

Załącznik 2. Autoreferat

1 Imię i Nazwisko

Jan Chwedeńczuk

2 Posiadane dyplomy, stopnie naukowe/ artystyczne – z podaniem nazwy, miejsca i roku ich uzyskania oraz tytułu rozprawy doktorskiej.

- 2007 r. Doktor nauk fizycznych w zakresie fizyki, Uniwersytet Warszawski, Warszawa
Tytuł rozprawy: *Zderzenia dwuciałowe w zimnych gazach atomowych*
Promotor: prof. dr hab. Marek Trippenbach
- 2003 r. Magister fizyki teoretycznej (nagroda za najlepszą pracę maderską roku na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego), Uniwersytet Warszawski, Warszawa
Tytuł pracy: *Rezonans parametryczny i stabilność BEC*
Promotor: prof. dr hab. Marek Trippenbach

3 Informacje o dotychczasowym zatrudnieniu w jednostkach naukowych/ artystycznych.

- 2013 r. –
Adiunkt, Instytut Fizyki Teoretycznej, Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski
- 2010-2013 r.
Specjalista naukowo-techniczny Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski
Postdoc w ramach projektu TEAM Fundacji na rzecz Nauki Polskiej

- 2008-2010 r.
Postdoc (staż podoktorski), Università degli studi di Trento, Trydent,
Włochy

4 Wskazanie osiągnięcia* wynikającego z art. 16 ust. 2 ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. nr 65, poz. 595 ze zm.):

a) tytuł osiągnięcia naukowego/artystycznego,

cykl publikacji: *Interferometria w kwantowych gazach atomowych*

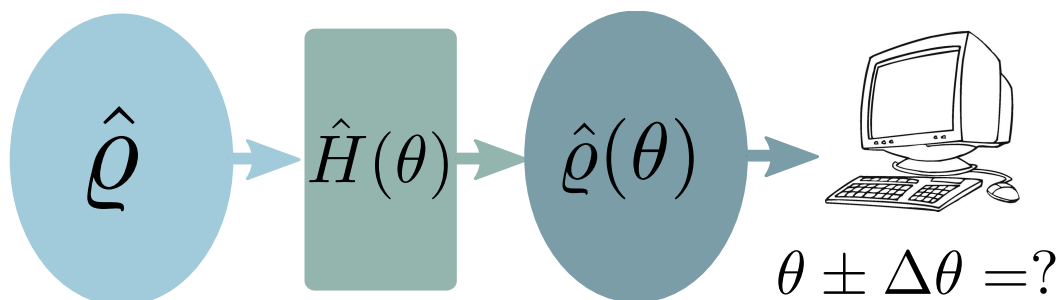
b) (autor/autorzy, tytuł/tytuły publikacji, rok wydania, nazwa wydawnictwa),

- [1] J. Chwedeńczuk, L. Pezzé, F. Piazza, A. Smerzi, *Rabi Interferometry and Sensitive Measurement of the Casimir-Polder Force with Ultra-Cold Gases*, Physical Review A **82**, 032104 (2010)
- [2] Karol Gietka, Jan Chwedeńczuk, *Atom interferometer in a double-well potential*, Physical Review A **90**, 063601 (2014)
- [3] P. Szańkowski, M. Trippenbach, J. Chwedeńczuk, *Parameter estimation in memory-assisted noisy quantum interferometry*, Physical Review A **90**, 063619 (2014)
- [4] J. Chwedeńczuk, F. Piazza, A. Smerzi, *Phase Estimation With Interfering Bose-Condensed Atomic Clouds*, Physical Review A **82**, 051601(R) 2010
- [5] J. Chwedeńczuk, F. Piazza, A. Smerzi, *Phase Estimation from Atom Position Measurements*, New Journal of Physics **13**, 065023 (2011)

- [6] J. Chwedeńczuk, P. Hyllus, F. Piazza, A. Smerzi, *Sub shot-noise interferometry from measurements of the one-body density*, New Journal of Physics **14**, 093001 (2012)
- [7] J. Chwedeńczuk, F. Piazza, A. Smerzi, *Multi-path Interferometer with Ultracold Atoms Trapped in an Optical Lattice*, Physical Review A **87**, 033607 (2013)
- [8] T. Wasak, P. Szańkowski, R. Bücker, J. Chwedeńczuk, M. Trippenbach, *Bogoliubov theory for atom scattering into separate regions*, New Journal of Physics **16**, 013041 (2014)
- [9] T. Wasak, P. Szańkowski, J. Chwedeńczuk, *Interferometry with independently prepared Bose-Einstein condensates*, Physical Review A **91**, 043619 (2015)
- [10] T. Wasak, J. Chwedeńczuk, P. Ziń, M. Trippenbach, *Raman scattering of atoms from a quasi-condensate in a perturbative regime*, Physical Review A **86**, 043621 (2012)
- [11] T. Wasak, P. Szańkowski, P. Ziń, M. Trippenbach, J. Chwedeńczuk, *Cauchy-Schwarz inequality and particle entanglement*, Physical Review A **90**, 033616 (2014)

c) omówienie celu naukowego/artystycznego ww. pracy/prac i osiągniętych wyników wraz z omówieniem ich ewentualnego wykorzystania.

W dalszej części autoreferatu referencje [1–11] odnoszą się do prac stanowiących cykl publikacji będących podstawową niniejszego wniosku habilitacyjnego, referencje [12–21] dotyczą pozostałych prac wnoszącego nie należących do cyklu, a wszystkie pozostałe referencje są przywołane dla nadania opisanym tu badaniom właściwego kontekstu. Struktura dalszego tekstu jest następująca. Sekcja 4.1 ma charakter wprowadzający i stanowi punkt odniesienia dla przedstawionych dalej wyników. Sekcja 4.2, zawiera skrócony opis oryginalnych wyników, których szczegółowy opis zawierają kolejne sekcje 4.3-4.8.



Rysunek 1: Najprostszy schemat metrologiczny, w którym stan kwantowy $\hat{\rho}$ podlega ewolucji zależnej od parametru θ . W efekcie otrzymujemy stan końcowy $\hat{\rho}(\theta)$, na którym dokonywany jest pomiar. Celem jest wyznaczenie wartości parametru θ z jak największą dokładnością (czyli z jak najmniejszym błędem $\Delta\theta$).

4.1 Wprowadzenie

Metrologia kwantowa to dynamicznie rozwijająca się dziedzina fizyki. U jej podstaw leży pytanie: w jakim stopniu zjawiska kwantowe mogą się przyczynić do poprawy dokładności pomiarowej. Wydawać by się mogło, że jest to zagadnienie techniczne, to znaczny – w tym przypadku – takie, które zainteresuje wyłącznie fizyków zajmujących się pracą w laboratorium, i tylko tych spośród nich, którzy stawiają sobie za cel wyśrubowanie precyzji pomiarowej. Innymi słowy, w tak postawionym problemie trudno się doszukiwać istotnych związków między fundamentami mechaniki kwantowej a wynikami dociekań. Jest jednak przeciwnie — współczesna metrologia, a w szczególności jej interferometryczny aspekt — okazują się wiele wносить w nasze zrozumienie podstaw teorii kwantów. Omówimy teraz na prostym przykładzie, jakie są podstawowe pojęcia występujące w tej dziedzinie. Pozwoli to nam ocenić wagę metrologii i interferometrii kwantowej we współczesnej fizyce.

4.1.1 Podstawowy schemat metrologiczny

Podstawowy schemat, na jakim opiera się metrologia kwantowa, przedstawiony jest na Rysunku 1. Pewien stan kwantowy, opisywany w ogólności macierzą gęstości $\hat{\rho}$ podlega ewolucji generowanej przez Hamiltonian $\hat{H}(\theta)$. Zależność \hat{H} od parametru θ rzutuje na taką zależność stanu końcowego $\hat{\rho}$. Celem, przed jakim staje metrologia kwantowa jest wyznaczenie wartości θ

z jak największą precyzją, czyli z jak najmniejszym błędem $\Delta\theta$.

Warto poczynić dwie uwagi. Po pierwsze, można rozważać układy, gdzie θ nie jest “nadrukowywana” na stan kwantowy, lecz jest jego immanentną cechą. Przykładem może być stan w równowadze termodynamicznej. Wtedy θ może być na przykład utożsamiona z temperaturą układu. W takim przypadku, w schemacie Rysunku 1 należy pominąć dwa pierwsze etapy i wyobrazić sobie, że dysponujemy stanem $\hat{\rho}(\theta)$, na którym dokonuje się pomiaru. Po drugie, w przypadku schematu z Rysunku 1, parametr θ może być dowolną wielkością występującą w Hamiltonianie. Zazwyczaj θ jest związana z siłą sprzężenia między zewnętrznym polem a układem opisywanym macierzą gęstości $\hat{\rho}$.

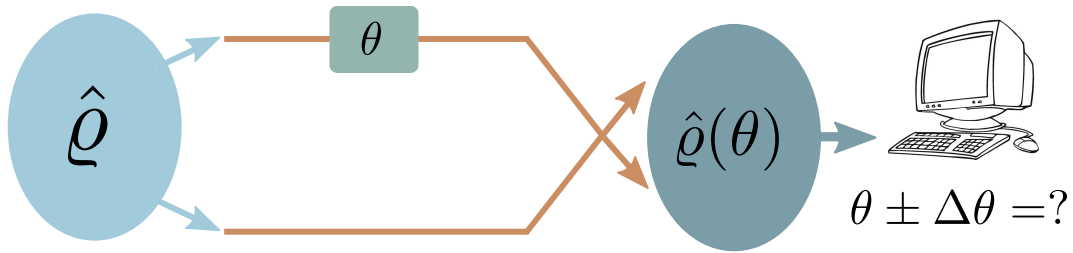
Głównym celem metrologii kwantowej jest zaproponowanie schematu pomiarowego i metody dedukcji z otrzymanych danych, tak by wynik był obarczony jak najmniejszą niepewnością $\Delta\theta$. Ponadto, przy ustalonym $\hat{H}(\theta)$ dobór odpowiedniego stanu wejściowego $\hat{\rho}$ okazuje się być kluczowy. Jak się przekonamy na przykładzie interferometrycznym, kwantowe własności tego stanu są zasadnicze dla uzyskania najmniejszej możliwej wartości błędu pomiarowego.

4.1.2 Interferometria jako przykład metrologii

Od tej pory rozważać będziemy pewien szczególny przykład zagadnienia metrologicznego, jakim jest interferometria kwantowa. Parametrem metrologicznym θ w tym przypadku jest faza pomiędzy dwiema częściami układu opisywanymi przez $\hat{\rho}$. Szczególne miejsce, jakie zajmuje interferometria w obszarze badań metrologicznych, wynika w pewnym stopniu ze znacznej prostoty układu z Rysunku 2. Jest to układ o dwóch modach (choć w literaturze pojawia się dyskusja o interferometrach wielomodowych [7]), co pozwala wykonać wiele obliczeń analitycznie. Ponadto, dla dwumodowych interferometrów liniowych (czyli takich, które nie korelują przechodzących przez nie cząstek) obowiązuje następujące twierdzenie [22].

