

Autoreferat

1. Imię i Nazwisko

Paweł Jakubczyk

2. Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/artystyczne z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej

- (a) **Magister Fizyki** – Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego, 2002, tytuł rozprawy: „Przemiana wypełniania w niesymetrycznym klinie”, Promotor: prof. dr hab. Marek Napiórkowski
- (b) **Doktor Nauk Fizycznych** – Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego, 2005, tytuł rozprawy „Współczynnik napięcia liniowego w kontekście adsorpcji na niejednorodnych podłożach”, Promotor: prof. dr hab. Marek Napiórkowski

3. Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych/artystycznych.

- a) 2002-2005 **studia doktoranckie**, Uniwersytet Warszawski, Wydział Fizyki
- b) od 2006 **adiunkt**, Uniwersytet Warszawski, Wydział Fizyki
- c) 2007 - 2009 **staż po doktoracie** Instytut Badań nad Ciałem Stałym Maxa Plancka w Stuttgarcie w grupie prof. W. Metznera

4. Wskazanie osiągnięcia* wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.):

- a) tytuł osiągnięcia naukowego/artystycznego

Funkcjonalna grupa renormalizacji dla termicznych i kwantowych przemian fazowych

- b) Publikacje stanowiące cykl

- [H1] **P. Jakubczyk**, P. Strack, A.A. Katanin, W. Metzner, "Renormalization group for phases with broken discrete symmetry near quantum critical points", Phys. Rev. B **77**, 195120 (2008).
- [H2] **P. Jakubczyk**, "Renormalized ϕ^6 model for quantum phase transitions in systems of itinerant fermions", Phys. Rev. B **79**, 125115 (2009).
- [H3] P. Strack, **P. Jakubczyk**, "Phase boundary and finite temperature crossovers of the quantum Ising model in two dimensions", Phys. Rev. B **80**, 085108 (2009).
- [H4] **P. Jakubczyk**, W. Metzner, H. Yamase, "Turning a First Order Quantum Phase Transition Continuous by Fluctuations: General Flow Equations and Application to d-Wave Pomeranchuk Instability", Phys. Rev. Lett **103**, 220602 (2009).
- [H5] **P. Jakubczyk**, J. Bauer, W. Metzner, "Finite temperature crossovers near quantum tricritical points in metals", Phys. Rev. B **82**, 045103 (2010).

- [H6] H. Yamase, P. Jakubczyk, W. Metzner, "Nematic quantum criticality without order", Phys. Rev. B **83**, 125121 (2011).
- [H7] J. Bauer, P. Jakubczyk, W. Metzner, "Critical temperature and Ginzburg region near quantum critical points in two-dimensional metals", Phys. Rev. B **84**, 075122 (2011).
- [H8] P. Jakubczyk, "Capillary-wave models and the effective-average-action scheme of functional renormalization group", Phys. Rev. E **84**, 021124 (2011).
- [H9] P. Jakubczyk, "Quantum interface unbinding transitions", Phys. Rev. B **86**, 075142 (2012).
- [H10] P. Jakubczyk, M. Napiórkowski "Critical Casimir forces for $O(N)$ models from functional renormalization", Phys. Rev. B **87**, 165439 (2013).

- c) omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

1 Wstęp

Powiązanie mikroskopowych charakterystyk zadanego hamiltonianem układu fizycznego z jego równowagowymi właściwościami makroskopowymi (takimi jak diagram fazowy czy równania stanu) stanowi główne zagadnienie fizyki statystycznej stanów równowagi. Teoria zespołów statystycznych Gibbsa dostarcza niezbędnych do tego narzędzi. W jej ramach termodynamika układu powiązana zostaje z jego mikroskopowymi parametrami poprzez policzenie sumy statystycznej. To z kolei jest już zagadnieniem czysto technicznym, aczkolwiek zazwyczaj niełatwym. Jego trudność wiąże się z występowaniem w badanym układzie dużej ilości oddziałujących stopni swobody. Z drugiej strony, większość przybliżonych metod, jakimi dysponuje fizyka teoretyczna, dostosowana jest do zagadnienia pojedynczego ciała. Metody te korzystają z własności ekstensywności. Wymagają ponadto (zazwyczaj niekontrolowanego) przybliżenia pozwalającego na zastąpienie problemu wielu oddziałujących ciał zagadnieniem pojedynczego ciała w zewnętrznym polu wytworzonym przez pozostałe stopnie swobody. Te metody (często nazywane metodami pola średniego) niejednokrotnie dostarczają jakościowo poprawnego opisu badanego układu. Często nawet okazują się poprawne na poziomie ilościowym. Do sytuacji, gdzie tego typu przybliżenia mogą zupełnie zawieść należą te, gdzie w obszarze rzędu długości korelacji znajduje się dużo stopni swobody. Standardowy przykład stanowią układy w pobliżu przemiany fazowej drugiego rzędu, gdzie długość korelacji jest nieskończona. Podejście do zagadnienia wielu ciał opierające się na grupie renormalizacji [1, 2] jest próbą pokonania (czy też obejścia) tego typu trudności. W tym podejściu nie wykonujemy sumowania fluktuacji odpowiadających różnym skalom energetycznym. Zamiast tego porządkujemy mody dające wkład do sumy statystycznej według odpowiadającej im skali energetycznej (albo skali długości). Poprzez odcałkowanie z sumy statystycznej modów odpowiadających najwyższym energiom, konstruujemy efektywny model dla pozostałych stopni swobody. Gdyby procedura odcałkowania wysokoenergetycznych fluktuacji mogła zostać w praktyce wykonana w sposób ścisły, iterując ten krok otrzymalibyśmy ścisłe rozwiązanie badanego modelu. W przypadku oddziałujących układów nie jest to jednakże wykonalne (za wyjątkiem nielicznych, dobrze znanych przykładów) i praktyczna konstrukcja efektywnej teorii dla pogrubionej skali przeprowadzana jest w sposób przybliżony.

