Warszawa 09.01.2019

Prof. dr hab. Jacek Jezierski
Katedra Metod Matematycznych Fizyki
Wydział Fizyki, Uniwersytet Warszawski

Recenzja pracy habilitacyjnej dr. Adama Chudeckiego „Kongruencje strun zerowych i ich związek z symetriami w słabych i silnych przestrzeniach hiperniebiańskich"

Autoreferat do pracy habilitacyjnej dr. Chudeckiego zaczyna się od obszernego wprowadzenia, po którym zostały szczegółowo przedstawione wyniki 8 prac stanowiących jego habilitację. Ponadto w następnym rozdziale są omówione wyniki zawarte w innych publikacjach.

Praca habilitacyjna dr. Chudeckiego składa się z 8 artykułów oznaczonych od H1 do H8. Dotyczy tzw. czasoprzestrzeni hiperniebiańskich – czterowymiarowych zespolonych rozmaitości spełniających równania Einsteina. Pozostałe publikacje ponumerowane są od P1 do P9. Muszę przyznać, że jest to ciekawa lektura. Artykuły są powiązane ze sobą tematycznie. Widać w nich, jak ewoluowało zrozumienie problemów u habilitanta.

Dr Chudecki interesuje się tzw. grawitacją zespoloną i ma dużą wiedzę w tym zakresie. Jest to bardzo zaawansowana matematycznie teoria, której początki sięgają prac wybitnych relatywistów: Andrzeja Trautmana, Teda Newmana, Sir Rogera Penrose'a, Jerzego Plebańskiego, Ivora Robinsona i innych. Habilitant szczególnie skupił się nad metodami rozwijanymi przez prof. J. Plebańskiego.

Wyniki dr. Chudeckiego rzucają zupełnie nowe światło na zespoloną grawitację i są znaczącym krokiem w kierunku zrozumienia powiązań zespolonej grawitacji z realistyczną teorią Einsteina. Przede wszystkim udało mu się podać pełną klasyfikację symetrii (konforemnych, homotetycznych i Killinga) przestrzeni hiperniebiańskich, uzupełniając tym samym prace pionierów zespolonej teorii względności: J. Plebańskiego, D. Finleya, Ch. Boyera, K. Rózgi i innych. Następnie był on w stanie znaleźć wiele nowych bardzo interesujących i dalece nietrywialnych rozwiązań równań hiperniebiańskich, co jest fundamentalne dla dalszej analizy powiązania tych rozwiązań z ewentualnymi rozwiązaniami „realnej" teorii grawitacji. Oczywiście, w ostatecznym rozrachunku chodzi o znalezienie efektywnej metody znajdowania rzeczywistych cięć lorentzowskich z rozwiązań zespolonych. Jest to podstawowy problem przyświecający badaniom czasoprzestrzeni zespolonych. Ogólna idea sięga znakomitej pracy A. Trautmana z 1962 roku, gdzie pokazano, jak z rozwiązań zespolonych równań Maxwella można otrzymać nowe rozwiązania dla rzeczywistego pola elektromagnetycznego. Nie można jednak tego pomysłu przenieść bezpośrednio do równań Einsteina, gdyż są one nieliniowe. I tutaj należy szukać źródła inspiracji dla badań naukowych A. Chudeckiego. Wszystkie jego wysiłki skupione są na głównym zadaniu: jak z rozwiązań zespolonych równań Einsteina otrzymać rzeczywiste