4.1.3 Związek interferometrii ze splątaniem

Rozważmy N -cząstkowy, dwumodowy stan kwantowy $\hat{\rho}$, który podlega transformacji interferometrycznej $\hat{U}(\theta)$. Jeżeli w stanie tym nie występują kwan-



Rysunek 2: Podstawowy schemat interferometryczny. Stan kwantowy $\hat{\rho}$ propaguje się w dwóch ramionach interferometru. Na jednym z ramion nadrukowana zostaje faza θ . Ramiona przecinają dając sygnał interferencyjny, niosący informację o wartości parametru. Podobnie jak w ogólnym przypadku metrologicznym, otrzymujemy stan końcowy $\hat{\rho}(\theta)$, na którym dokonywany jest pomiar. Celem, jak poprzednio, jest wyznaczenie θ i $\Delta\theta$.

towe korelacje, czyli jeżeli możemy go przedstawić w następującej formie

$$\hat{\rho} = \sum_i p_i \hat{\rho}_i^{(1)} \otimes \dots \otimes \hat{\rho}_i^{(N)}, \quad \text{gdzie } p_i \geq 0, \text{ oraz } \sum_i p_i = 1, \quad (1)$$

to precyzja estymacji nie może przekroczyć granicy szumu śrutowego, czyli $\Delta\theta \geq \frac{1}{\sqrt{N}}$. Niemniej, dla pewnych stanów, których nie można przedstawić w postaci (1) — nazywamy je splątanymi — granicę tę można przekroczyć, osiągając nawet skalowanie $\Delta\theta \propto \frac{1}{N}$.

Jest to centralne twierdzenie interferometrii kwantowej. Podsumujmy — mówi ono, że mechanika kwantowa dopuszcza istnienie stanów, skądinąd bardzo nieklasycznych, które posiadają korelacje mogące być zasobem na rzecz zwiększenia precyzji pomiarowej. Dlatego powyższe twierdzenie stawia interferometrię kwantową w nowym świetle. Z tej perspektywy możemy postrzegać zagadnienia interferometryczne jako metodę klasyfikowania stanów kwantowych. Klasyfikacja ta jest o tyle użyteczna, że umieszcza pojęcie splątania w szerszym kontekście i nadaje mu praktyczny wymiar.

4.1.4 Obecny stan wiedzy

Badania teoretyczne nad układami interferometrycznymi i stanami dwumodowymi prowadzone są na wielu frontach. Istotne jest zagadnienie wpływu otoczenia na trwałość subtelnych korelacji kwantowych [3, 23–25]. Bada się prawdziwość podstawowych twierdzeń interferometrycznych dla układów o

nieokreślonej liczbie cząstek [26]. Poszukuje się nowych schematów interferometrycznych [2] i metod wytwarzania stanów splątanych [9, 27].

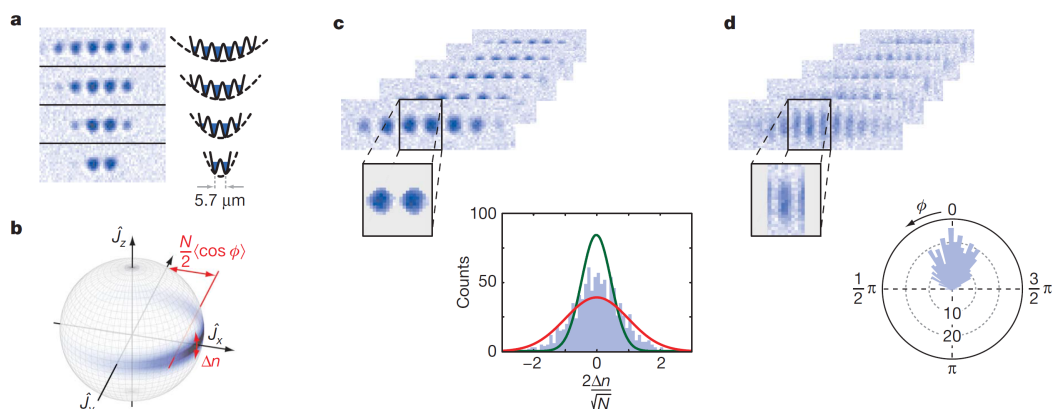
Z praktycznego punktu widzenia, najważniejszy jest jednak postęp, jaki się dokonał w ramach badań doświadczalnych nad nieklasycznymi stanami wytwarzanymi na potrzeby interferometrii kwantowej. Omówimy teraz główne wyniki z tej dziedziny.

4.1.5 Najważniejsze osiągnięcia eksperymentalne

Pierwsza praca, którą omówimy, powstała w 2008 roku pod kierownictwem Markusa Oberthaler [28]. Eksperymentatorzy uzyskali kondensat Bosego-Einsteina atomów rubidu, który umieścili w podwójnej studni potencjału, Rys. 3(a). Następnie, podwyższając barierę między studniami, obniżyli fluktuacje liczby cząstek w każdej z nich, Rys. 3(b). Niemniej, nieustannie kontrolowano układ, tak żeby zachować wysoką spójność, czego dowodem były wyraźne prążki interferencyjne, uzyskane po wypuszczeniu gazu z pułapki, Rys. 3(c). Zjawisko to — czyli zamrożenie fluktuacji liczby cząstek w każdym z modów, któremu towarzyszy wysoka spójność — nazywane jest "ściskaniem spinu" (ang. spin-squeezing) [27, 29]. Można wykazać, że stan spinowo ściśnięty jest splątany i użyteczny dla interferometrii kwantowej. Doświadczenie [28] jest pierwszym przykładem wytworzenia wielociałowego nieklasycznego stanu tego typu.

W następnych latach ukazało się wiele ważnych prac donoszących o wytworzeniu wielocząstkowych stanów ściśniętych w układach atomowych [30–32]. Z czasem jednak zaczęto poszukiwać nowych rozwiązań prowadzących do wytworzenia stanów splątanych.

W pracy [33] wykorzystano zjawisko rozpraszania par atomów do wytworzenia nieklasycznie skorelowanego stanu kwantowego. Doświadczenie rozpoczęło się od przygotowania tak zwanego spinorowego kondensatu Bosego-Einsteina o całkowitym spinie $F = 1$ w stanie o rzucie $M_F = 0$. Zderzenia między parami atomów doprowadziły do zmiany rzutu: z pary atomów o $M_F = 0$ każdy, powstawała para o $M_F = \pm 1$. Następnie rozdzielono chmury o różnym M_F przy pomocy pola magnetycznego o silnym gradiencie przestrzennym (w analogii do doświadczenia Sterna-Gerlacha). Wykazano, że w każdej z chmur o przeciwnym M_F jest tyle samo atomów, co dowodzi, że rozpraszają się one w parach. Następnie użyto takiego skorelowanego stanu do wyznaczenia kąta obrotu w atomowym analogu niesymetrycznej płytki

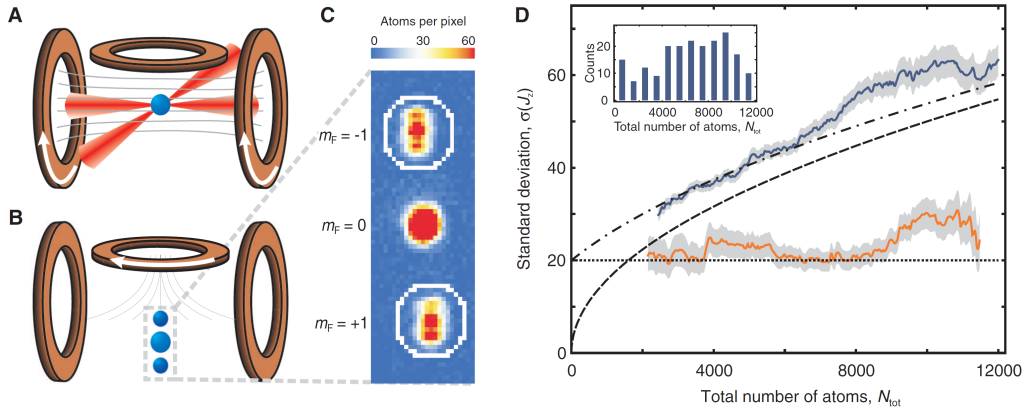


Rysunek 3: Rysunek z pracy [28] przedstawia schemat doświadczalny i najważniejsze wyniki. (a) Sieć optyczna, na którą nałożono pułapkę harmoniczną, tak aby uzyskać podwójną studnię potencjału. (b) Pomiar liczby cząstek w każdej studni wraz z histogramem, na którym widnieje porównanie z rozkładem normalnym. (c) Interferencja z dwóch studni oraz histogram względnej fazy.

światłdzielącej. Wykazano, że precyzja estymacji tego kąta jest lepsza niż granica szumu śrutowego. W ten sposób udowodniono, że stan rozproszonych par atomowych jest nieklasycznie skorelowany, poprzez analogię do korelacji między rozproszonymi parami fotonów w procesie parametrycznego podziału częstości [34, 35]. Warto nadmienić, że podobny schemat doświadczalny, oparty na rozpraszaniu par atomów z kondensatu Bosego-Einsteina, stosowano w licznych pracach takich jak [36] wykonanej pod kierownictwem Jörga Schmiedmayera w Wiedniu, czy [37] autorstwa grupy Chrisa Westbrooka z Palaiseau pod Paryżem.

Na koniec, warto wspomnieć o nowej pracy doświadczalnej, również wykonanej w laboratoriach Markusa Oberthaler [38]. Głównym wynikiem tej pracy jest zbadanie silnie skorelowanych układów, do których opisu nie wystarcza powszechnie używany parametr ściskania spinu. W doświadczeniu tym do splątania cząstek zaprzęgnięto oddziaływania dwuciałowe. W początkowym stadium ewolucji stan był spinowo ściśnięty. W późniejszych chwilach korelacja na tyle się pogłębiła, że parametr ściskania spinu nie wystarczał do opisu układu. Wykazano, że pełną wiedzę o korelacjach można pozyskać z tak zwanej informacji Fishera [39, 40].

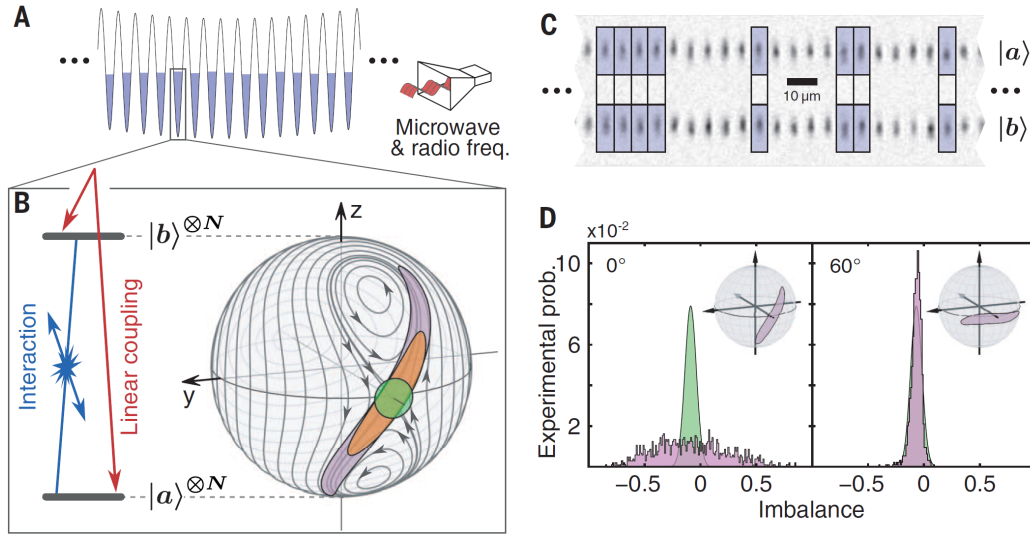
Obecnie interferometry posiłkujące się nieklasycznymi stanami światła



Rysunek 4: Rysunek z pracy [33] przedstawia schemat doświadczalny i najważniejsze wyniki. (A) Kondensat Bosego-Einsteina atomów o spinie $F = 1$ i rzucie $M_F = 0$ w pułapce magnetycznej. (B) Zderzenia między atomami prowadzą do powstania par atomów o przeciwnych rzutach. (C) Doświadczenie Sterna-Gerlacha rozszczepia wiązki o różnym M_F . (D) Pomiar różnicy liczby cząstek między dwiema chmurami dowodzi, że atomy rozpraszają się w parach.

bądź materii są raczej demonstracją możliwości grup doświadczalnych niż przydatnymi urządzeniami pomiarowymi. Wysiłek wkładany w tworzenie stanów splątanych oraz zabiegi, jakich trzeba dokonać by uchronić układ przed wpływem otoczenia, są niewspółmierne do korzyści. Interferometria kwantowa jest na etapie zbliżonym do tego, na jakim jest produkcja samochodów o napędzie elektrycznym. Nakłady kosztów w trakcie projektowania i produkcji, oraz cena takiego samochodu, są nieporównywalne z ceną oszczędniejszego samochodu o napędzie spalinowym. Niemniej, w dalszej perspektywie, napęd elektryczny bądź wodorowy wydaje się być jedyną słuszną ścieżką rozwoju motoryzacji.