1.1 Nieperturbacyjna grupa renormalizacji

W najbardziej powszechnym sformułowaniu, przekształcenie grupy renormalizacji konstruowane jest perturbacyjnie. Uzyskane w ten sposób równania opisują płynięcie skończonej ilości parametrów efektywnego modelu przy redukcji skali, na jakiej rozpatrywany model jest zdefiniowany. Dla układów opisanych poprzez teorię pola

istnieje również inne możliwe podejście, które za punkt wyjścia przyjmuje ściśle równanie opisujące płynięcie funkcjonału generującego rodzinę funkcji korelacji przy zmianie skali [3]. W praktycznych obliczeniach podejście to wymaga parametryzacji tego funkcjonału przez skończoną liczbę funkcji. Tego typu podejście funkcjonuje w literaturze jako „funkcjonalna grupa renormalizacji”, „nieperturbacyjna grupa renormalizacji”, oraz „ściśła grupa renormalizacji”. Idea ta ma szereg implementacji. Jedną z jej wcześniejszych wersji, tak zwane sformułowanie Wilsona-Polchinski’ego [1, 3, 4], opiera się na ścisłym równaniu opisującym płynięcie funkcjonału generującego spójne funkcje korelacji. Ten wczesny wariant funkcjonalnej teorii renormalizacji doprowadził do szeregu ważnych formalnych rezultatów [3]. Jednakże użyteczne zastosowania tej idei dla konkretnych (prostych) układów rozwinięte zostały w ciągu ostatnich 20 lat w ramach formalnie niemalże równoważnego podejście, tak zwanego sformułowania 1-cząstkowo nieredukowalnego [3, 5], funkcjonującego również pod nazwą metody efektywnego działania. Prace autora niniejszej habilitacji przyjmują za punkt wyjścia to sformułowanie.

1.2 Schemat 1-cząstkowo nieredukowalny

W obecnie rozpatrywanym kontekście równowagowej fizyki statystycznej stoimy przed zadaniem policzenia sumy statystycznej

$$Z = \int D\chi e^{-S[\chi]} . \quad (1)$$

Przyjęliśmy, że suma statystyczna może zostać przedstawiona w postaci całki funkcjonalnej. Standardowe metody postępowania pozwalają na sformułowanie wielu zagadnień w tej postaci [6, 7]. Modele materii skondensowanej zawsze mają sens jedynie do pewnej mikroskopowej skali (np. stałej sieci). Teoria, którą w skrócie poniżej przedstawiamy zawsze zawiera parametr opisujący skalę obciążenia (w przestrzeni pędu) Λ_{UV} .

Fluktuujące pole $\chi(x)$ zależne jest od położenia w d -wymiarowej przestrzeni. Dla uproszczenia przyjmujemy tu, że jest ono jednoskładnikowe i rzeczywiste. Rozumowanie, które tu szkicujemy w sposób automatyczny uogólnić można na przypadek $\chi(x)$ mającego wiele komponentów, będącego polem o wartościach zespolonych, albo grassmannowskich. Poprzez dodanie wyrazu źródłowego $\int d^d x \chi(x) J(x)$ i wzięcie logarytmu, uzyskujemy funkcjonał generujący rodzinę spójnych funkcji korelacji

$$W[J] = \log \int D\chi e^{-S[\chi] + \int d^d x \chi(x) J(x)} . \quad (2)$$

Wykonujemy transformację Legendre’a

$$\Gamma[\phi] = -W[J] + \int d^d x \phi(x) J(x) , \quad (3)$$

gdzie

$$\phi(x) = \langle \chi(x) \rangle = \frac{\delta W}{\delta J(x)} . \quad (4)$$

Wielkość $\Gamma[\phi]$ odpowiada potencjałowi termodynamicznemu, którego naturalną zmienną jest średnia wartość fluktuującego pola χ (na przykład magnetyzacji w układach spinowych). W standardowej literaturze $\Gamma[\phi]$ opisywana jest jako energia swobodna bądź (pełne) efektywne działanie.

Zależne od skali efektywne działanie $\Gamma_\Lambda[\phi]$ jest prostym uogólnieniem tego pojęcia. Jedyną różnicą polega na tym, że uwzględnione zostają w nim jedynie fluktuacje o wektorze falowym (pędzie) $q > \Lambda$. Obniżając skalę obcięcia Λ , do $\Gamma_\Lambda[\phi]$ włączane są kolejne mody. Z definicji mamy $\Gamma_{\Lambda=0} = \Gamma$. Z drugiej strony identyfikujemy $\Gamma_{\Lambda=\Lambda_{UV}}$ z $S[\phi]$ (czyli z „mikroskopowym” działaniem).

Bardziej *explicite* konstrukcję funkcjonału $\Gamma_\Lambda[\phi]$ można przeprowadzić następująco [3]: Definiujemy

$$W_\Lambda[J] = \log \int D\chi e^{-S[\chi] - \Delta S_\Lambda[\chi] + \int d^d x J(x)\chi(x)}, \quad (5)$$

gdzie dodany został człon niskoenergetycznego obcięcia $\Delta S_\Lambda[\chi]$. Przyjmujemy

$$\Delta S_\Lambda[\chi] = \frac{1}{2} \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} R_\Lambda(q) \chi(q) \chi(-q). \quad (6)$$

Zakładamy znikanie funkcji obcięcia $R_\Lambda(q)$ dla $\Lambda \rightarrow 0$, oraz że jest ona nieskończona w granicy $\Lambda \rightarrow \Lambda_{UV}$. Przyjmujemy również, że dla $\frac{q}{\Lambda} \ll 1$ zachodzi $R_\Lambda(q) \sim \Lambda^2$. Dzięki temu dodanie wyrazu obcięcia $\Delta S_\Lambda[\chi]$ do działania w równaniu (5) efektywnie dodaje modom o $q < \Lambda$ masę rzędu Λ , natomiast nie ma wpływu na mody z $q > \Lambda$. Zależne od skali efektywne działanie $\Gamma_\Lambda[\phi]$ zdefiniowane jest poprzez

$$\Gamma_\Lambda[\phi] = -W_\Lambda[J] + \int d^d x J(x)\phi(x) - \Delta S_\Lambda[\phi]. \quad (7)$$

Modyfikacja standardowej transformacji Legendre’a poprzez odjęcie członu $\Delta S_\Lambda[\phi]$ zapewnia własność [3]

$$\Gamma_{\Lambda_{UV}}[\phi] = S[\phi]. \quad (8)$$

Następnie badamy zmianę $\Gamma_\Lambda[\phi]$ przy infinitezymalnym obniżeniu skali Λ . Różniczkując równanie (7) i wykonując algebraiczne przekształcenia otrzymać można następujące równanie [5]:

$$\frac{\partial}{\partial \Lambda} \Gamma_\Lambda[\phi] = \frac{1}{2} \text{Tr} \left\{ \frac{\partial R_\Lambda(q)}{\partial \Lambda} [\Gamma_\Lambda^{(2)}[\phi] + R_\Lambda(q)]^{-1} \right\}, \quad (9)$$

gdzie (w obecnym kontekście), Tr oznacza sumowanie po pędach:

$$\text{Tr} = \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d}, \quad (10)$$

a odwrotny propagator $\Gamma_\Lambda^{(2)}[\phi]$ dany jest przez drugą funkcjonalną pochodną $\Gamma_\Lambda[\phi]$:

$$\Gamma_\Lambda^{(2)}[\phi](q_1, q_2) = \frac{\delta^2 \Gamma_\Lambda[\phi]}{\delta \phi(-q_1) \delta \phi(q_2)}. \quad (11)$$

Równanie (9) znane jest w literaturze jako równanie Wetterich'a. Opisuje ono płynięcie efektywnego działania $\Gamma_\Lambda[\phi]$ przy redukcji skali dolnego obciążenia pędowego i interpoluje pomiędzy „mikroskopowym” działaniem $S[\phi]$ dla $\Lambda = \Lambda_{UV}$ i pełnym efektywnym działaniem (energiją swobodną) $\Gamma[\phi]$ dla $\Lambda = 0$. Równanie powyższe stanowi punkt wyjścia dla wszystkich wyników zawartych w serii publikacji składających się na przedstawianą habilitację. W tym miejscu warto uczynić kilka uwag.