pola grawitacyjne. Oczywiście to wymaga wszechstronnego badania geometrii czasoprzestrzeni zespolonych. Stąd między innymi praca [H7], w której przeprowadzono pełną analizę geometrii tzw. wstęg zerowych (null strings), podstawowych obiektów geometrycznych pojawiających się w przestrzeniach hiperniebiańskich na mocy zespolonego twierdzenia Goldberga-Sachsa (tw. Plebańskiego-Hacyana). Dzięki temu udało się dr. Chudeckiemu znaleźć wiele nowych metryk zespolonych. Z kolei w pracy [H5] udało się podać pełną klasyfikację tensora Ricciego dla sygnatury neutralnej $(++--)$. Jest to wypełnienie luki pozostawionej w pracach J. Plebańskiego i innych. Sądzi się, że centralną rolę w teorii promieniowania grawitacyjnego odgrywają przestrzenie typu N z twistem. Niestety, do dzisiaj znana jest tylko jedna metryka próżniowa tego typu: metryka Hausera (1974). Jednym z problemów, który postawił sobie A. Chudecki jest głęboka analiza zespolonego typu $[N]\otimes[N]$, który może generować twist w odpowiadającej mu przestrzeni lorentzowskiej typu N. Częściowe rozwiązanie tego problemu jest zawarte w pracy [H8]. (Dalsza analiza wraz z otrzymaniem rzeczywistego rozwiązania typu $[N]\otimes[N]$ z twistem o sygnaturze $(++--)$ są opublikowane w pracy [P9]). W pracy [H8] A. Chudecki był w stanie otrzymać szereg interesujących, ogólnych metryk zespolonych typu $[N]\otimes[N]$ i pokazać, że niektóre z nich dają rzeczywiste metryki Kundta lub Robinsona-Trautmana.
Oprócz wyników osiągniętych w pracach zgłoszonych do habilitacji A. Chudecki otrzymał wiele innych rezultatów istotnych w teorii względności. Najważniejsze z nich zostały opublikowane w artykułach [P2] i [P3], gdzie pokazano, jak teoria przestrzeni hiperniebiańskich wyjaśnia wiele problemów teorii znanych w geometrii różniczkowej przestrzeni Walkera i Ossermana. Rozwiązując równania hiperniebiańskie, otrzymano nowe metryki tych przestrzeni.

Najważniejsze wyniki osiągnięte w cyklu prac H1-H8 to:

H1 Analiza symetrii w nieekspandujących przestrzeniach hiperniebiańskich z niezerową stałą kosmologiczną, jest to całkowicie oryginalny wynik (rozdz. 4.3). Na uwagę zasługuje też omówiony przykład, bo to najogólniejsza (z punktu widzenia klasyfikacji Petrova) einsteinowska metryka, którą można wyposażyć we właściwy konforemny wektor Killinga (jest to specjalny podtyp zespolonej pp-fali typu $[N]\otimes[N]$, wyposażonej w dodatkową symetrię reprezentowaną przez właściwy wektor konforemny).

H2 W zasadzie kontynuacja pracy H1. W szczególności równanie master i warunki całkowalności tego równania zostały zapisane w dużo przyjaźniejszej formie, niż w poprzedniej pracy (równania (2.18) i (2.19)). Ponadto na uwagę zasługuje szczegółowa klasyfikacja wektorów Killinga w nieekspandujących przestrzeniach hiperniebiańskich (rozdz. 3). Wśród omówionych przykładów na szczególną uwagę zasługuje przykład z rozdz. 4.1.2, który daje zespoloną pp-falę i ma cięcie lorentzowskie (którym jest oczywiście klasyczna lorentzowska pp-fala).

H3 Chyba jedyna istniejąca w literaturze pełna analiza symetrii w przestrzeniach hiperniebiańskich ekspandujących z niezerową stałą kosmologiczną. Znaleziona tam jawna postać równania master (3.37) i jawne postacie warunków całkowalności równań Killinga (wzory (3.35)) stanowią punkt wyjścia do uzyskania następnych rezultatów opublikowanych w pracach [H4-H8].