Podobnie rzecz się ma z interferometrią — w szerszym ujęciu “nanolinijki” muszą korzystać z dobrodziejstw splątania kwantowego. Przyczyna tego leży w potencjalnych zastosowaniach interferometrów kwantowych. Ich przeznaczeniem będzie badanie eterycznych zjawisk w mikro- i nano-skali. Na przykład, dopuszcza się użycie interferometru atomowego (czyli takiego, który operuje na stanach materii, w odróżnieniu od interferometrów, w których propaguje się światło), do pomiaru stałej grawitacyjnej G (chodzi tu o “dużą” stałą grawitacyjną, a nie o “małą” g). Planowany pomiar opierałby się



Rysunek 5: Rysunek z pracy [38] przedstawia schemat doświadczenia i najważniejsze wyniki. (A) Kondensat Bosego-Einsteina umieszczono w sieci optycznej. (B) W każdym z oczek sieci wytworzono skorelowany stan atomowy dzięki obecności oddziaływań dwuciałowych. (C) Obserwacja liczby cząstek w dwóch stanach wewnętrznych stopniach swobody atomów, na każdym z oczek sieci. (D) Zmierzona różnica liczby obsadzeń, pokazująca silną korelację między dwoma modami.

na oddziaływaniu masywnego obiektu (na przykład stalowej kuli) z nieklasycznym dwumodowym stanem materii. Oddziaływanie takie doprowadziło by do nadrukowania fazy między modami, z której można by odczytać siłę sprzężenia. Ponieważ liczba cząstek N , jaką można wprowadzić w podatny na zaburzenie stan kwantowy, nie jest dowolnie duża, istotne jest by precyzja estymacji fazy korzystnie skalowała się z N .

Podsumowując, interferometria kwantowa jest dynamicznie rozwijającą się dziedziną metrologii, która niesie informacje o nieklasycznych korelacjach między cząstkami. Postęp w dziedzinie teoretycznej i doświadczalnej świadczy o zainteresowaniu naukowców z czołowych grup badawczych tym obszarem fizyki.

4.2 Skrócony opis najważniejszych wyników

Interferometria kwantowa, jak argumentowaliśmy w części 4.1, łączy fundamentalne zagadnienia mechaniki kwantowej z aspektami praktycznymi. Z tej przyczyny, badania prowadzone w tej dziedzinie przyczyniają się do lepszego rozumienia podstaw fizyki kwantowej jak i, w szerszej perspektywie, mogą doprowadzić do powstania precyzyjnych przyrządów pomiarowych.

Można podać wiele innych przykładów potencjalnego zastosowania interferometrów atomowych. Perspektywa przyszłych korzyści ze zrozumienia, jak powstają nieklasyczne korelacje, jaki wpływ ma na nie otoczenie i jak można je wykorzystać w konkretnych układach doświadczalnych, stanowiło motywację do prowadzonych przeze mnie badań.

Główne kierunki dociekań, jakich się podjąłem to: poszukiwanie nowych schematów interferometrycznych, powstawanie nieklasycznych korelacji w układach atomowych oraz metody ich wykrywania.

W ramach poszukiwań nowych schematów interferometrycznych, badałem układy oparte na spójnych oscylacjach gazu w podwójnej studni potencjału [1–3]. Wykazałem, że na podstawie obserwacji częstości oscylacji można dokładnie wyznaczyć wartość odstrojenia pomiędzy energiami stanu podstawowego w obu studniach. Dokładność estymacji tego parametru została wyznaczona w zależności zarówno od podstawowych cech układu jak i splątania cząstkowego. Ponadto zbadano, jaki wpływ ma otoczenie na spadek precyzji estymacji. Szczegółowe wyniki omówione są w sekcji 4.3.

W pracach [4–6] skupiłem się na układzie dwu interferujących chmur atomowych o nieznannej względnej fazie θ . Wykazałem, że taki najprostszy układ interferometryczny umożliwi precyzyjne wyznaczenie fazy korzystając z procedury dopasowania metodą najmniejszych kwadratów krzywej do powstałego wzoru interferencyjnego. Ponadto wyznaczyłem związek między splątaniem cząstkowym a precyzją estymacji. W pracy [7] uogólniłem te wyniki na przypadek, gdy obraz interferencyjny powstaje z nałożenia wielu paczek falowych, z czym mamy do czynienia w sieciach optycznych. Szczegółowe wyniki omówione są w sekcji 4.4.

Prace [8, 9] poświęcone były powstawaniu nieklasycznych korelacji w układach atomowych. Praca [8], powstała we współpracy z Robertem Bückerem i poświęcona była zjawisku emisji splątanych wiązek atomów z kondensatu Bosego-Einsteina. Wykazano, że w układzie tym występuje silne splątanie, użyteczne dla precyzyjnej metrologii kwantowej. W pracy [9] pokazano, że na skutek nierozróżnialności bozonów, dwa niezależnie przygoto-

wane kondensaty Bosego-Einsteina mogą być silnie splątane. Szczegółowe wyniki omówione są w sekcji 4.5.

Praca [10] poświęcona była badaniu procesu rozpraszania światła na kondensacie Bosego-Einsteina w procesie Ramana. Zbadano zależność funkcji korelacji pomiędzy emitowanymi cząstkami od własności kondensatu. Szczegółowe wyniki omówione są w sekcji 4.6.

W pracy [11] wykazano, że łamanie nierówności Cauchy-Schwarza przez funkcję korelacji drugiego rzędu jest prostym kryterium splątania cząstkowego. Wyprowadzenie opiera się na analogii między stanami koherentnymi światła i klasycznymi stanami materii. Znalezione związki między łamaniem tej nierówności a innymi kryteriami nieklasyczności układu wielu cząstek. Szczegółowe wyniki omówione są w sekcji 4.7.

4.3 Nowe schematy interferometryczne

Istotnym elementem interferometru, oprócz nadruku fazy, jest płytką światłodzieląca, która ma za zadanie doprowadzić do interferencji sygnału pochodzącego z dwóch ramion urządzenia (patrz schemat z rysunku 2). Wykonanie takiego elementu na potrzeby interferometrii światła nie nastęrcza większych trudności – można go nabyć za niewielką kwotę w Internecie. Wykonanie zaś elementu, który miałby prowadzić do interferencji dwóch fal materii, następnie je dzieląc na dwa wyjściowe ramiona, jest wyzwaniem. Oznacza to, że domknięcie pełnego cyklu na przykład interferometru Macha-Zehndera jest, w przypadku atomowym, bardzo trudne.

Zazwyczaj interferometr atomowy powstaje poprzez umieszczenie zimnego gazu w podwójnej studni. W przybliżeniu Bosego-Hubbarda, Hamiltonian takiego układu ma postać

$$\hat{H}_{\text{bh}} = -E_J \hat{J}_x + \delta \hat{J}_z + U \hat{J}_z^2, \quad (2)$$

gdzie operatory $\hat{J}_x = \frac{1}{2}(\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{a} \hat{b}^\dagger)$ i $\hat{J}_z = \frac{1}{2}(\hat{a}^\dagger \hat{a} - \hat{b}^\dagger \hat{b})$ wraz z $\hat{J}_y = \frac{1}{2i}(\hat{a}^\dagger \hat{b} - \hat{a} \hat{b}^\dagger)$ tworzą algebrę momentu pędu (operatory \hat{a}/\hat{b} anihilują bozon w lewej/prawej studni potencjału). Fizyczna interpretacja każdego z członów jest następująca: $-E_J \hat{J}_x$ prowadzi to tunelowania cząstek między studniami, $\delta \hat{J}_z$, wynikające z różnicy energii między studniami, prowadzi do nadruku fazy między nimi, zaś $U \hat{J}_z^2$ wynika ze zderzeń dwuciałowych pomiędzy atomami gazu. Gdyby “wyłączyć” oddziaływania (stosując metodę rezonansów Feshbacha [41–43]) oraz sprawić, że energie w obu studniach są takie same (czyli

$\delta = 0$) dostajemy Hamiltonian generujący wyłącznie tunelowanie. Dobierając czas dynamiki t tak, że $t \cdot E_J/\hbar = \frac{\pi}{2}$ otrzymujemy operator ewolucji postaci $\hat{U} = \exp\left[-i\frac{\pi}{2}\hat{J}_x\right]$, co stanowi atomowy odpowiednik płytki światłodzieliącej. Wydaje się zatem, że procedura opisana powyżej pozwala na uzyskanie pożądanego efektu – sygnał pochodzący z dwóch ramion interferometru (czyli w naszym przypadku dwóch studni potencjału) miesza się symetrycznie. Niemniej ciężko jest osiągnąć ten cel w laboratorium – trudno jest wyrównać głębokość studni, by dostać $\delta = 0$; ponadto często nie znana jest dokładna wartość E_J , co oznacza, że nie można symetrycznie wymieszać sygnału.

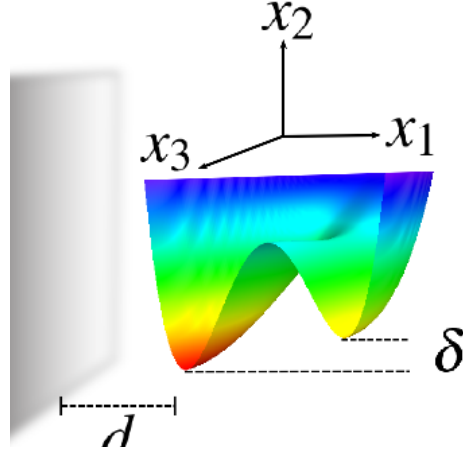
Te trudności stanowiły motywację naszych dociekań: celem było zaproponowanie cyklu interferometrycznego w podwójnej studni potencjału bez konieczności symetrycznego mieszania sygnału. Rozważyliśmy Hamiltonian (2), zakładając, że oddziaływania dwuciałowe można zaniedbać, a zatem

$$\hat{H}_{\text{bh}} = -E_J\hat{J}_x + \delta\hat{J}_z. \quad (3)$$

Ponieważ, jak stwierdziliśmy powyżej, operator \hat{J}_z prowadzi do nadruku fazy między studniami potencjału, wielkość $\delta t/\hbar$ można utożsamić z fazą interferometryczną θ . Pełna ewolucja składa się zatem z *jednoczesnego* nadruku fazy i spójnych oscylacji między ramionami interferometru. W ten sposób realizowany jest scenariusz alternatywny wobec interferometru Macha-Zehndera, w którym nadruk fazy jest “obłożony” dwiema płytkami światłodzieliącymi, lecz te dwa różne procesy nie zachodzą na raz.