- Ścisłe rozwiązanie równania (9) oznacza wyrażenie energii swobodnej poprzez parametry $S[\phi]$. Oznacza zatem obliczenie sumy statystycznej danej równaniem (1). Przedstawienie podstawowego problemu fizyki statystycznej jako funkcjonalnego równania różniczkowego otwiera możliwość wykonywania przybliżeń o zupełnie innym charakterze, niż w przypadku tradycyjnego sformułowania problemu w postaci całki funkcjonalnej.
- Mimo iż równanie (9) zostało w tej postaci po raz pierwszy przedstawione w pracy [5], bardzo podobne sformułowanie (z dokładnością do transformacji Legendre'a) znane było jeszcze w latach 70-tych XX wieku (równanie Wilsona-Polchinski'ego). Jako podstawowy „płynący” obiekt traktuje ono $W_\Lambda[J]$, a nie $\Gamma_\Lambda[\phi]$. Jego analiza doprowadziła do szeregu formalnych wyników. Nie doprowadziła natomiast, z przyczyn, które potraktować można jako techniczne, do jakichkolwiek liczbowych wyników w sytuacjach, gdzie anomalne skalowanie propagatora (niezerowa wartość wykładnika krytycznego η) musi być uwzględnione.
- W przybliżonym rozwiązaniu równania (9) funkcjonal $\Gamma_\Lambda[\phi]$ nie musi być sparymetryzowany przez skończony zbiór płynących stałych. Wprost przeciwnie, w ramach standardowego przybliżenia (rozwinęcia w pochodnych) obliczane jest płynięcie nieskończonego zbioru parametrów. Czyni to obecnie dyskutowane podejście znacząco potężniejszym w porównaniu z perturbacyjnymi konstrukcjami przekształcenia renormalizacji. Z drugiej strony struktury matematyczne analogiczne to tych występujących w podejściach perturbacyjnych uzyskać można poprzez odpowiednią parametryzację efektywnego działania w równaniu (9).
- Najbardziej wrażliwym punktem jakiegokolwiek próby rozwiązania równania (9) jest parametryzacja $\Gamma_\Lambda[\phi]$. Mimo iż w typowej sytuacji nie dysponujemy żadnym małym parametrem, rozwiniętych zostało kilka systematycznych procedur, gdzie wyrazy występujące w $\Gamma_\Lambda[\phi]$ klasyfikowane są w zadany sposób. Na obecnym etapie nie wiadomo nic na temat ich zbieżności. Nie dysponujemy również żadną prostą metodą obliczania błędów będących konsekwencją zastosowanych przybliżeń. Niedokładności mogą być szacowane przez badanie wrażliwości uzyskiwanych wyników na wybór funkcji obciążenia $R_\Lambda(q)$.

Wyniki podsumowane w rozdziale 2 zostały uzyskane w ramach dwóch przybliżeń, które krótko przedstawione są poniżej.

1.2.1 Rozwinięcie w pochodnych

Przybliżona metoda rozwiązywania równania (9) zwana rozwinięciem w pochodnych wykorzystuje symetrię rozpatrywanego modelu i klasyfikuje dozwolone wyrazy wys-

tępujące w $\Gamma_\Lambda[\phi]$ przy pomocy ilości zawartych w nich pochodnych. W prostym przypadku, gdy ϕ jest rzeczywistym polem skalarnym i mamy do czynienia z łamaniem dyskretnej symetrii Z_2 , sprowadza się ona do następującego ansatzu:

$$\Gamma_\Lambda[\phi] = \int d^d x \left[U_\Lambda(\rho) + \frac{1}{2} Z_\Lambda(\rho) (\nabla\phi)^2 + \dots \right], \quad (12)$$

gdzie $\rho = \frac{1}{2}\phi^2$, natomiast pominięte tu wyrazy zawierają niezmienniki z więcej niż dwiema pochodnymi po zmiennych przestrzennych. Na tym poziomie przybliżenia równanie (9) staje się równoważne zamkniętemu układowi dwóch cząstkowych, nieliniowych równań różniczkowo-całkowych, opisujących płynięcie lokalnego potencjału efektywnego $U(\rho)$ i zależnego od pola czynnika Z przy zmianie skali Λ . Te równania mogą być już poddane analizie numerycznej. Explicite wypisujemy poniżej równanie na $U(\rho)$

$$\frac{\partial}{\partial \Lambda} U_\Lambda(\rho) = \frac{1}{2} \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \frac{\partial R_\Lambda(q)}{\partial \Lambda} \left[Z_\Lambda(\rho) q^2 + R_\Lambda(q) + U'_\Lambda(\rho) + 2\rho U''_\Lambda(\rho) \right]^{-1}. \quad (13)$$

W najniższym (zerowym) rzędzie rozwinięcia w pochodnych pomijane jest płynięcie $Z(\rho)$. Równanie (13) jest wówczas zamknięte.

Przy pomocy odpowiedniej transformacji zmiennych równanie (13) może zostać sprowadzone do postaci niezmienniczej ze względu na skalę, w której to postaci dopuszczalne jest istnienie punktów stałych (w przestrzeni funkcyjnej). W ten sposób uzyskać można kontakt z bardziej powszechnymi sformułowaniami teorii renormalizacji, gdzie wykonuje się całkowania fluktuacji z powłoki w przestrzeni pędów, poprzedzające skalowanie zmiennych.

Dla najprostszego przypadku (klasy uniwersalności trójwymiarowego modelu Isinga) w ramach rozwinięcia w pochodnych wykonane zostały obliczenia do rzędu ∂^6 . Uzyskane w ten sposób wykładniki krytyczne są w znakomitej zgodności z symulacjami Monte-Carlo. Warto również zaznaczyć, że metoda ta bardzo dokładnie odtwarza ściśle wyniki w $d = 2$, gdzie zawodzą metody oparte na perturbacyjnej renormalizacji.