H4 Najciekawsze wyniki są w rozdz. 4, gdzie opisane są zespolone przestrzenie einsteinowskie wyposażone we właściwy i zerowy wektor homotetyczny (w przypadku przestrzeni niebiańskich metryki są podane jawnie, zob. (4.9) i (4.14), i jest to pierwszy przypadek jawnego podania metryk o takich własnościach). Ciekawy rezultat to metryka (5.14) z równaniem (5.17), bo dopuszcza ona cięcie lorentzowskie i jest to chyba jedyny znany przykład cięcia lorentzowskiego dającego typ $[II]$. Z kolei metryki z rozdz. 5.3 są ciekawymi przykładami metryk zespolonych mających te same typy Petrova i te same własności wstęg zerowych (czyli spełniają oba warunki konieczne istnienia cięć lorentzowskich), jednakże nie posiadają cięć lorentzowskich.

H5 Nowe podejście do klasyfikacji tensora Ricciego w 4-wymiarowej przestrzeni neutralnej. Oryginalność pracy polega na wykorzystaniu do takiej klasyfikacji wielu różnych kryteriów, np. algebraicznego typu niekropkowanego i kropkowanego spinora Plebańskiego - jest to kryterium wykorzystywane wcześniej jedynie w dwóch publikacjach (w pracy J.F. Plebańskiego i w pracy M. Przanowskiego) poświęconych klasyfikacjom bezśladowego tensora Ricciego w innych sygnaturach.

H6 Przedstawione w pracy metryki są nietrywialnymi (choć nie ogólnymi) przykładami przestrzeni einsteinowskich typu para-Hermite i para-Kähler i - o ile mi wiadomo - są to nowe wyniki. Najciekawsze wydają się metryki (3.43) i (3.47) z $S_0 = 0$, ponieważ są to pierwsze znane przykłady einsteinowskich metryk typu $[D] \otimes [D]$ nie dopuszczających cięcia lorentzowskiego.

H7 Odpowiedź na pytanie: jakie typy bezśladowego tensora Ricciego są dopuszczane przez przestrzenie wyposażone w jedną nieekspandującą strunę samodualną i w dwie takie struny. Na uwagę zasługują też rozdz. 5.2 i 5.3, w których rozważane są przestrzenie wyposażone w trzy i cztery kongruencje strun zerowych samodualnych.

H8 Najciekawsze rezultaty to jawne rozwiązanie wszystkich podtypów przestrzeni hiperniebiańskich typu $[N] \otimes [N]$ z wyjątkiem podtypu z twistem i znalezienie ich cięć lorentzowskich oraz przedyskutowanie możliwych symetrii Killinga tych metryk. Ciekawy jest też rozdz. 8, w którym uogólniono wyniki otrzymane wraz z M. Przanowskim [P9], czyli przedyskutowana jest metryka typu $\{[N]^e \otimes [N]^n, [++]\}$, ale z tylko jedną symetrią oraz bez żadnych symetrii.

Podoba mi się praca habilitacyjna dr. Chudeckiego. Podoba mi się również jego postawa jako fizyka matematycznego zadającego interesujące i odważne pytania.

Warto podkreślić, że dr Chudecki jest kontynuatorem pionierskich idei wielkiego nieżyjącego już polskiego fizyka prof. Jerzego Plebańskiego i śmiało mogę stwierdzić (także na podstawie opinii innych fizyków), że jest on tutaj w czołówce światowej.

Moim zdaniem przedłożona praca habilitacyjna spełnia wymagania potrzebne do uzyskania tytułu doktora habilitowanego.

Na zakończenie chciałbym dodać, że dr Adam Chudecki jest też dobrym dydaktykiem. Miałem okazję słuchać jego referatów na seminarium, gdzie mogłem się przekonać, że potrafi starannie, w sposób uporządkowany i interesujący opowiadać o swoich wynikach. Ostatnio referował swoje wyniki na seminarium relatywistycznym i jego referat został bardzo dobrze oceniony przez słuchaczy. Ponadto jego aktywny udział w licznych konferencjach i workshopach też jest wart podkreślenia.

Jacek Jezierski

Jacek Jezierski