W pracy [1] dokonaliśmy analizy użyteczności takiego układu, zakładając że stany początkowe ewolucji są stanami typu “spin-squeezed” (patrz rozdział 4.1). Ponadto założyliśmy, że różnica energii między studniami (a zatem $\delta \neq 0$) jest wynikiem działania siły Casimira-Poldera działającej między dielektryczną powierzchnią umieszczoną w odległości d od studni potencjału [44–46], jak schematycznie pokazano na rysunku 6. Wykazaliśmy, że taki układ jest niezwykle precyzyjnym miernikiem, pozwalającym na rozróżnienie poszczególnych odmian (termicznej od kwantowej) oddziaływania Casimira-Poldera.

Powyższe badania zostały rozszerzone i uzupełnione w pracy [2]. Zamieszczono tam precyzyjną analizę wydajności interferometru atomowego w podwójnej studni potencjału w zależności od rodzaju korelacji kwantowych obecnych w stanie początkowym. Wykazano, w jakich przypadkach przekroczenie granicy szumu śrutowego jest możliwe, gdy korzysta się ze stanów



Rysunek 6: Schemat układu składającego się z gazu kwantowego w podwójnej studni potencjału i oddalonej o d dielektrycznej powierzchni wywierającej siłę Casimira-Poldera na gaz, pochodzący z pracy [1].

spinowo- bądź fazowo-ściśniętych. Zbadano ponadto, jak precyzja estymacji fazy zależy od wartości parametrów E_J oraz δ .

W pracy [3] przedstawiliśmy wyniki badań nad wpływem szumu na precyzję interferometru atomowego w podwójnej studni potencjału. Przyjeliśmy, że na każdą cząstkę gazu kwantowego otoczenie działa w ten sam sposób. Jest to jedyny możliwy wybór w przypadku gdy mamy do czynienia z gazem bozonów, których wielociałowa funkcja falowa musi być zsymetryzowana. Symetryzacja właśnie prowadzi do uśrednienia wpływu otoczenia. Hamiltonian, który rozważaliśmy miał postać

$$\hat{H} = \delta \hat{J}_z + \boldsymbol{\omega}(t) \cdot \hat{\mathbf{J}}, \quad (4)$$

gdzie δ , jak poprzednio, jest odstrojeniem pomiędzy studniami zaś wektor $\boldsymbol{\omega}(t)$ charakteryzuje wpływ otoczenia. Znalezienie dynamiki w obecności szumu modelowanego przez $\boldsymbol{\omega}(t)$ wymaga przede wszystkim rozwiązania równania ewolucji

$$\hat{\rho}(t; \boldsymbol{\omega}_0) = \hat{U}(t; \boldsymbol{\omega}_0) \hat{\rho}(0) \hat{U}^\dagger(t; \boldsymbol{\omega}_0). \quad (5)$$

dla pojedynczej trajektorii procesu stochastycznego $\boldsymbol{\omega}_0$, gdzie

$$\hat{U}(t; \boldsymbol{\omega}_0) = \mathcal{T} \exp \left[-i \int_0^t dt' \left(\Omega \hat{J}_z + \boldsymbol{\omega}_0(t') \cdot \hat{\mathbf{J}} \right) \right], \quad (6)$$

zaś \mathcal{T} symbolizuje uporządkowanie czasowe. Następnie macierz gęstości (5) należy uśrednić po zespole, otrzymując

$$\hat{\varrho}_S(t) = \sum_{\omega_0} \hat{\varrho}(t; \omega_0) = \int \mathcal{D}\omega_0 \mathcal{P}(\omega_0) \hat{\varrho}(t; \omega_0). \quad (7)$$

W naszej pracy rozważyliśmy przypadek, gdy ω jest procesem Gaussowskim z czasem korelacji τ_c , czyli

$$\overline{\omega(t)} = 0 \quad \text{oraz} \quad \overline{\omega_i(t)\omega_j(t')} = \kappa(|t - t'|)\delta_{ij}, \quad (8)$$

gdzie indeksy i oraz j oznaczają różne składowe kartezyjańskie, zaś $\kappa(|t - t'|)$ jest funkcją korelacji o zasięgu rzędu τ_c . Otrzymawszy $\hat{\varrho}_S(t)$, mogliśmy wyznaczyć kwantową informację Fishera¹, przy założeniu, że parametrem metrologicznym jest δ . Głównym wynikiem naszych dociekań jest odkrycie, że istnieje metoda zapobieżenia negatywnemu wpływowi otoczenia, pod warunkiem, że cała sekwencja zawiera się w czasie nie dłuższym niż τ_c . Innymi słowy, czas korelacji szumu pochodzącego z otoczenia, ustala nową skalę czasową, w ramach której proces utraty spójności nie jest jeszcze dominujący. Jeżeli sekwencja interferometryczna trwa dłużej niż τ_c , negatywny wpływ środowiska prowadzi do tłumienia spójności w układzie i, co za tym idzie, zaniku splątania. Zbadaliśmy również, jaki jest wpływ otoczenia na konkretną procedurę estymacji – z pomiaru liczby cząstek w każdej ze studni potencjału. Praca ta przedstawia po raz pierwszy tak dokładną analizę interferometru bozonowego poddanego wpływowi otoczenia, działającego – zgodnie z wy-
mogami nierozróżnialności cząstek – na każdą z nich w ten sam sposób.

4.4 Estymacja fazy z obrazu interferencyjnego

Opisana powyżej sekwencja, która łączy nadruk fazy z oscylacjami między studniami potencjału, jest uproszczeniem wobec pełnego cyklu interferometru Macha-Zehndera. W pracach [4–7] rozważaliśmy schemat, który jest jeszcze prostszy i składa się z dwóch elementów: czystego nadruku fazy θ (bez oscylacji między studniami), po którym potencjał pułapkujący jest wyłączany, a dwie chmury gazu się rozszerzają na skutek swobodnej ekspansji.

¹Kwantowa informacja Fishera, to wielkość, która – przy ustalonej procedurze interferometrycznej i użytym do niej stanie kwantowym – wyznacza najmniejszą możliwą wartość $\Delta\theta$, zminimalizowaną po wszystkich możliwych metodach estymacji fazy [40]

W rezultacie powstaje obraz interferencyjny (układ prążków, jak w doświadczeniu Younga z dwiema szczelinami), z którego należy odczytać wartość fazy θ .

Pytania, które sobie postawiliśmy były następujące: z jaką precyzją można odczytać fazę z obrazu interferencyjnego? jakiego schematu estymacji należy użyć? jakiego typu stany splątane są użyteczne dla tego rodzaju interferometru? oraz: jak dużo można wywnioskować z samego pomiaru gęstości, bez znajomości korelacji między cząstkami?

W pierwszej pracy poświęconej tym zagadnieniom zbadaliśmy, jak wiele informacji o fazie θ można uzyskać znając pełną, czyli N -ciałową funkcję korelacji układu tworzącego obraz interferencyjny [4]. Model zakłada, że stan kwantowy jest dwumodowy, czyli postaci

$$|\psi\rangle = \sum_{n=0}^N C_n |n, N-n\rangle, \quad (9)$$

gdzie C_n jest amplitudą prawdopodobieństwa znalezienia n cząstek w modzie a i $N-n$ w b . Informacja o własnościach przestrzennych zawarta jest w bozonowym operatorze pola, który po nadrukowaniu fazy ma postać

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) = \psi_a(\mathbf{r}, t)\hat{a} + \psi_b(\mathbf{r}, t)e^{i\theta}\hat{b}. \quad (10)$$

Paczki falowe $\psi_{a/b}(\mathbf{r}, t)$ początkowo są zlokalizowane w dwu studniach potencjału, po czym swobodnie ewoluują i przekrywają się w polu dalekim, dając obraz interferencyjny. Wykazaliśmy, że jeżeli stan kwantowy (9) ma wszystkie współczynniki C_n rzeczywiste i spełnia warunek symetrii $C_n = C_{N-n}$ to estymacja z funkcji korelacji N -tego rzędu

$$G_N(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_N; t) = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}_1, t) \dots \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}_N, t) \hat{\Psi}(\mathbf{r}_N, t) \hat{\Psi}(\mathbf{r}_1, t) \rangle \quad (11)$$

jest optymalna, czyli daje wartość $\Delta\theta$ ograniczoną przez kwantową informację Fishera [40]. Określiśmy, jakie nieklasyczne stany dwumodowe postaci (9) pozwalają na złamanie granicy szumu śrutowego: są to stany o zredukowanych fluktuacjach fazy i stany typu NOON. Ponadto, w pracy [4] wykazaliśmy, że estymacja z pomiaru środka masy obrazu interferencyjnego pozwala również na złamanie granicy szumu śrutowego, o ile stan początkowy (9) posiada silne korelacje typu NOON.

W pracy [5] rozszerzyliśmy badania przedstawione w [4] na przypadek estymacji z niższych funkcji korelacji. Wykazaliśmy, w jaki sposób informacja o fazie θ rośnie, wraz ze wzrostem rzędu korelacji, z którego dokonywana

jest estymacja. Następnie zbadaliśmy, jak czuła jest precyzja estymacji z pomiaru środka masy układu opisywanego równaniami (9,10) na wydajność detekcji pojedynczych atomów w układzie. Zgodnie z oczekiwaniami, stany typu NOON, które są użyteczne dla tego schematu estymacyjnego, nakładają rygorystyczne wymagania wobec skuteczności detekcji. W pracy [5] przedstawiliśmy również pełną analizę estymacji fazy z położzeń pojedynczych atomów w interferometrze Macha-Zehndera.

Najważniejszą z tego cyklu jest praca [6]. Założyliśmy w niej, że jedyna informacja, jaką dysponujemy to ta o gęstości jednocząstkowej obrazu interferencyjnego, czyli

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}, t) \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \rangle. \quad (12)$$

Ta funkcja zmiennej \mathbf{r} dopasowywana jest metodą najmniejszych kwadratów do zmierzonych położzeń pojedynczych atomów, gdzie wolnym parametrem jest poszukiwana faza. Wykazaliśmy, że w ten sposób, mimo że nie posiada się żadnej informacji o korelacjach wielocząstkowych, można przekroczyć granicę szumu śrutowego. Stanami użytecznymi dla takiej procedury są stany o zredukowanych fluktuacjach fazy między dwoma modami. Badania rozszerzyliśmy o analizę wpływu niedoskonałości pomiarowych, schematycznie przedstawionych na rysunku 7. Uwzględniliśmy możliwość zarówno ograniczonej rozdzielczości przestrzennej jak i niepełnej wydajności detektorów. Określiliśmy minimalne wymagania, jakie musi spełniać technika pomiarowa, by możliwe było przekroczenie granicy szumu śrutowego.