1.2.2 Rozwinięcie w wierzchołkach

Obliczając kolejne pochodne funkcjonalne równania (9) wyprowadzić można równania opisujące płynięcie 1-cząstkowo-nieredukowalnych funkcji wierzchołkowych. Na przykład, działanie na równanie (9) operatorem $\frac{\delta^2}{\delta\phi_{q_1}\delta\phi_{q_2}}$ prowadzi do równania na odwrotny propagator $\Gamma^{(2)}$. Równanie to zawiera funkcje wierzchołkowe $\Gamma^{(3)}$ i $\Gamma^{(4)}$. W ogólności, równanie na n -tą funkcję wierzchołkową zawiera $\Gamma^{(n+1)}$ i $\Gamma^{(n+2)}$. Uzyskana w ten sposób hierarchia ma prostą interpretację w języku diagramów Feynmana. Człony wnoszące wkład do równania na $\Gamma^{(n)}$ reprezentowane są (wyłącznie) przez jednopętlowe diagramy 1-cząstkowo-nieredukowalne z n zewnętrznymi nogami. Istnieje szereg obcięć tej hierarchii, gdzie pominięte są wierzchołki odpowiednio wysokiego rzędu. Tego typu podejście jest komplementarne względem rozwinięcia w pochodnych w tym sensie, że pozwala na dokładny opis zależności pędowych. Te

są kluczowe, na przykład, przy analizie konkurujących niestabilności w układach oddziałujących fermionów.

Rozwinięcie w pochodnych jest potężnym narzędziem obliczeniowym. W sposób nieunikniony prowadzi ono jednak do numerycznego całkowania nieliniowych cząstkowych równań różniczkowych. W wielu sytuacjach problem ten można uprościć poprzez rozwinięcie efektywnego potencjału $U_\Lambda(\phi)$ w szereg względem ϕ . Oznacza to efektywnie kombinację rozwinięcia w pochodnych z rozwinięciem w wierzchołkach i rzutuje płynięcie potencjału $U_\Lambda(\phi)$ na płynięcie skończonej liczby parametrów opisujących masy i stałe oddziaływania. W najprostszym przypadku skalarnego modelu ϕ^4 tego typu projekcja prowadzi do układu dwóch sprzężonych zwyczajnych równań różniczkowych (na masę i stałą oddziaływania). Jeśli jest to potrzebne, można poprzez odpowiednią projekcję równania na $\Gamma^{(2)}$ policzyć również płynięcie czynnika Z i związanego z nim wykładnika η . Zauważyć można, że otrzymane w ten sposób równania nadal zawierają wyrazy dowolnie wysokiego rzędu w masach i stałych oddziaływania i w tym sensie są "nieperturbacyjne". Opisana tu redukcja złożoności obliczeniowej problemu pociąga za sobą oczywiście obniżenie dokładności otrzymanych wyników liczbowych. Należy również mieć na względzie fakt, że istnienie dobrze określonego rozwinięcia efektywnego potencjału w potęgach pola nie jest zawsze zagwarantowane (zob. Rozdział 2).

2 Podsumowanie kluczowych wyników

Na przedstawianą habilitację składają się wyniki opublikowane w 10 pracach, w których metoda podejścia do problemu opiera się na równaniu (9) i w których do czynienia mamy z przemianami fazowymi pierwszego bądź drugiego rodzaju, opisywanymi przy pomocy efektywnego działania (o charakterze bozonowym). Publikacje [H1-H3] oraz [H5-H7] odnoszą się do układów oddziałujących fermionów, gdzie występuje kwantowa przemiana fazowa. Praca [H4] poświęcona jest kwantowemu zachowaniu krytycznemu w układzie magnetycznym typu modelu Isinga w poprzecznym polu. W pracach [H8-H9] podejmujemy zagadnienie klasycznych ([H8]) oraz kwantowych ([H9]) powierzchniowych przemian fazowych typu zwilżania. W pracy [H10] analizujemy krytyczne siły Casimira dla modeli $O(N)$ z periodycznymi warunkami brzegowymi, zmieniając w sposób ciągły wymiar układu pomiędzy $d = 2$ i $d = 3$. Przedstawiane tu podsumowanie kluczowych wyników podzielone zostało na trzy tematycznie rozdzielone podrozdziały.

2.1 Kwantowe zjawiska krytyczne w układach wędrujących fermionów

W układach oddziałujących fermionów spontanicznie łamane mogą być rozmaite symetrie, co prowadzi do różnych typów uporządkowania (na przykład o charakterze magnetycznym, nadprzewodzącym, nematycznym, albo typu fali gęstości ładunku). Parametr porządku istotny dla danej przemiany jest zazwyczaj bozonową zmienną,

dwuliniową w operatorach fermionowych. Rozpatrując stan podstawowy (ustalając temperaturę $T = 0$) przemiana fazowa może być indukowana przy pomocy potencjału chemicznego, ciśnienia, parametrów opisujących skład chemiczny, albo jeszcze innych zmiennych [8]. Należy mieć na względzie fakt, że fermionowe wzbudzenia wokół powierzchni Fermiego są bezmasowe w $T = 0$. W związku z tym fluktuacje parametru porządku nie są jedynymi długozasięgowymi modami mogącymi występować w układzie. Jeżeli przemiana fazowa w $T = 0$ jest ciągła, oddziaływanie fermionowych wzbudzeń z fluktuacjami parametru porządku skutkuje niestandardowym zachowaniem układu (nie opisanym przez teorię cieczy Fermiego) w okolicach kwantowego punktu krytycznego, w tak zwanym reżimie kwantowym-krytycznym, rozciągającym się w przestrzeni parametrów termodynamicznych w obszarze odpowiadającym $T > 0$. W ostatnich latach kwantowe zjawiska krytyczne stały się jednym z wiodących paradygmatów kwantowej teorii wielu ciał. Poza stanowieniem areny dla fascynujących teoretycznych i eksperymentalnych badań nad egzotyczną materią kwantową, mają one również fundamentalne znaczenie dla zrozumienia fizyki wysokotemperaturowych nadprzewodników, gdzie magnetyczne fluktuacje grają wiodącą rolę w mechanizmie indukowania efektywnego przyciągania pomiędzy elektronami, co prowadzi do tworzenia par Coopera.

