prac licencjackich i jednej pracy magisterskiej (zaznaczyć trzeba, że praca ta stała się źródłem publikacji w czasopiśmie o zasięgu międzynarodowym).

Recenzował kilkanaście prac w takich pismach jak *Journal of Physics A: Math. Theor.* (10), *Physics Letters A* (3) oraz pojedyncze prace w *Reports on Mathematical Physics*, *SIGMA* czy *Journal of Nonlinear Mathematical Physics*.

## Wniosek końcowy

W podsumowaniu stwierdzam, że doktor Maciej Nieszporski ma poważny i w dużej mierze samodzielny dorobek naukowy, potwierdzony publikacjami w renomowanych czasopismach o zasięgu międzynarodowym, który jest wystarczający dla kandydata do stopnia naukowego doktora habilitowanego.

Rozprawa habilitacyjna zawiera znaczące wyniki opublikowane w wysokopunktowanych pismach o zasięgu międzynarodowym. W przejrzysty sposób określony jest samodzielny wkład habilitanta w pracach współautorskich i jest to wkład bardzo istotny. Stwierdzam, że przedłożona rozprawa habilitacyjna doktora Macieja Nieszporskiego spełnia ustawowe i zwyczajowe wymogi stawiane pracom habilitacyjnym.

Na podstawie powyższych pozytywnych opinii o dorobku naukowym i rozprawie habilitacyjnej, wnoszę o dopuszczenie doktora Macieja Nieszporskiego do dalszego postępowania w przewodzie habilitacyjnym.