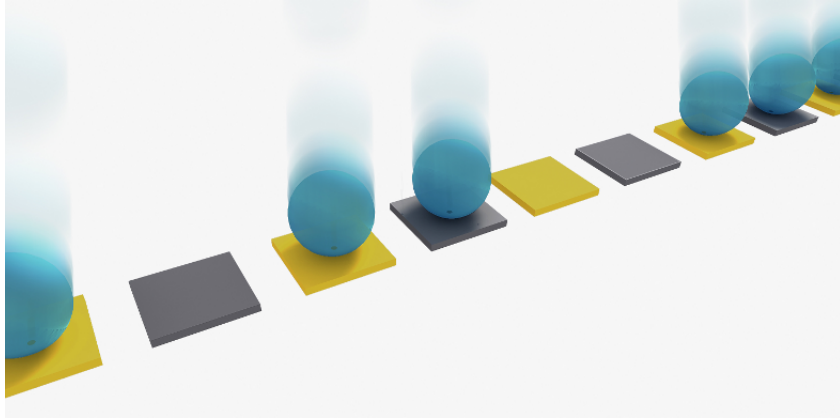
W pracy [7] rozszerzyliśmy wyniki z [6] na przypadek, gdy gaz kwantowy nie jest umieszczony w podwójnej studni potencjału lecz w jednowymiarowej sieci optycznej o M węzłach. Oznacza to, że należy uogólnić stan (9) do

$$|\psi\rangle = \sum_{n_1=0}^N \sum_{n_2=0}^{N-n_1} \dots \sum_{n_{M-1}=0}^{N-n_1-\dots-n_{M-2}} C_{n_1\dots n_{M-1}} |n_1, n_2, \dots, n_{M-1}, N-n_1-\dots-n_{M-1}\rangle, \quad (13)$$

zaś operator pola przed nadrukiem fazy ma postać

$$\hat{\Psi}(x) = \sum_{k=1}^M \psi_k(x) \hat{a}_k. \quad (14)$$

Zakładając, że faza θ rośnie liniowo wzdłuż sieci, wykazaliśmy, że w ogólności precyzja estymacji będzie wzrastała również liniowo wraz z liczbą oczek M . Ponadto, korzystając z wyników pracy [6], wykazaliśmy, że także w



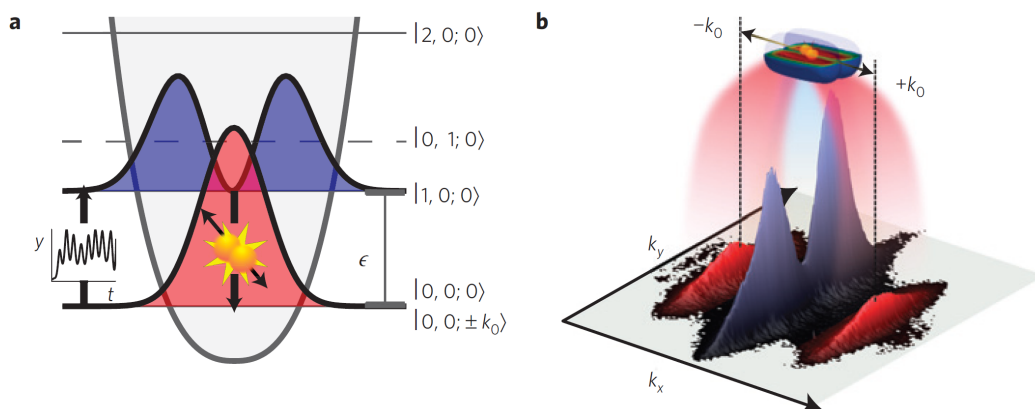
Rysunek 7: Rysunek z pracy [6] przedstawiający dwa podstawowe źródła niepewności w pomiarze położenia pojedynczych atomów (reprezentowanych na rysunku przez niebieskie sfery). Detektory (kwadratowe płytki) mogą bądź zarejestrować atomu (drugi detektor od prawej strony), bądź może się zdarzyć, że sygnał powstaje w detektorze sąsiednim (bądź jeszcze dalszym) niż ten, który miał kontakt z atomem (detektory czwarty i piąty od lewej strony).

przypadku interferometrii na sieci optycznej, gdy wypuści się gaz z pułapki, uzyskując po ekspansji obraz interferencyjny, estymacja fazy z gęstości jednocząstkowej pozwala na przekroczenie granicy szumu śrutowego, dając $\Delta\theta$, które skaluje się odwrotnie proporcjonalnie do M .

Podsumowując, cykl prac [4–7] przedstawia analizę estymacji w najprostszym schemacie interferometrycznym – z układu prążków powstałych z interferencji dwu (lub więcej) spójnych fal materii. Pokazano, jak w zależności od rzędu funkcji korelacji i splątania w stanie dwu- bądź M -modowym, dokładność estymacji $\Delta\theta$ skaluje się z liczbą cząstek N w układzie.

4.5 Tworzenie splątanych układów wielocząstkowych

Jak podkreślono w części 4.1, wytwarzanie nieklasycznych wielocząstkowych stanów światła bądź materii jest kluczowym zagadnieniem metrologii kwantowej. W dziedzinie optycznej, najczęściej skorelowane pary fotonów uzyskuje się w procesie parametrycznego podziału częstości [34, 35]. Natomiast



Rysunek 8: Rysunek pochodzący z pracy [47] przedstawiający (a): schemat przenoszenia kondensatu do pierwszego stanu wzbudzonego pułapki harmoniczej oraz (b): wynik obserwacji doświadczalnej układu kondensatu (niebieski) i dwie wiązki (czerwone).

w przypadku cząstek masywnych same zderzenia mogą prowadzić do powstawania silnych korelacji (patrz sekcja 4.1). W pracach [8] i [9] badaliśmy alternatywne wobec tych przedstawionych w rozdziale 4.1, sposoby wytwarzania stanów splątanych w gazach atomowych.

W pracy [8] podaliśmy teoretyczny model opisujący rozpraszanie par skorelowanych wiązek atomów z kondensatu Bosego-Einsteina. Zjawisko to zostało zaobserwowane w laboratorium grupy Jörga Schmiedmayera w Wiedniu, o czym donosi praca [47], z której pochodzi Rysunek 8. Przedstawia on schemat powstawania par wiązek: chmurą atomów “trzęsie się” w taki sposób, by poprzez dostarczenie energii przenieść ją do pierwszego stanu wzbudzonego w pułapce harmoniczej. Na skutek zderzeń dwuciałowych, pary atomów wracają do stanu podstawowego. Nadmiar energii, wynikający z przejścia ze stanu wzbudzonego do podstawowego, prowadzi do nadania pędu $\pm\hbar k_0$ każdej z cząstek. Pęd ten skierowany jest wzdłuż prostej, co wynika z geometrii układu. Narastająca liczba zderzeń sprawia, że powstają dwie przeciwnie poruszające się wiązki, zaznaczone na rysunku 8b w kolorze czerwonym.

We współpracy z dr. Robertem Bückerelem, który był współautorem pracy doświadczalnej [47], podaliśmy opis teoretyczny tego zjawiska. Nasza praca stosuje przybliżenie Bogoliubowa, w ramach którego cząstki rozproszone ze

spójnej paczki falowej $\psi(\mathbf{r})$ (czyli z kondensatu) traktuje się jako niewielką część całego układu. Zatem, pełen operator pola $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ przedstawia się jako

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r}) + \hat{\delta}(\mathbf{r}), \quad (15)$$

gdzie operator $\hat{\delta}(\mathbf{r})$ jest “mały”. Efektywny Hamiltonian opisujący dynamikę rozpraszania do pola $\hat{\delta}(\mathbf{r})$ jest kwadratowy i ma znaną postać

$$\hat{H}_{\text{bog}} = \int d\mathbf{r} \hat{\delta}^\dagger(\mathbf{r}) \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + 2g|\psi(\mathbf{r})|^2 \right) \hat{\delta}(\mathbf{r}) \quad (16a)$$

$$+ g \int d\mathbf{r} \left(\hat{\delta}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\delta}^\dagger(\mathbf{r}) \psi^2(\mathbf{r}) + \text{h.c.} \right). \quad (16b)$$

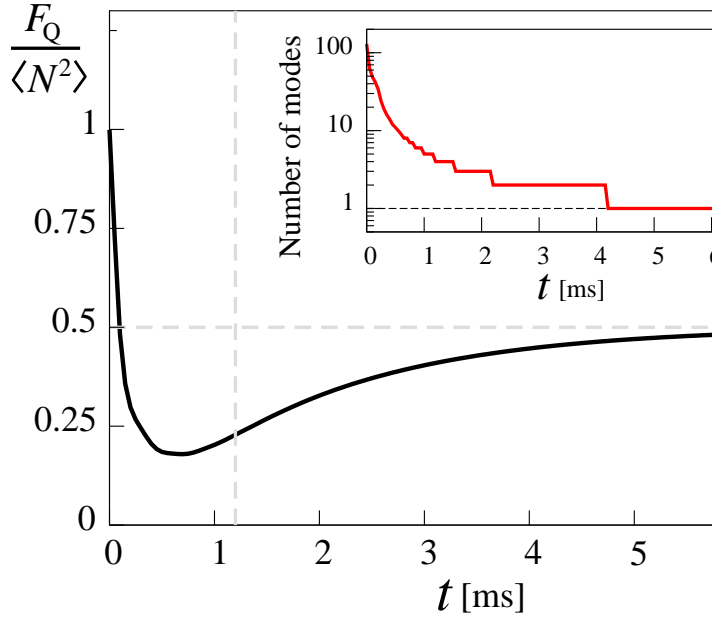
Ponieważ rozpraszane pary cząstek mają przeciwnie skierowane pędy, zorientowane wzdłuż prostej, operator Bogoliubowa w przestrzeni pędów można przedstawić w postaci

$$\hat{\delta}(\mathbf{k}, t) = \sum_i \varphi_{+k_0}^{(i)}(\mathbf{k}, t) \hat{a}_{+k_0}^{(i)}(t) + \sum_i \varphi_{-k_0}^{(i)}(\mathbf{k}, t) \hat{a}_{-k_0}^{(i)}(t), \quad (17)$$

gdzie suma przebiega po wszystkich możliwych stanach rozproszeniowych, zaś $\varphi_{\pm k_0}^{(i)}(\mathbf{k}, t)$ opisuje własności pędowe każdego modu. Dzięki spostrzeżeniu, które doprowadziło do równania (17), dynamikę układu udało się wyznaczyć prostymi i szybkimi metodami numerycznymi. Wyznaczywszy $\hat{\delta}(\mathbf{k}, t)$ uzyskaliśmy pełną informację o układzie. Pozwoliło to na obliczenie funkcji korelacji rozproszonych cząstek, czy też wykazanie, że w układzie występuje silne, metrologicznie użyteczne splątanie. Przykładowo, Rysunek 9 pochodzący z pracy [8] pokazuje zależność kwantowej informacji Fishera od czasu, zestawiając tę informację z wykresem liczby modów obsadzanych w każdej z wiązek. W trakcie rozpraszania, wraz ze spadkiem liczby modów obsadzanych przez istotnie dużą liczbę cząstek, kwantowa informacja Fishera rośnie, co jest zgodne z oczekiwaniami wobec wielomodowej interferometrii kwantowej. Prosty model teoretyczny, przedstawiony w pracy [8] może w przyszłości znaleźć zastosowanie do opisu doświadczeń, w których cząstki rozpraszane są w parach do przeciwbieżnych wiązek.