Standardowe podejście teoretyczne do kwantowych zjawisk krytycznych w układach wędrujących fermionów znane jest jako teoria Hertza-Millisa [9, 10]. W ramach tego podejścia, przy pomocy transformacji Hubbarda-Stratonovich'a wprowadzane jest pole porządku ϕ . Prowadzi to do rozprzęgnięcia fermionowych stopni swobody, za cenę jest wprowadzenie dodatkowej całki funkcjonalnej do sumy statystycznej. Wyjściowe fermionowe stopnie swobody mogą wówczas zostać odcałkowane. Otrzymujemy w ten sposób ścisłą reprezentację sumy statystycznej poprzez funkcjonalną całkę po konfiguracjach pola porządku. W kolejnym kroku teoria Hertza-Millisa dokonuje rozwinięcia w polu porządku (zazwyczaj do wyrazów rzędu ϕ^4) i zachowuje jedynie wiodące zależności propagatora od pędu q i częstości ω . Zależności te są całkowicie pominięte w wierzchołkach oddziaływania. Efekt oddziaływania parametru porządku z miękkimi modami fermionowymi uchwycony jest poprzez zależność bozonowego propagatora od częstości Matsubary. Uzyskane przy pomocy naszkicowanej powyżej procedury działanie ma następującą postać:

$$S[\phi] = \frac{1}{2} \int_q \phi_q \left(Z_\omega \frac{|\omega_n|}{|q|^{z-2}} + Zq^2 \right) \phi_{-q} + \mathcal{U}[\phi], \quad (14)$$

gdzie ω_n oznacza (bozonowe) częstości Matsubary, $q = (\mathbf{q}, \omega_n)$, z jest dynamicznym wykładnikiem krytycznym, natomiast $\int_q = T \sum_n \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d}$. Ponadto

$$\mathcal{U}[\phi] = \int_0^{1/T} d\tau \int d^d x U(\phi(x, \tau)) \quad (15)$$

(gdzie τ oznacza urojoną zmienną czasową) i efektywny potencjał rozwinięty jest w potęgach pola porządku:

$$U(\phi) = a_2 \phi^2 + a_4 \phi^4 + \dots \quad (16)$$

W oryginalnej pracy Hertza [9] działanie w postaci zadanej przez równania (14-16) poddane zostało procedurze renormalizacji. Analiza Hertza zawiera jednakże istotny błąd w $T > 0$, poprawiony w późniejszej pracy Millisa [10]. Motywacja dla naszych badań opublikowanych w pracy [H1] płynęła z kilku uproszczeń zastosowanych w analizie Millisa. Publikacja [H1] stanowi poprawienie/uzupełnienie tej ważnej pracy w następujących aspektach:

- Procedura Millisa zaniedbuje renormalizację bozonowej stałej oddziaływania (za wyjątkiem wyrazów pochodzących z przeskalowania zmiennych), a co za tym idzie, nie jest w stanie uchwycić punktu stałego Wilsona-Fishera, który opisuje zachowanie układu w pobliżu przemiany fazowej w $T > 0$. W języku diagramatycznym cała analiza Millisa ograniczona jest do renormalizacji masy poprzez diagram „kijankę” (tadpole).
- Analiza Millisa ograniczona jest do fazy nieuporządkowanej i obliczony w niej (uniwersalny) kształt linii przemian fazowych na diagramie fazowym uzyskany jest w istocie poprzez utożsamienie jej z linią Ginzburga (czyli granicą obszaru krytycznego).
- Analiza Millisa zaniedbuje wykładnik krytyczny η , który a priori może dać poprawkę do uniwersalnych praw potęgowych wyprowadzonych w pobliżu kwantowego punktu krytycznego (gdy zbliżamy się do niego z obszaru skończonych temperatur).

Nasze wyniki zawarte w pracy [H1] stanowią udoskonalenie teorii Millisa we wszystkich powyższych aspektach. W porównaniu do pracy [10], nasza analiza przyjmuje zupełnie inny punkt wyjścia, którym jest równanie (9). Opiera się ona na kombinacji rozwinięcia w wierzchołkach z rozwinięciem w pochodnych i pozwala na uchwycenie zarówno kwantowych, jak i termicznych fluktuacji krytycznych. Bierze ono również pod uwagę renormalizację czynnika Z i związanego z nim wymiaru anomalnego η . Nasze podejście jest poprawne również w fazie uporządkowanej (pod warunkiem, że związane z nią jest łamanie dyskretnej symetrii). Wyprowadzone równania grupy renormalizacji rozwiązaliśmy numerycznie, co pozwoliło na dokładne obliczenie linii przemian fazowych (dla $T \geq 0$) modelu zdefiniowanego działaniem (14) i porównanie jej z linią Ginzburga. Rozwinięta w tej pracy elastyczna metodologia posłużyła do analizy rozszerzeń teorii Hertza-Millisa oraz pokrewnych modeli, które badane były w późniejszych publikacjach.

W publikacji [H2] podejście rozwinięte w pracy [H1] rozszerzone zostało poprzez uwzględnienie w efektywnym działaniu wyrazu rzędu ϕ^6 . Badaliśmy możliwość zmiany rzędu kwantowej przemiany fazowej przez efekty związane z fluktuacjami parametru porządku. Uzyskane rezultaty numeryczne wskazały na występowanie (szczególnie w układach dwuwymiarowych) wyraźnej tendencji do renormalizacji stałej sprzężenia czwartego rzędu a_4 ku większym wartościom przez wyrazy pojawiające się na skutek niezerowych oddziaływań szóstego rzędu (a_6). Tendencja ta prowadzi może do zmiany znaku a_4 z ujemnego na dodatni, co implikuje, że przemiana fazowa, która jest pierwszego rzędu w ramach teorii pola średniego, może okazać się być przemianą ciągłą w pełniejszym opisie biorącym pod uwagę fluktuacje. W ramach analizowanego modelu nigdy nie zachodzi efekt odwrotny. Zbadaliśmy również szczególną

sytuację, gdzie linia termicznych przemian fazowych drugiego rzędu kończy się w $T = 0$ kwantowym punktem trójkrytycznym; albo też układ jest w pobliżu takiego scenariusza i obserwowane może być zarówno skalowanie typowe dla kwantowych zjawisk krytycznych, jak i trójkrytycznych. Istnieją poszlaki wskazujące, że kilka rzeczywistych substancji może znajdować się w stanie niezbyt odległym od takiego scenariusza [11]. Posługując się teorią skalowania, dokonaliśmy klasyfikacji wszystkich możliwych wartości wykładnika przesunięcia ψ (opisującego kształt linii przemian fazowych) dla kwantowych zjawisk wielokrytycznych.

