Stanisław Lech Woronowicz
Katedra Metod Matematycznych Fizyki
Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

10 maja 2013

Opinia o rozprawie habilitacyjnej i dorobku

dr Katarzyny Grabowskiej.

Rozprawa habilitacyjna dr Katarzyny Grabowskiej składa się z sześciu prac opublikowanych w latach 2006 - 2012. Są to

[1] Geometrical mechanics on algebroids.
[2] AV-differential geometry. Euler-Lagrange equations.
[3] Variational calculus with constrains on general algebroids.
[4] Lagrangian and Hamiltonian formalism in field theory: a simple model.
[5] Dirac Algebroids in Lagrangian and Hamiltonian Mechanics.
[6] A Tulczyjew triple for classical fields.

Prace [4,6] są jednoautorskie, współautorem w pozostałych jest Janusz Grabowski, a w pracach [1,2] także Paweł Urbański. Kolejność autorów jest alfabetyczna, co plasuje habilitantkę na pierwszym miejscu. Do materiałów przewodu są dołączone oświadczenia współautorów a także samej habilitantki. Oświadczenia są koherentne (ilościowo wkłady sumują się do 100%) i można się z nich dowiedzieć, co bardziej szczegółowo poszczególni współautorzy wnieśli do prac. Wynika z nich, że rola habilitantki była kluczowa. Prace (poza [1]) opublikowane są w dobrych czasopismach o międzynarodowym zasięgu: International Journal of Geometric Methods in Modern Physics (impact factor 0.86), Journal of geometric mechanics (Impact factor 0.81), Journal of Geometry and Physics (Impact factor .81) i Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical (Impact factor 1.56). Jak na tę tematykę, czasopisma te mają wysoki impact factor). Według Google Scholar, prace wchodzące w skład rozprawy mają w sumie 91 cytowań (w tym 34 autocytowania). Liczbę cytowań zaniżają wyraźnie trzy ostatnie prace (w sumie 10 cytowań), co należy tłumaczyć krótkim czasem istnienia na rynku.

Rozprawa habilitacyjna jako całość nosi tytuł *Trójki Tulczyjewa w mechanice i teorii pola.* W fizyce klasycznej (mechanika, w wersji nieskończenie wymiarowej teoria pola) prawa dynamiki są na przestrzeni fazowej wyrażone układem równań różniczkowych pierwszego rzędu. Dynamikę (infinitezymalną) można więc utożsamić z polem wektorowym na przestrzeni fazowej, czyli z cięciem wiązki stycznej do przestrzeni fazowej. Wiązka ta stanowi środkowy element trójki Tulczyjewa. Dopuszczalne fizycznie dynamiki są generowane przez funkcje Hamiltona lub Lagrange'a. Funkcja Hamiltona jest określona na przestrzeni fazowej (przestrzeń położeń i pędów) a jej różniczka jest cięciem wiązki kostycznej do przestrzeni fazowej. Ta wiązka to lewy (hamiltonowski) element trójki Tulczyjewa. Funkcja Lagrange'a jest określona na przestrzeni prędkości (przestrzeń położeń i prędkości), a jej różniczka jest cięciem wiązki kostycznej do przestrzeni prędkości. Ta wiązka to prawy (lagranżowski) element trójki Tulczyjewa. Żeby związać różniczki funkcji Hamiltona i Lagrange'a z dynamiką potrzebne są odwzorowania wiążące lewy i prawy element trójki Tulczyjewa z elementem środkowym. Te odwzorowania są kanonicznie zdeterminowane przez strukturę geometryczną rozpatrywanych przestrzeni. W szczególności każdy z trzech elementów trójki Tulczyjewa jest podwójną wiązką wektorową nad wiązką styczną i wiązką kostyczną do przestrzeni konfiguracyjnej, a wspomniane w poprzednim zdaniu odwzorowania są morfizmami podwójnych wiązek wektorowych.