Praca [9] przedstawia odmienne spojrzenie na zagadnienie tworzenia splątanych stanów wielocząstkowych, znacząco różne od tego przedstawionego w sekcji 4.1, jak i w pracy [8]. Motywacją do badań, zwieńczonych publikacją [9] było zjawisko Hong-Ou Mandle’a [48], w którym dwa fotony w dwu ramionach (na przykład interferometru), opisywane stanem czystym

$$|\psi\rangle = |1, 1\rangle \quad (18)$$



Rysunek 9: Rysunek pochodzący z pracy [8] przedstawiający zależność kwantowej informacji Fishera od czasu trwania procesu rozpraszania. Mniejszy wykres pokazuje ile par niezależnie ściskanych modów jest aktywnych w obu przeciwbieżnych wiązках.

padają na płytkę światłodziącą. W rezultacie otrzymujemy stan

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|2, 0\rangle + |0, 2\rangle), \quad (19)$$

który nazywany jest stanem NOON, bądź stanem kota Schrödingera. Jest to nieklasyczny stan, w którym występuje superpozycja: oba fotony w jednym ramieniu + oba fotony w drugim. Kluczowa dla naszych rozważań jest następująca obserwacja: w stanie (18) fotony mogą być umieszczone w obu ramionach *niezależnie*. Stajemy zatem przed wątpliwością: skąd wzięła się nieklasyczna korelacja w stanie (19)? Odpowiedź związana jest ze statystyką, jakiej podlegają fotony — są to bozony, a zatem na płytce światłodziącej interferują w określony sposób. W taki mianowicie, który prowadzi do wygaszenia koincydencji, kiedy to w każdym z ramion znajdujemy po jednym fotonie. Ta destruktywna interferencja na płytce, prowadząca do znikania koincydencji, jest sednem zjawiska Hong-Ou Mandl'a.

Skoro dwa fotony, nawet pochodzące z niezależnych źródeł, mogą interferować w ten sposób, to czy podobne zjawisko zachodzi dla większej liczby cząstek? Wiadomo, że gdy weźmiemy tak zwany stan twin-Focka, czyli postaci

$$|\psi\rangle = |N, N\rangle \quad (20)$$

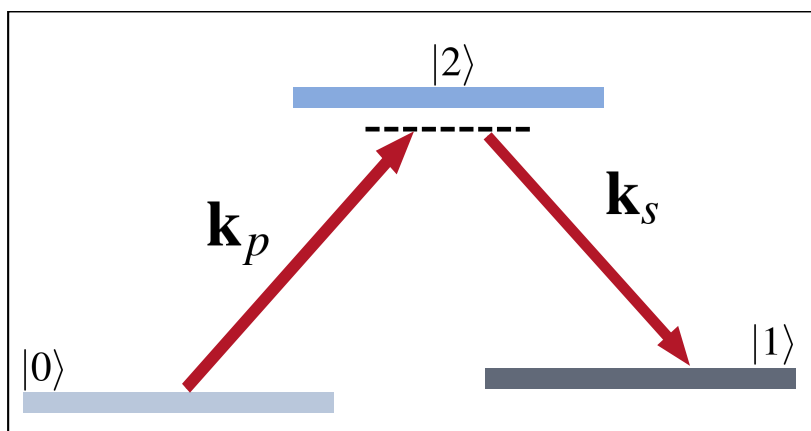
i “przepuści się” go przez płytkę światłodziącą, również otrzymuje się stan zbliżony do $2N$ -cząstkowego stanu typu NOON [49–52]. Pytanie, które postawiliśmy brzmi następująco: czy dwa kondensaty Bosego-Einsteina opisywane pełniejszym modelem niż ten z równania (20), interferując na płycie, dadzą nieklasyczny stan materii, użyteczny dla interferometrii kwantowej?

Realistyczny model kondensatu Bosego-Einsteina, to taki, który uwzględnia fakt, że liczba cząstek w chmurze nie jest ustalona, lecz różni się w kolejnych realizacjach doświadczenia. Oznacza to, że stan dwu kondensatów należy opisywać macierzą gęstości

$$\hat{\rho} = \left(\sum_{N_a=0}^{\infty} P_a(N_a) |N_a\rangle \langle N_a| \right) \otimes \left(\sum_{N_b=0}^{\infty} P_b(N_b) |N_b\rangle \langle N_b| \right), \quad (21)$$

gdzie $P_{a/b}$ jest prawdopodobieństwem znalezienia $N_{a/b}$ cząstek w kondensacie a/b . Dla takiego stanu wejściowego interferometru Macha-Zehndera wyznaczyliśmy kwantową informację Fishera i wykazaliśmy, że ma ona wartość większą niż \bar{N}^2 pod warunkiem, że fluktuacje liczby cząstek w każdym kondensacie nie przekraczają granicy szumu śrutowego. Jest to istotny wynik, który wskazuje, że wystarczy ograniczyć rozstrzał liczby atomów w każdym niezależnie przygotowanym kondensacie, by przy pomocy płytki światłodziącej, lecz bez żadnej dodatkowej procedury splątującej cząstki, otrzymać nieklasyczny stan materii. Ponadto, wykazaliśmy, że pomiar liczby cząstek w każdym z ramion kondensatu pozwala na uzyskanie precyzji $\Delta\theta$ lepszej niż granica szumu śrutowego. Rezultaty naszych dociekań mogą w przyszłości stanowić podwalinę do konstrukcji nowego rodzaju interferometru, opartego na wielocząstkowym odpowiedniku zjawiska Hong-Ou Mandle’a.

²gdzie \bar{N} jest średnią liczbą cząstek w układzie, zatem $F_Q > \bar{N}$ oznacza łamanie granicy szumu śrutowego [26]



Rysunek 10: Rysunek przedstawiający pojedynczy akt rozpraszania padającego fotonu (o pędzie \mathbf{k}_p), prowadzący zarówno do emisji fotonu “sygnałowego” o pędzie \mathbf{k}_s jak i do przeniesienia stanu wewnętrznego atomu z $|0\rangle$ poprzez $|2\rangle$ do $|1\rangle$.

4.6 Oddziaływanie światła z materią – rozpraszanie Ramana

Praca [10] poświęcona była zjawisku rozpraszania par atom-foton w procesie Ramana w wyniku oświetlenia kondensatu Bosego-Einsteina wiązką laserową. Schemat pojedynczego aktu rozpraszania przedstawiony jest na rysunku 10. Foton z wiązki laserowej (nazywanej pompą) pada na atom znajdujący się w stanie wewnętrznym $|0\rangle$ po czym następuje akt absorpcji i przejście atomu do stanu $|2\rangle$. Następuje niezwłoczna emisja rozproszonego fotonu “sygnałowego” i przejście atomu do innego nisko leżącego stanu $|1\rangle$. Ponieważ pęd rozproszonego fotonu może być skierowany w dowolnym kierunku, oznacza to, że – by spełnić zasadę zachowania pędu – rozproszeniu ulega również atom. Tak oto emitowana jest para cząstek: foton i atom. Artykuł [10] przedstawia szczegółową analizę tego zjawiska, dopuszczając możliwość niezerowej temperatury źródła atomów, czyli kondensatu Bosego-Einsteina. Gdy temperatura bardzo zimnego gazu jest wyraźnie wyższa od zera bezwzględnego, tworzy się tak zwany kwazi-kondensat. Jest to gaz atomowy, w którym występują fluktuacje fazy, ograniczające spójność przestrzenną układu [53–55]. Zbadaliśmy, jaki wpływ mają te fluktuacje, w zależności od ich natężenia (a

zatem od temperatury gazu) na gęstość i funkcje korelacji rozproszonych atomów. Wykazaliśmy, że obecność fluktuacji fazy ma wpływ zarówno na zasięg korelacji jak i ich amplitudę. W naszej analizie uwzględniliśmy również skończony czas ekspansji chmury atomowej (w trakcie propagacji z obszaru, gdzie zachodzi rozpraszanie, do detektora atomowego). Wyniki tej pracy mogą okazać się pomocne w przygotowaniu i analizie zjawiska rozpraszania Ramana w gazach atomowych, w szczególności pod kątem przyszłych zastosowań w interferometrii atomowej.

4.7 Kryterium splątania – nierówność Cauchy-Schwarza

Praca [11] przedstawia dowód stwierdzenia, że łamanie nierówności Cauchy-Schwarza przez funkcję korelacji drugiego rzędu w układzie bozonów jest kryterium splątania cząstkowego. Zapotrzebowanie na taki dowód powstało wraz z ukazaniem się pracy [56], w której prof. Chris Westbrook ze współpracownikami, traktując obserwowane łamanie powyższej nierówności za kryterium nieklasyczności w układzie cząstek rozproszonych w wyniku zderzenia kondensatów Bosego-Einsteina. Jak przedstawiono na rysunku 11, dwa zderzające się kondensaty (rysunek 11(a)) emitują cząstki, które w konsekwencji zasad zachowania energii i pędu rozkładają się na sferycznej powierzchni (rysunek 11(b)), której promień rośnie liniowo w czasie. Eksperymentatorzy zmierzili funkcję korelacji drugiego rzędu rozproszonych cząstek, czyli

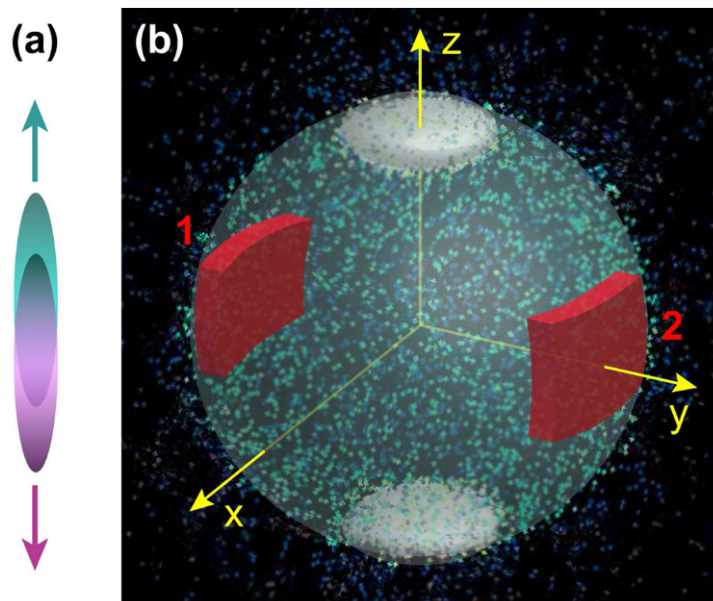
$$\mathcal{G}^{(2)}(x, x') = \left\langle \hat{\Psi}^\dagger(x) \hat{\Psi}^\dagger(x') \hat{\Psi}(x') \hat{\Psi}(x) \right\rangle. \quad (22)$$

Następnie, by zwiększyć sygnał, wycalkowali otrzymaną funkcję po objętości dwu obszarów zaznaczonych kolorem czerwonym na rysunku 11(b). W ten sposób otrzymano trzy wielkości

$$\mathcal{G}_{aa}^{(2)} = \int_{V_a} dx \int_{V_a} dx' \mathcal{G}^{(2)}(x, x') \quad (23a)$$

$$\mathcal{G}_{ab}^{(2)} = \int_{V_a} dx \int_{V_b} dx' \mathcal{G}^{(2)}(x, x') \quad (23b)$$

$$\mathcal{G}_{bb}^{(2)} = \int_{V_b} dx \int_{V_b} dx' \mathcal{G}^{(2)}(x, x'). \quad (23c)$$



Rysunek 11: *Rysunek pochodzący z pracy [56]. (a): układ dwu cylindrycznie symetrycznych kondensatów Bosego-Einsteina zderzających się wzdłuż osi symetrii; (b): obserwowana poświata rozproszonych cząstek, wraz z dwoma kondensatami (jaśniejsze obszary u góry i u dołu) oraz dwoma obszarami, w których mierzy się funkcję korelacji drugiego rzędu (czerwone wycinki sfery).*

Wykazano eksperymentalnie, że w opisywanym układzie zachodzi

$$\mathcal{C} \equiv \frac{\mathcal{G}_{ab}^{(2)}}{\sqrt{\mathcal{G}_{aa}^{(2)} \mathcal{G}_{bb}^{(2)}}} > 1. \quad (24)$$

Autorzy pracy [56], poprzez analogię do łamania tej nierówności w układzie fotonów, potraktowali ten wynik jako dowód nieklasyczności w układzie cząstek masywnych.