Publikacja [H3] jest tematycznie nieco odsunięta od cyklu poświęconego układom wędrujących fermionów. Formalizm rozwinięty w pracy [H1] zastosowany w niej został do analizy efektywnego modelu opisującego niskoenergetyczną fizykę dwuwymiarowego kwantowego modelu Isinga w zewnętrznym polu poprzecznym i w pobliżu kwantowego punktu krytycznego. Praca ta obrazuje duże możliwości oraz wygodę podejścia rozwiniętego w [H1] w sytuacji, gdzie niskoenergetyczna fizyka jest rządzona przez punkty stałe o niegaussowskim charakterze zarówno w $T = 0$, jak i w $T > 0$. Analizowany układ przejawia skalowanie charakterystyczne dla 2-wymiarowego, 3-wymiarowego i 5-wymiarowego (średniopolowego) klasycznego modelu Isinga i przejście (crossover) pomiędzy regionami skalowania osiągane jest zarówno w funkcji skali obciążenia Λ , jak i parametrów termodynamicznych (temperatury i poprzecznego pola magnetycznego). Te przejścia zapewne okazałyby się znacząco trudniejsze do uzyskania w ramach bardziej tradycyjnych konstrukcji teorii renormalizacji.

Publikacje [H1-H3] za punkt wyjścia do analizy opartej na grupie renormalizacji biorą modele typu ϕ^4 (albo ϕ^6). W pracy [H4] analizujemy konkretny mikroskopowy hamiltonian (tak zwany model f), w którym zachodzi przemiana fazowa do tak zwanej elektronowej fazy nematycznej, gdzie symetria dwuwymiarowej powierzchni Fermiego zostaje obniżona względem symetrii sieci, na której zdefiniowany jest układ. Występowanie przemian fazowych tego typu jest eksperymentalnie potwierdzone dla związku $Sr_3Ru_2O_7$ [12], ale ich występowanie jest podejrzewane również (na przykład) w rodzinie nadprzewodników wysokotemperaturowych opartych na tlenku miedzi [13]. Nasze wyniki wskazują, że procedura zmierzająca do wyprowadzenia działania Hertza dla tego układu prowadzi do wyrażenia postaci (14), gdzie $z = 3$. W ramach teorii pola średniego otrzymuje się w zasadzie zawsze przemianę fazową pierwszego rzędu dla odpowiednio niskich temperatur. Jednakże efektywny potencjał nie ma regularnego rozwinięcia w potęgach parametru porządku, które byłoby w stanie uchwycić wszystkie jego minima i wzrost dla dużych wartości ϕ . W szczególności można pokazać (na przykład), że rozwinięcie wokół $\phi = 0$ prowadzi do ujemnych wszystkich stałych oddziaływania a_4, a_6, \dots , natomiast wiadomo że $U(\phi)$ zachowuje się jak ϕ^2 dla dużych ϕ .

Te fakty całkowicie uniemożliwiają konstrukcję opartą na teorii Hertza-Millisa i wymuszają zachowanie całej zależności $U(\phi)$ w opisie. Jednocząstkowo-nieredukowalny schemat funkcjonalnej renormalizacji jest narzędziem do tego zadania doskonale dopasowanym. Wykonana przez nas analiza tego zagadnienia oparta była na rozwinięciu w pochodnych dostosowanym do postaci równania (14). Uwzględniliśmy również renormalizację czynnika Z w sposób analogiczny do pracy [H1]. Wnioskiem analizy

jest fakt, że dla pewnego istotnego zakresu parametrów przemiana (również w $T = 0$) jest drugiego rzędu w ramach opisu uwzględniającego fluktuacje.

Publikacja [H5] stanowi uzupełnienie pracy [H2]. Po zlinearyzowaniu równań grupy renormalizacji wokół gaussowskiego punktu stałego w $T = 0$ udało nam się te równania rozwiązać analitycznie. W szczególności zbadaliśmy przejścia pomiędzy kwantowym zachowaniem krytycznym i trójkrytycznym, skupiając się na kwantowym reżimie krytycznym i układach o wymiarze $d > 2$. Praca ta dostarczyła dużo pełniejszego analitycznego zrozumienia wyników zawartych w [H2], w szczególności faktu, że fluktuacje parametru porządku mogą zmieniać rząd przemiany fazowej z pierwszego na drugi, a nie na odwrót.

W publikacji [H6] powróciliśmy do modelu analizowanego w [H4] i zbadaliśmy możliwość całkowitego usunięcia (na skutek fluktuacji) fazy uporządkowanej, występującej w opisie na poziomie teorii pola średniego. Jak dobrze wiadomo, tego typu zjawiska występują w dwuwymiarowych układach z ciągłą symetrią (np model Heisenberga) na mocy twierdzenia Mermina-Wagnera [14]. Analizowane tu przejście fazowe (do fazy nematycznej) związane jest jednakowoż z łamaniem symetrii dyskretnej. Stwierdziliśmy, że taka możliwość rzeczywiście jest w badanym modelu realizowana w pewnym zakresie parametrów mikroskopowych. Ciekawym może być fakt, że skalowanie właściwe dla układów z kwantowym punktem krytycznym może być obserwowane w pewnym zakresie temperatur nawet gdy układ w ogóle nie porządkuje się w $T = 0$. Dodatkowo zbadaliśmy scenariusz, w którym faza uporządkowana nie występuje w $T \geq 0$, ale układ ma kwantowy punkt krytyczny. W języku standardowej teorii Landaua odpowiadałoby to takiemu doborowi parametrów, że współczynnik przy ϕ^2 nie jest proporcjonalny do $\delta - \delta_c$ (δ jest parametrem kontrolnym, a δ_c jego wartością krytyczną), ale do $(\delta - \delta_c)^2$.

Praca [H7] jest jeszcze jednym udoskonaleniem teorii Hertza-Millisa. Skupiliśmy się tu na przypadku układów dwuwymiarowych, za cel biorąc analityczne rozwiązanie równań grupy renormalizacji, pozwalające na porównanie linii Ginzburga $T_G(\delta)$ i właściwej linii przemian fazowych $T_c(\delta)$. Wnioski z tej analizy wskazują na występowanie na diagramie fazowym dużego obszaru z silnymi fluktuacjami termicznymi jak i kwantowymi. Stosowane w teorii Millisa przybliżenie $T_c(\delta)$ przez $T_G(\delta)$ nie jest zatem (w układach dwuwymiarowych) dobrze uzasadnione. Fakt ten wynikał już z analizy numerycznej przeprowadzonej w pracy [H1], ale praca [H7] dostarczyła jego o wiele pełniejszego zrozumienia na poziomie analitycznym.