I tak w podstawowej wersji trójka Tulczyjewa nad rozmaitością Q składa się z trzech wektorowych wiązek podwójnych T^*T^*Q, T^*TQ, TT^*Q połączonych naturalnymi izomorfizmami $\alpha_Q : TT^*Q \to T^*TQ$ i $\beta_Q : TT^*Q \to T^*T^*Q$. Wszystkie trzy wiązki są wiązkami wektorowymi nad T^*Q i nad TQ. Przestrzenią fazową układu jest T^*Q, (infinitezymalna) dynamika jest polem wektorowym na niej, a więc cięciem TT^*Q rozpatrywanej jako wiązka nad T^*Q. Niekiedy zamiast cięcia mamy do czynienia z podrozmaitością lagranżowską w TT^*Q (dynamika w postaci uwikłanej). Dynamika określona lagranżjanem L (L jest funkcją na TQ) to α_Q przeciwobraz wykresu różniczki dL. Podobnie mając hamiltonian H (H jest funkcją na T^*Q) można rozpatrywać dynamikę jako β_Q-przeciwobraz wykresu różniczki dH. Nie można jednak w ten sposób dostać dynamiki w postaci uwikłanej. Do tego należy rozpatrywać hamiltoniany określone na podrozmaitościach lagranżowskich w T^*Q, lub wieloparametrowe rodziny funkcji. W poszczególnych artykułach wchodzących w skład rozprawy rozpatruje się rozmaite uogólnienia opisanego wyżej schematu.

Zanim przystąpię do omówienia poszczególnych prac składających się na rozprawę habilitacyjną, chciałbym pochwalić habilitantkę za bardzo dobrze przygotowany autoreferat znakomicie wprowadzający do tematyki rozprawy i będący doskonałym przewodnikiem po artykułach wchodzących w jej skład.

W pracy [1] rozpatrywana jest dynamika na algebroidach Liego, która pojawia się gdy dokonujemy redukcji układu lagranżowskiego względem jakiejś grupy symetrii. Wtedy pojawia się wiązka E wyposażona w strukturę algebroidu Liego pełniąca rolę TQ w starym schemacie. Zredukowane lagranżiany są więc funkcjami na E. Konstrukcja trójki Tulczyjewa ulega istotnej modyfikacji. Lewym jej elementem jest teraz T^*E^*, środkowym TE^* i prawym T^*E. połączonych naturalnymi homomorfizmami. Wiązki skrajne (T^*E^* i T^*E) są podwójnymi wiązkami wektorowymi nad E^* i E; wiązka środkowa TE^* jest podwójną wiązką wektorową nad E^* i TM (M jest rozmaitością bazową). Odwzorowania łączące elementy trójki są teraz homomorfizmami podwójnych wiązek wektorowych, przy czym pojęcie homomorfizmu wykorzystuje odwzorowanie kotwicy $\rho : E \to TM$. Tak jak poprzednio lagranżjan określa dynamikę. Praca [1] rozwiązuje także zagadnienie, kiedy taka dynamika może być opisana w sposób hamiltonowski z użyciem funkcji określonych na E^*.

Z pracą [1] związana jest tematycznie (znowu dynamika na algebroidach) praca [3]. Zawiera ona sformułowanie zasady wariacyjnej w przypadku, gdy możemy mieć do czynienia z więzami nieholonomicznymi. Autorzy zwracają uwagę, że nie tylko same krzywe realizujące dynamikę, ale także ich wariacje powinny spełniać warunki więzów.

Praca [2] omawia równania Eulera-Lagrange'a w geometrii AV (geometria wartości afinicznych). Jeżeli sytuacja fizyczna nie wyróżnia wartości zerowej jakiejś wielkości (pola), to do opisu należy stosować język geometrii afinicznej, w której przestrzenie (i wiązki) wektorowe zastępujemy afinicznymi. Zamiast funkcji mamy cięcia AV-wiązek, dopiero różnica takich dwóch cięć jest zwykłą funkcją na rozmaitości. We wcześniejszych pracach habilitantka (z tymi samymi współautorami) pokazała, jakie interesujące modyfikacje teorii rozmaitości wymusza zamiana funkcji na cięcia AV-wiązek. W pracy [2] pokazano, jak w formalizmie wyglądają równania Eulera-Lagrange'a. Nie są one wyprowadzane z zasady wariacyjnej, zamiast tego budowany jest odpowiednio (w duchu AV) zmodyfikowany formalizm trójki Tulczyjewa.