By sprecyzować, co oznacza stwierdzenie, że nierówność (24) jest kryterium kwantowości, należy zauważyć, że klasyczne (separowalne) stany N bozonów są postaci

$$\hat{\rho} = \int \mathcal{D}\phi |\phi\rangle; N \langle \phi|; N | \mathcal{P}(\phi). \quad (25)$$

gdzie $|\phi; N\rangle = |\phi\rangle^{\otimes N}$ jest stanem koherentnym N bozonów, zaś $\mathcal{P}(\phi)$ jest rozkładem prawdopodobieństwa. Wyrażenie to ładząco przypomina klasyczny stan pola elektromagnetycznego (według kryterium Glaubera–Sudarshana [57, 58]), które służy do wyprowadzenia fotonowego odpowiednika nierówności (24). Spostrzeżenie to prowadzi bezpośrednio do konkluzji, że łamanie nierówności (24) jest kryterium na splątanie cząstkowe – jako że odpowiednik tej nierówności w przypadku optycznym jest metodą na określanie nieklasyczności światła. Szczegóły dowodu przedstawiliśmy w pracy [11]. Wynik ten można uogólnić na dowolny układ bozonów, nawet gdy liczba cząstek nie jest ustalona, pod warunkiem, że w układzie nie ma spójności między stanami o różnych liczbach cząstek. Nasz dowód pozwala zrozumieć naturę nieklasyczności obserwowanej w pracy [56], jak i w wielu innych doświadczeniach z zimnymi bozonami, gdzie obserwuje się łamanie nierówności (24).

4.8 Podsumowanie

Podsumowując, cykl prac [1–11] stanowiący wkład do niniejszej rozprawy habilitacyjnej poświęcony jest badaniu nieklasycznych własności ultra-zimnych gazów atomowych. Zawarta w tych pracach analiza typów korelacji kwantowych i metod ich wykrywania, ma na uwadze przede wszystkim ich praktyczny wymiar: w jakim stopniu nieklasyczność można wykorzystać do celów metrologicznych.

Obecny stan wiedzy, zarówno w dziedzinie badań doświadczalnych, jak i teoretycznych, do których rozwoju powyższe prace się przyczyniają, pozwala wierzyć, że niedługo uda się zbudować pierwszy interferometr atomowy o wydajności przekraczającej granicę szumu śrutowego.

Wraz z moimi współpracownikami kontynuujemy badania w dziedzinie interferometrii atomowej. Na ukończeniu jest praca badająca wpływ na precyzję estymacji ukrytych (pasożytniczych) modów, znajdujących się w każdej z chmur gazu kwantowego. W najbliższym czasie, we współpracy z grupą prof. Helmuta Ritscha z Innsbrucka, rozpoczniemy badania nad nowym aspektem interferometrii atomowej – opierającym się na schemacie generacji stanów splątanych materii we wnękach rezonansowych.

5 Omówienie pozostałych osiągnięć naukowo-badawczych (artystycznych).

a) dane bibliometryczne (stan na dzień 10 września 2015)

Liczba opublikowanych artykułów: 26 + 3 preprinty

Cytowania bez autocytowań: 121

Całkowity impact factor: 81,22

Indeks Hirscha: 8

b) badania naukowe nie stanowiące wkładu do habilitacji

W latach 2004-2013 byłem współautorem cyklu prac poświęconego zderzeniom kondensatów Bosego-Einsteina [13, 15–20]. W procesie tym, opisywanym już w rozdziale 4.7 i pokazanym na rysunku 11, rozpraszane są pary skorelowanych cząstek. Celem powyższych badań było określenie jaki jest kształt rozproszonej chmury atomów, stopień korelacji między cząstkami, ale również w jakim tempie rozpraszają się atomy. W pracy [17] udało się przewidzieć wynik pojedynczego zderzenia, losując położenia cząstek z pełnego rozkładu prawdopodobieństwa. W pracy [18] porównano wyniki naszego modelu zderzeń atomów z rezultatami pomiarów, otrzymując bardzo dobrą zgodność. W pracy [13], która weszła w skład rozprawy habilitacyjnej dr. hab. Piotra Deuara, dokonaliśmy analizy rozpraszania atomów pod kątem użyteczności układu na rzecz interferometrii kwantowej. Zbadaliśmy jaki jest stopień redukcji fluktuacji względnej liczby cząstek pomiędzy przeciwnymi obszarami chmury rozproszonych atomów i jak zależy on od parametrów zderzenia – takich jak kształt kondensatów i ich względna prędkość.

W pracy [12] wyznaczyliśmy szereg optymalnych pomiarów (czyli nasycających ograniczenie wyznaczone przez kwantową informację Fishera) w różnych układach interferometrycznych. W ramach współpracy z prof. Augusto Smerzim z Florencji zdołaliśmy analitycznie wyznaczyć szeroki zbiór optymalnych pomiarów.

W pracy [14] zbadaliśmy jak powstają nieklasyczne stany materii w procesie dynamicznego ściskania spinu [27, 29, 31, 32, 38]. Znaleźliśmy skuteczną metodę estymacji fazy oraz określiliśmy wpływ skończonej precyzji pomiarowej na wydajność interferometru.

W pracy [21] dokonaliśmy analizy własności pola fotonów uzyskanego w procesie rozpraszania Ramana. Wyznaczono funkcje korelacji oraz wpływ

otoczenia na utratę spójności układu.

c) nagrody

2003: Pierwsza nagroda za najlepszą pracę magisterską roku na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

2006: Nagroda dydaktyczna dla za najlepsze ćwiczenia do wykładu na Wydziale Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

2007: Stypendium "START" Fundacji na rzecz Nauki Polskiej

2008: Uczestnictwo w spotkaniu młodych naukowców z laureatami Nagrody Nobla, Lindau, Niemcy

2012: Stypendium Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego dla Wybitnym Młodych Naukowców

d) kierowanie projektami badawczymi

2012-2016: projekt krajowy "SONATA" finansowany przez Narodowe Centrum Nauki, "Generacja i zastosowanie nieklasycznych stanów atomowych na potrzeby interferometrii kwantowej"

e) udział w projektach badawczych

- Grant KBN numer N202 022 32/0701 2007-2010 "Many Body and Non-linear Effects in Bose Einstein Condensates and waveguides- Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski, wykonawca
- Grant KBN numer 2P03B04325 2003-2006, Nonlinear Optics of Atoms and Photons- Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski, wykonawca
- Grant promotorski numer N0413/P03/2005/29 2005-2006 Efekty dwuciałowe i straty elastyczne w kondensatach Bosego-Einsteina- Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski, wykonawca
- Grant numer N202 019 32/0698 2007-2008 "Parametryczne wzmacnianie ultrakrótkich impulsów światła; rola konfiguracji niewspółosiowej- Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski, wykonawca
- Grant europejski numer 06-EuroQUAM-FP-002 Controlled Interactions in Quantum Gases of Metastable Atoms (CIGMA)" w ramach programu EUROCORES, 2006-2010

- Postdoc w ramach programu Team "Photonic Implementations of Quantum Enhanced Technologies" Fundacji na Rzecz Nauki Polskiej. Umowa nr: TEAM/2009-3/1, 2010-2013
- Grant NCN, umowa nr 1678/B/H03/2011/40 Analiza efektów nieliniowych i wielociałowych w kwantowych gazach atomowych", Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski, wykonawca
- Projekt „Juventus Plus”, numer projektu IP2014 050073, 2015-2017, opiekun naukowy

f) zaproszone wykłady konferencyjne

- “Quantum Technologies Conference” Toruń, Polska, 2011
- “Quantum Technologies Conference” Kraków, Polska, 2012
- “ProQuP workshop”, Paryż, Francja, 2012
- “Quantum Information”, Florencja, Włochy, 2013
- “Quantum Optics”, Jachranka, Polska, 2013
- “Quantum Gases and Quantum Coherence”, Levico Terme, Włochy, 2014
- “CAP-ProQuP Workshop”, Wiedeń, Austria, 2014

g) współpraca krajowa i zagraniczna

- Warszawa, Polska (2003-2007): współpraca z prof. Kazimierzem Rządźewskim z Centrum Fizyki Teoretycznej PAN dotycząca rozpraszania par atomów z kondensatów Bosego-Einsteina
- Oxford, Wielka Brytania (2004): współpraca z grupą prof. Keitha Burnetta w ramach programu BEC2000 dotycząca rezonansów Feshbacha w kondensatach Bosego-Einsteina
- Oxford, Wielka Brytania (2005): współpraca z grupą prof. Keitha Burnetta w ramach programu QUDEDIS dotycząca rozpraszania par atomów z kondensatów Bosego-Einsteina

- Trydent, Włochy (2008-2013): współpraca z prof. Augusto Smerzim dotycząca metrologii kwantowej
- Florencja, Włochy (2013-): współpraca z prof. Augusto Smerzim dotycząca metrologii kwantowej, kwantowego efektu Zenona oraz nierówności Bella
- Monachium, Niemcy (2012-2014): współpraca z dr. Francesco Piazza dotycząca metrologii kwantowej
- Innsbruck, Austria (2015-): współpraca z dr. Francesco Piazza dotycząca metrologii kwantowej we wnękach rezonansowych
- Wiedeń, Austria (2013-2014): współpraca z dr. Robertem Bückerem dotycząca teoretycznego opisu rozpraszania wiązek atomów z kondensatu Bosego-Einsteina
- Warszawa, Polska (2015-): współpraca z dr. Emilią Witkowską z Instytutu Fizyki PAN dotycząca tworzenia stanów ściśniętych w zimnych gazach atomowych
- Warszawa, Polska (2010-2014): współpraca z dr. Piotrem Deuarem z Instytutu Fizyki PAN dotycząca rozpraszania par atomów z kondensatów Bosego-Einsteina
- Kraków, Polska (2007-2009): współpraca z prof. Krzysztofem Sachą z Wydziału Fizyki UJ dotycząca opisu stanów kwantowych ultra-zimnych bozonów w podwójnej studni potencjału
- Toruń, Polska (2007-2009): współpraca z dr. Michałem Zawadą z Wydziału Fizyki UMK w Toruniu dotycząca opisu teoretycznego swobodnej ekspansji kondensatu Bosego-Einsteina

Literatura

- [1] Jan Chwedeńczuk, Luca Pezzé, Francesco Piazza, and Augusto Smerzi. Rabi interferometry and sensitive measurement of the casimir-polder force with ultracold gases. *Phys. Rev. A*, 82:032104, Sep 2010.