2.2 Przemiany odczepiania powierzchni rozdziału faz (zwilżania)

Tematyka powierzchniowych przemian fazowych stanowi dobrze ugruntowaną dziedzinę klasycznej fizyki materii skondensowanej. Teoria grupy renormalizacji dla tych zjawisk została rozwinięta w latach 80-tych i 90-tych XX wieku. Jak wiadomo, teoria ta jest zupełnie inna niż w przypadku objętościowych zjawisk krytycznych [15]. W szczególności, nie ma możliwości potraktowania lokalnego efektywnego potencjału powierzchniowego przy pomocy parametryzacji poprzez masą i stałą oddziaływania

(czy też inny skończony zbiór renormalizowanych stałych). W przypadkach, gdy teoria pola średniego nie zapewnia zadowalającego opisu, odwołanie się do metod funkcjonalnych wydaje się koniecznością. Z drugiej strony, problemy napotymane przez wczesne sformułowania teorii funkcjonalnej renormalizacji, nie są istotne w przypadku przemian odczepiania powierzchni, gdyż wymiar anomalny jest tożsamościowo równy zero. Przedstawiana habilitacja wnosi dwa wkłady do teorii powierzchniowych przemian fazowych (prace [H8] i H[9]), posługując się punktem widzenia metody efektywnego działania.

W pracy [H8] omówiliśmy teorię funkcjonalnej grupy renormalizacji dla klasycznych przemian odczepiania powierzchni [16] i pokazaliśmy jak można ją uzyskać posługując się rozwinięciem w pochodnych (w wiodącym rzędzie). Cechą zaproponowanego podejścia jest czytelność wszystkich przyjętych założeń i wykonywanych przybliżeń. Następnie przedyskutowaliśmy wrażliwość wyników na schemat obciążenia (czyli wybór funkcji $R_\Lambda(q)$). Pokazaliśmy, że kluczowy parametr ω występujący w standardowej, zlinearyzowanej teorii [17] nie jest jednoznacznie zdefiniowaną wielkością dla wymiarów $d < 3$, tzn. zależy on istotnie od wyboru $R_\Lambda(q)$. Ważnym jest fakt, że zależność ta znika w fizycznym wymiarze $d = 3$, który jest również górnym ograniczeniem na możliwe wartości górnego wymiaru krytycznego. Nasze wyniki pokazują, że w fizycznie istotnej sytuacji $d = 3$ parametr kapilarny ω jest zdefiniowany w sposób ściśle niezależny od schematu obciążenia (w odróżnieniu od przypadku $d < 3$).

Praca [H9] poświęcona jest zjawiskom powierzchniowym towarzyszącym objętościowemu kwantowemu zjawiskom krytycznym zachodzącym w obecności pól powierzchniowych. Stosując ogólny argument pochodzący od Cahn'a [18] wskazaliśmy na fakt, iż przemiany odczepiania powierzchni towarzyszą kwantowemu zjawiskom krytycznym. Istotnym jest, że przemiana powierzchniowa może być drugiego rodzaju również w sytuacji gdy przemiany objętościowe są pierwszego rzędu. Ta część analizy odnosi się do $d \geq 2$. Następnie uogólniliśmy liniową teorię renormalizacji dla przemian powierzchniowych na przypadek kwantowy (istotny dla odpowiednio niskich temperatur), znaleźliśmy istotne reżimy skalowania na powierzchniowym diagramie fazowym i zbadaliśmy osobliwości krytyczne. Ta część analizy ograniczona jest do przypadku $d = 3$ i odpowiednio krótkozasięgowych oddziaływań mikroskopowych. Z teoretycznego punktu widzenia jest to jeden z najciekawszych przypadków, gdzie występują egzotyczne, nieuniwersalne osobliwości krytyczne i gdzie powierzchniowa długość korelacji może wykazywać rozbieżność potęgową, albo istotną osobliwość w zależności od wartości parametru kapilarnego ω .

2.3 Siły Casimira

Ostatnia praca wchodząca w skład habilitacji [H10] poświęcona jest obliczeniu wartości krytycznych amplitud Casimira dla modeli $O(N)$ z periodycznymi warunkami brzegowymi. Skoncentrowana jest na przypadku ustalonej liczby składników parametru porządku $N = 1$ oraz $N = 2$, gdzie wymiar przestrzenny układu zmienia się w sposób ciągły między 2 i 3. Jest to (zgodnie z wiedzą autora) pierwsza próba zastosowania metodologii funkcjonalnej grupy renormalizacji do tego problemu. Zaproponowane

przybliżenie stanowi adaptację rozwinięcia w pochodnych (w 1-wszym rzędzie) do przypadku układu skończonego w jednym kierunku. Dla klasy uniwersalności 2-wymiarowego modelu Isinga metoda ta dokładnie odtwarza znane ściśle wyniki dla amplitudy Casimira. W $d = 3$ otrzymane wartości można porównać z wynikami symulacji Monte-Carlo, jak również przewidywaniami perturbacyjnej grupy renormalizacji. Otrzymane przez nas liczby (zarówno dla $N = 1$ jak i $N = 2$) leżą pomiędzy najlepszymi oszacowaniami perturbacyjnymi, a wartościami Monte Carlo.

Literatura

- [1] K. G. Wilson, I. G. Kogut, *Phys. Rep.* **12**, 75 (1974).
- [2] N. Goldenfeld, *Lectures on Phase Transitions and the Renormalization Group* (Perseus, Oxford, 1992).
- [3] Formalne aspekty teorii nieperturbacyjnej renormalizacji, jak również jej zastosowania w różnych kontekstach omówione są w pracach: J. Berges, N. Tetradis, C. Wetterich, *Phys. Rep.* **363**, 223 (2002); B. Delamotte, D. Mouhanna, M. Tissier, *Phys. Rev. B* **69**, 134413 (2004); J.M. Pawłowski, *Ann. Phys.* **322**, 2831 (2007); W. Metzner, M. Salmhofer, C. Honerkamp, V. Meden, K. Schoenhammer, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 299 (2012); O.J. Rosten, *Phys. Rep.* **511**, 177 (2012).
- [4] J. Polchinski, *Nucl. Phys. B* **231**, 269 (1984).
- [5] C. Wetterich, *Phys. Lett. B* **301**, 90 (1993).
- [6] D. Amit, V. Martin-Mayor, *Field theory, the Renormalization Group and Critical Phenomena* (World Scientific, Singapore, 2005).
- [7] A. Altland, B. Simons, *Condensed Matter Field Theory* (Cambridge University Press, Cambridge, 2010).
- [8] S. Sachdev, *Quantum Phase Transitions* (Cambridge University Press, Cambridge U.K., 2011).
- [9] J.A. Hertz, *Phys. Rev. B* **14**, 1165 (1976).
- [10] A.J. Millis, *Phys. Rev. B* **48**, 7183 (1993).
- [11] Zob. np. D. Belitz, T. R. Kirkpatrick, J. Rollbuhler, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 247205 (2005); T. Misawa, Y. Yamaji, M. Imada, *J. Phys. Soc. Jpn.* **77**, 093712 (2008).
- [12] S. A. Grigera, P. Gegenwart, R. A. Borzi, F. Weickert, A. J. Schofield, R. S. Perry, T. Tayama, T. Sakakibara, Y. Maeno, A. G. Green, A. P. Mackenzie, *Science* **306**, 1154 (2004); R. A. Borzi, S. A. Grigera, J. Farrell, R. S. Perry, S. J. S. Lister, S. L. Lee, D. A. Tennant, Y. Maeno, A. P. Mackenzie, *Science* **315**, 214 (2007).
- [13] V. Hinkov, D. Haug, B. Fauqué, P. Bourges, Y. Sidis, A. Ivanov, C. Bernhard, C. T. Lin, B. Keimer, *Science* **319**, 597 (2008).
- [14] N. D. Mermin H. Wagner, *Phys. Rev. Lett.* **17**, 1133 (1966).
- [15] Zob. np. A. O. Parry, C. Rascon, *J. Low Temp. Phys.* **157**, 149 (2009).