Prace [4] i [6] dotyczą mechaniki klasycznej i klasycznej teorii pola. W pracy [4] autorka zajmuje się teorią membran (głównie o wymiarze $n = 2$). Spośród wszystkich odwzorowań z $\mathbb{R}^2$ w rozmaitość fizyczną M należy wybrać te, dla których funkcjonał działania ma wartość stacjonarną. Celem pracy jest zbudowanie trójki Tulczyjewa dla tego problemu. Dokładna analiza problemu wariacyjnego, z którym mamy do czynienia pozwala na jednoznaczną identyfikację obiektów wchodzących w skład trójki Tulczyjewa. Na przykład pędy uogólnione są identyfikowane jako obiekty wchodzące do członów brzegowych wariacji działania. Praca jest poprzedzona rozdziałem w którym rozpatruje się przypadek $n = 1$, czyli dynamikę punktu materialnego na rozmaitości opartą na zasadzie najmniejszego działania. Umieszczenie go jest doskonałym pomysłem, dzięki niemu to, co się dzieje później jest łatwe do zaakceptowania. Teoria z $n = 2$ jest ilustrowana przykładem teorii strun według Nambu. Przypadek dowolnego n jest skrótowo omówiony.

Membrany rozpatrywane w [4] można traktować jako cięcia wiązki trywialnej $M \times \mathbb{R}^n$ nad bazą $\mathbb{R}^n$ z włóknem typowym M. W pracy [6] rozpatrywana jest sytuacja ogólniejsza, w której rolę membran pełnią cięcia niekoniecznie trywialnej wiązki E nad M (przechodząc z [4] do [6] mamy więc pewien konflikt oznaczeń - M oznacza włókno w [4] i bazę w [6]). Autorka konstruuje dla tego przypadku trójkę Tulczyjewa, znowu identyfikacja jej elementów opiera się na wnikliwej analizie wariacji lagranżjanu.

Praca [5] znacznie wybiega poza schemat któremu podlegają pozostałe części rozprawy. Wprawdzie i w niej jest mowa o trzech wiązkach powiązanych ze sobą morfizmami, ale teraz morfizmy nie są odwzorowaniami, ale relacjami (można by je rozumieć jako wielowartościowe odwzorowania). Nie mam dostatecznego obycia z kategoriami w których morfizmy są relacjami i dlatego muszę pozostawić pracę [5] bez dalszych komentarzy.

Dość ciekawych informacji dostarcza lektura notek w Mathematical Review dotyczących prac składających się na rozprawę habilitacyjną. Notki te zaczynają się od zdefiniowania problemu, jakiego dotyczy praca, po czym idą informacje o dotyczasowych wynikach uzyskanych w temacie, a na końcu się stwierdza, że podejście zawarte w omawianym artykule jest odmienne, niewiele jednak można się dowiedzieć na czy to odmienne podejście polega. Wynikało by stąd, że prace zawarte w rozprawie leża w alternatywnym nurcie badań, co moim zdaniem podnosi ich wartość.

W sumie rozprawę habilitacyjną dr Katarzyny Grabowskiej oceniam bardzo wysoko. Dotyczy trudnych zagadnień mechaniki teoretycznej i zahacza o ciekawe problemy geometrii różniczkowej. Konstrukcje opisane w przedstawionych pracach są ciekawe i wydają się ważne. Osobiście nie zajmowałem się tematyką badawczą, której dotyczą prace habilitantki i moja opinia jest opinią outsidera. Pozwala mi to jednak spojrzeć na sprawę z pewnego dystansu. Pamiętam swoją dyskusję z Tulczyjewem sprzed półwieku (lato 1965) w której dość ironicznie wyrażał się o fizykach korzystających w swoich pracach z aparatu (ówczesnej) geometrii różniczkowej. Jego zdaniem ich działalność polegała głównie na zapisywaniu jedynki (odwzorowania tożsamościowego) w najrozmaitszy sposób przy braku świadomości, że chodzi cały czas o jedną i tę samą rzecz. Myślę, że na tym polega główny problem, gdy prowadzimy badania obiektów o bogatych strukturach. Mamy wtedy potencjalnie ogromną ilość pojęć i faktów, które możemy badać i nie jest sprawą łatwą uświadomienie, które z nich są ważne i rozpoznanie, które są naprawdę różne. Jestem zdania, że habilitantka dała sobie z tym radę właśnie dzięki konsekwentnemu stosowaniu formalizmu trójek Tulczyjewa.