- [2] Karol Gietka and Jan Chwedeńczuk. Atom interferometer in a double-well potential. *Phys. Rev. A*, 90:063601, Dec 2014.
- [3] P. Szańkowski, M. Trippenbach, and J. Chwedeńczuk. Parameter estimation in memory-assisted noisy quantum interferometry. *Phys. Rev. A*, 90:063619, 2014.
- [4] Jan Chwedeńczuk, Francesco Piazza, and Augusto Smerzi. Phase estimation with interfering bose-einstein-condensed atomic clouds. *Phys. Rev. A*, 82:051601, Nov 2010.
- [5] J Chwedeńczuk, F Piazza, and A Smerzi. Phase estimation from atom position measurements. *New Journal of Physics*, 13(6):065023, 2011.
- [6] J Chwedeńczuk, P Hyllus, F Piazza, and A Smerzi. Sub-shot-noise interferometry from measurements of the one-body density. *New Journal of Physics*, 14(9):093001, 2012.
- [7] J. Chwedeńczuk, F. Piazza, and A. Smerzi. Multipath interferometer with ultracold atoms trapped in an optical lattice. *Phys. Rev. A*, 87:033607, 2013.
- [8] T Wasak, P Szańkowski, R Bücker, J Chwedeńczuk, and M Trippenbach. Bogoliubov theory for atom scattering into separate regions. *New Journal of Physics*, 16(1):013041, 2014.
- [9] T Wasak, P Szańkowski, and J Chwedeńczuk. Interferometry with independently prepared bose-einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 91(4):043619, 2015.
- [10] T. Wasak, J. Chwedeńczuk, P. Ziń, and M. Trippenbach. Raman scattering of atoms from a quasicondensate in a perturbative regime. *Phys. Rev. A*, 86:043621, Oct 2012.
- [11] T. Wasak, P. Szańkowski, P. Ziń, M. Trippenbach, and J. Chwedeńczuk. Cauchy-schwarz inequality and particle entanglement. *Phys. Rev. A*, 90:033616, Sep 2014.
- [12] T Wasak, J Chwedeńczuk, L Pezzé, and A Smerzi. Optimal measurements in phase estimation: simple examples. *arXiv:1310.2844*.

- [13] P. Deuar, T. Wasak, P. Ziń, J. Chwedeńczuk, and M. Trippenbach. Tradeoffs for number squeezing in collisions of bose-einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 88:013617, Jul 2013.
- [14] K Gietka, T Wasak, Szańkowski, and J Chwedeńczuk. Quantum-enhanced interferometry and the structure of twisted states. *arXiv:1507.02182*, 2015.
- [15] P. Ziń, J. Chwedeńczuk, A. Veitia, K. Rzażewski, and M. Trippenbach. Quantum multimode model of elastic scattering from bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 94:200401, May 2005.
- [16] Paweł Ziń, Jan Chwedeńczuk, and Marek Trippenbach. Elastic scattering losses from colliding bose-einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 73:033602, Mar 2006.
- [17] Jan Chwedeńczuk, Paweł Ziń, Kazimierz Rzażewski, and Marek Trippenbach. Simulation of a single collision of two bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 97:170404, Oct 2006.
- [18] J. Chwedeńczuk, P. Ziń, M. Trippenbach, A. Perrin, V. Leung, D. Boriron, and C. I. Westbrook. Pair correlations of scattered atoms from two colliding bose-einstein condensates: Perturbative approach. *Phys. Rev. A*, 78:053605, Nov 2008.
- [19] P. Deuar, J. Chwedeńczuk, M. Trippenbach, and P. Ziń. Bogoliubov dynamics of condensate collisions using the positive- p representation. *Phys. Rev. A*, 83:063625, Jun 2011.
- [20] Deuar, P., Ziń, P., Chwedeńczuk, J., and Trippenbach, M. Mean field effects on the scattered atoms in condensate collisions. *Eur. Phys. J. D*, 65:19–24, 2011.
- [21] Jan Kołodyński, Jan Chwedeńczuk, and Wojciech Wasilewski. Eigenmode description of raman scattering in atomic vapors in the presence of decoherence. *Phys. Rev. A*, 86:013818, Jul 2012.
- [22] Luca Pezzé and Augusto Smerzi. Entanglement, nonlinear dynamics, and the heisenberg limit. *Phys. Rev. Lett.*, 102(10):100401, 2009.

- [23] Rafał Demkowicz-Dobrzański, Jan Kołodyński, and Mădălin Guță. The elusive heisenberg limit in quantum-enhanced metrology. *Nature communications*, 3:1063, 2012.
- [24] K. Pawłowski, D. Spehner, A. Minguzzi, and G. Ferrini. Macroscopic superpositions in bose-josephson junctions: Controlling decoherence due to atom losses. *Phys. Rev. A*, 88:013606, 2013.
- [25] J B Brask, R Chaves, and J Kołodyński. Improved quantum magnetometry beyond the standard quantum limit. *arXiv:1411.0716*.
- [26] P. Hyllus, L. Pezzé, and A. Smerzi. Entanglement and sensitivity in precision measurements with states of a fluctuating number of particles. *Phys. Rev. Lett.*, 105:120501, Sep 2010.
- [27] Masahiro Kitagawa and Masahito Ueda. Squeezed spin states. *Phys. Rev. A*, 47(6A):5138–5143, 1993.
- [28] J Esteve, C Gross, A Weller, S Giovanazzi, and MK Oberthaler. Squeezing and entanglement in a bose–einstein condensate. *Nature (London)*, 455(7217):1216–1219, 2008.
- [29] DJ Wineland, JJ Bollinger, WM Itano, and DJ Heinzen. Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy. *Phys. Rev. A*, 50(1):67, 1994.
- [30] Jürgen Appel, Patrick Joachim Windpassinger, Daniel Oblak, U Busk Hoff, Niels Kjærgaard, and Eugene Simon Polzik. Mesoscopic atomic entanglement for precision measurements beyond the standard quantum limit. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 106(27):10960–10965, 2009.
- [31] Max F Riedel, Pascal Böhi, Yun Li, Theodor W Hänsch, Alice Sinatra, and Philipp Treutlein. Atom-chip-based generation of entanglement for quantum metrology. *Nature (London)*, 464(7292):1170–1173, 2010.
- [32] Christian Gross, Tilman Zibold, Eike Nicklas, Jerome Esteve, and Markus K Oberthaler. Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit. *Nature (London)*, 464(7292):1165–1169, 2010.
- [33] B. Lücke, M. Scherer, J. Kruse, L. Pezzé, F. Deuretzbacher, P. Hyllus, O. Topic, J. Peise, W. Ertmer, J. Arlt, L. Santos, A. Smerzi, and

- C. Klempt. Twin matter waves for interferometry beyond the classical limit. *Science*, 334:773, 2011.
- [34] David C. Burnham and Donald L. Weinberg. Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 25:84–87, 1970.
- [35] Paul G. Kwiat, Klaus Mattle, Harald Weinfurter, Anton Zeilinger, Alexander V. Sergienko, and Yanhua Shih. New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 75:4337–4341, 1995.
- [36] Tarik Berrada, Sandrine van Frank, Robert Bücke, Thorsten Schumm, J-F Schaff, and Jörg Schmiedmayer. Integrated mach-zehnder interferometer for bose-einstein condensates. *Nat. Commun.*, 4, 2013.
- [37] M. Bonneau, J. Ruaudel, R. Lopes, J.-C. Jaskula, A. Aspect, D. Boiron, and C. I. Westbrook. Tunable source of correlated atom beams. *Phys. Rev. A*, 87:061603, Jun 2013.
- [38] Helmut Strobel, Wolfgang Muessel, Daniel Linnemann, Tilman Zibold, David B. Hume, Luca Pezzé, Augusto Smerzi, and Markus K. Oberthaler. Fisher information and entanglement of non-gaussian spin states. *Science*, 345(6195):424–427, 2014.
- [39] A.S. Holevo. *Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory*. Publications of Scuola Normale Superiore, 2011.
- [40] Samuel L Braunstein and Carlton M Caves. Statistical distance and the geometry of quantum states. *Phys. Rev. Lett.*, 72(22):3439–3443, 1994.
- [41] Cheng Chin, Rudolf Grimm, Paul Julienne, and Eite Tiesinga. Feshbach resonances in ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.*, 82:1225, 2010.
- [42] Franco Dalfovo, Stefano Giorgini, Lev P. Pitaevskii, and Sandro Stringari. Theory of bose-einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.*, 71:463, 1999.
- [43] Immanuel Bloch, Jean Dalibard, and Wilhelm Zwerger. Many-body physics with ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.*, 80:885, 2008.

- [44] Mauro Antezza, Lev P. Pitaevskii, and Sandro Stringari. Effect of the casimir-polder force on the collective oscillations of a trapped bose-einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 70:053619, 2004.
- [45] C. I. Sukenik, M. G. Boshier, D. Cho, V. Sandoghdar, and E. A. Hinds. Measurement of the casimir-polder force. *Phys. Rev. Lett.*, 70:560–563.
- [46] J. M. Obrecht, R. J. Wild, M. Antezza, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, and E. A. Cornell. Measurement of the temperature dependence of the casimir-polder force. *Phys. Rev. Lett.*, 98:063201, 2007.
- [47] Robert Bücker, Julian Grond, Stephanie Manz, Tarik Berrada, Thomas Betz, Christian Koller, Ulrich Hohenester, Thorsten Schumm, Aurélien Perrin, and Jörg Schmiedmayer. Twin-atom beams. *Nature Physics*, 7(8):608–611, 2011.
- [48] Ch. Gerry and P. Knight. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press, 2004.
- [49] Luca Pezzé and Augusto Smerzi. Phase sensitivity of a mach-zehnder interferometer. *Phys. Rev. A*, 73:011801, 2006.
- [50] M. J. Holland and K. Burnett. Interferometric detection of optical phase shifts at the heisenberg limit. *Phys. Rev. Lett.*, 71:1355, 1993.
- [51] J. A. Dunningham, K. Burnett, and Stephen M. Barnett. Interferometry below the standard quantum limit with bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 89:150401, 2002.
- [52] J. A. Dunningham and K. Burnett. Sub-shot-noise-limited measurements with bose-einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 70:033601, 2004.
- [53] S. Dettmer, D. Hellweg, P. Ryytty, J. J. Arlt, W. Ertmer, K. Sengstock, D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, H. Kreutzmann, L. Santos, and M. Lewenstein. Observation of phase fluctuations in elongated bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 87:160406, 2001.
- [54] D. S. Petrov, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven. Phase-fluctuating 3d bose-einstein condensates in elongated traps. *Phys. Rev. Lett.*, 87:050404, 2001.

- [55] S. Richard, F. Gerbier, J. H. Thywissen, M. Hugbart, P. Bouyer, and A. Aspect. Momentum spectroscopy of 1d phase fluctuations in bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 91:010405, 2003.
- [56] K. V. Kheruntsyan, J.-C. Jaskula, P. Deuar, M. Bonneau, G. B. Partridge, J. Ruaudel, R. Lopes, D. Boiron, and C. I. Westbrook. Violation of the cauchy-schwarz inequality with matter waves. *Phys. Rev. Lett.*, 108:260401, Jun 2012.
- [57] Roy J. Glauber. Coherent and incoherent states of the radiation field. *Phys. Rev.*, 131:2766, 1963.
- [58] E. C. G. Sudarshan. Equivalence of semiclassical and quantum mechanical descriptions of statistical light beams. *Phys. Rev. Lett.*, 10:277, 1963.

you Chwalek