- [16] R. Lipowsky, M. E. Fisher, Phys. Rev. Lett. **57**, 2411 (1986); R. Lipowsky, M. E. Fisher, Phys. Rev. B **36**, 2126 (1987).
- [17] E. Brézin, B. I. Halperin, S. Leibler, Phys. Rev. Lett. **50**, 1387 (1983); D. S. Fisher, D. A. Huse, Phys. Rev. B **32**, 247 (1985).
- [18] J. W. Cahn, J. Chem. Phys. **66**, 3667 (1977).

5. Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych

W czasie studiów magisterskich zbadalem przemianę wypełniania w niesymetrycznym klinie [P. Jakubczyk, M. Napiórkowski, Phys. Rev. E **66**, 041107 (2002)]. Uzyskane w tej pracy wyniki są podstawą mojej pracy magisterskiej.

Trzy prace opublikowane w latach 2004-2005 [P. Jakubczyk, M. Napiórkowski, Physica A **334**, 173 (2004); P. Jakubczyk, M. Napiórkowski, J. Phys.: Cond. Matter **16**, 6917 (2004); oraz P. Jakubczyk, M. Napiórkowski, Phys. Rev. E **72**, 011603 (2005)] stanowią rdzeń mojej rozprawy doktorskiej. Wszystkie one dotyczyły wpływu chemicznych niejednorodności podłoża i jego krzywizny na zjawiska adsorpcji. Obecność chemicznych zanieczyszczeń łamie translacyjną symetrię w kierunkach równoległych do podłoża i w związku z tym indukuje napięcie liniowe (i/lub napięcie punktowe), którego własności należały do głównych zagadnień badanych w moim doktoracie. Z kolei krzywizna podłoża modyfikuje strukturę hamiltonianu fal kapilarnych i może być traktowana jako dodatkowe (istotne) pole skalujące dla powierzchniowych przemian fazowych. Część analizy stanowiącej mój doktorat przeprowadzona została w ramach teorii Landaua, inna część w ramach modelu opartego na efektywnym hamiltonianie typu hamiltonianu fal kapilarnych, który rozpatrywany był w ramach przybliżenia pola średniego.

W późniejszym czasie (po doktoracie) analizę zagadnienia wpływu chemicznych domieszek na adsorpcję istotnie rozszerzyliśmy, skupiając się na przypadku układów dwuwymiarowych. Zbadany przez nas model może zostać ściśle rozwiązany przy pomocy metody macierzy przejścia. Jeden z otrzymanych wyników wskazuje, że (w $d = 2$) w pewnym (dużym i fizycznie ważnym) zakresie parametrów, napięcie punktowe nie jest dobrze zdefiniowaną wielkością, w tym sensie, że (na skutek obecności termicznych fluktuacji) nie zbiega do stałej wielkości przy przejściu do granicy termodynamicznej, gdzie zarówno rozmiar układu, jak i chemicznego zanieczyszczenia powierzchni stają się makroskopowe. Napięcie punktowe wykazuje w tej granicy logarytmiczną rozbieżność. Innym ciekawym wynikiem było policzenie (w granicy termodynamicznej) średnich kształtów zaadsorbowanej warstwy, które okazują się być uniwersalne. Analiza tych ściśle rozwiązywalnych modeli opublikowana jest w dwóch pracach: P. Jakubczyk, M. Napiórkowski, A. O. Parry, Phys. Rev. E **74**, 031608 (2006), oraz P. Jakubczyk, M. Napiórkowski, J. Phys. A: Math. Theor. **40**, 2263 (2007).

W pracy H. Yamase, P. Jakubczyk, Phys. Rev. B **82**, 155119 (2010) zbadaliśmy układ fermionowy wykazujący przemianę fazową do stanu ze spontanicznie złamaną symetrią powierzchni Fermiego. Skupiliśmy się na wpływie wywieranym na układ przez pola zewnętrzne (konkretnie - pola magnetyczne), które nie sprzęgają się wprost do parametru porządku. W ramach zbadanego modelu stwierdziliśmy występowanie skoku podatności magnetycznej towarzyszącego przemianie fazowej drugiego rzędu (do stanu z obniżoną symetrią powierzchni Fermiego). Amplituda tego skoku jest osobliwa w punkcie trójkrytycznym. Odnieśliśmy te wyniki do konkretnego układu eksperymentalnego, który ma na diagramie fazowym elektronową fazę nematyczną.

Ostatnie dwie prace opublikowane w roku 2013 [M. Napiórkowski, P. Jakubczyk, K. Nowak, J. Stat. Mech. 06015 (2013); oraz P. Jakubczyk, M. Napiórkowski J. Stat. Mech 10019 (2013)] skupiają się na analizie własności d -wymiarowego niedoskonałego

gazu Bosego, t.j. gazu oddziałujących bozonów w granicy skalowania Kaca. Układ ten może być analizowany na poziomie ścisłym. Poprzez obliczenie wykładników krytycznych w pobliżu kondensacji Bosego-Einsteina, dokonaliśmy identyfikacji klasy uniwersalności tego układu, która okazuje się odpowiadać klasycznemu modelowi sferycznemu. Zbadaliśmy indukowane przez gaz Bosego siły Casimira i związaną z nimi funkcję skalującą w zależności od ilości wymiarów przestrzennych układu d . Funkcja skalująca przyjmuje trywialny kształt (jest stała) dla $d > 4$. Dokonaliśmy również analizy diagramu fazowego w okolicy kwantowego punktu krytycznego. Znalezione reżimy skalowania są w pełnej zgodności z przewidywaniami opartymi na grupie renormalizacji dla $d > 2$. W przypadku $d = 2$ znaleźliśmy istotną osobliwość długości korelacji w granicy $T \rightarrow 0$ przy ustalonym dodatnim potencjale chemicznym.

28.X.2013

Paweł Jałubczyk