Poza pracami włączonymi do rozprawy habilitacyjnej dr Katarzyna Grabowska jest współautorką 8 prac opublikowanych do uzyskaniu stopnia naukowego doktora. Stanowi to pokaźny dorobek wystarczający do ubiegania się o stopień doktora habilitowanego. Z tych ośmiu prac pięć dotyczy geometrii wartości afinicznych o której wspomniałem wcześniej.

Jedna z prac: *Canonical Gravity and Gravitational energy* napisana wspólnie z Jerzym Kijowskim dotyczy ogólnej teorii względności, a dokładniej energii pola grawitacyjnego. Chodzi o formalizm hamiltonowski. Pokazano, że budując strukturę symplektyczną na przestrzeni danych Cauchy'ego należy uwzględniać odpowiednie człony brzegowe.

W pracy *The Lie algebra of a Lie algebroid.* (współautor Janusz Grabowski) rozważany jest problem, na ile algebra Liego wszystkich cięć algebroidu Liego determinuje ten algebroid. Pokazano (przy pewnych dodatkowych założeniach), że algebra Liego algebroidu determinuje rozmaitość bazową łącznie z foliacją związaną z obrazem kotwicy.

Praca *The Schrödinger operator as a generalized Laplacian* (współautorzy Janusz Grabowski i Paweł Urbański) boryka się, ze znanym faktem, że działanie transformacji Galileusza na funkcje będące rozwiązaniami swobodnego równania Schrödingera zawiera w sobie ekstra czynnik fazowy. Zbudowany w pracy formalizm zamienia funkcje o wartościach zespolonych na cięcie jednowymiarowej wiązki , co pozwala interpretować operator Schrödingera jako coś w rodzaju laplasjanu. Prezentowane w tej pracy spojrzenie na rozwiązania równania Schrödingera powinno jakoś korelować ze znanym skądinąd faktem, że reprezentacja grupy Galileusza działająca na przestrzeni rozwiązań jest reprezentacją jedynie z dokładnością do czynnika (reprezentacją projektywną). Omawiana praca nie podejmuje jednak tego tematu.

Dr Katarzyna Grabowska jest cenionym pracownikiem dydaktycznym Wydziału Fizyki UW. Posiada dobry kontakt ze studentami i umie w przystępny sposób prezentować nawet trudne zagadnienia. Prowadziła ćwiczenia do niemal wszystkich przedmiotów matematycznych na studiach fizyki na UW, a także wiele samodzielnych wykładów. Jest bardzo wysoko oceniana przez studentów w co semestralnych ankietach studenckich. Wielokrotnie pełniła funkcję opiekuna roku. Wniosła istotny wkład w przygotowanie wielu skryptów i zbiorów zadań wydawanych przez KMMF. Z sukcesem przygotowała wniosek o studia zamawiane pierwszego stopnia w konkursie MNiSW w ramach Programu Operacyjnego "Kapitał Ludzki". Aktualnie jest kierownikiem projektu "Fizyka Plus" wspierającego różne inicjatywy dydaktyczne na Wydziale fizyki UW. Brała udział w rozmaitych inicjatywach Wydziału Fizyki adresowanych do uczniów szkół średnich. Zorganizowała Letnią Szkołę Fizyki dla uczniów warszawskich liceów.

Reasumując uważam, że rozprawa habilitacyjna, pozostały dorobek naukowy i osiągnięcia w pracy dydaktycznej i organizacyjnej w pełni uzasadniają nadanie dr Katarzyny Grabowskiej stopnia naukowego doktora.

/S.L. Woronowicz/