

# PTPN ćwiczenie 4.

## Pomiary widm luminescencji i absorpcji

### 1. Absorpcja i emisja światła

Światło jest falą elektromagnetyczną, rozchodzącą się zgodnie z równaniami Maxwella. W ośrodku materialnym prędkość fali zmniejsza się. Jeżeli ośrodek absorbuje energię, natężenie fali propagującej się wzdłuż osi  $Z$ ,  $I(z)$ , zanika zgodnie ze wzorem (prawo Lamberta-Beera):

$$I(z) = I(0)\exp(-\alpha z), \quad (1)$$

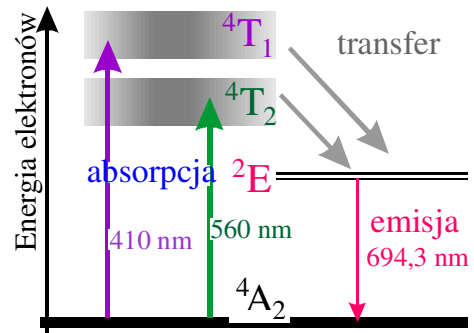
gdzie  $\alpha$  to **współczynnik absorpcji**,  $I(0)$  - natężenie światła po wejściu do ośrodka. Natężenie to pomniejszone jest na ogół przez odbicie.

Absorpcja fotonu może prowadzić do przekazania energii w postaci ciepła lub do przejście elektronu na stan wzbudzony. Wzbudzony elektron może spaść na stan podstawowy emitując światło w sposób spontaniczny (luminescencja) lub wymuszony (np. w laserach). Mamy także inne sposoby wzbudzania, które w ogólności prowadzą do obsadzenia niezgodnego z równowagą termodynamiczną (nietermicznego). Luminescencja jest spontaniczną emisją przy przejściu z nietermicznie wzbudzonego stanu kwantowego.

Istotne przy tym jest oddzielenie procesu absorpcji i emisji.

Jeżeli emisja zachodzi w trakcie działania czynnika pobudzającego (rozpraszanie, generacja wyższych harmonicznych, generacja promieniowania synchrotronowego) to nie mówimy o luminescencji. Oddzielenie procesu absorpcji i emisji (czasem tylko o  $10^{-14}$  s) pozwala wyróżnić stan wzbudzony i stan końcowy. Badając tak wyemitowane fotony możemy poznać stany kwantowe, pomiędzy którymi zachodzą przejścia.

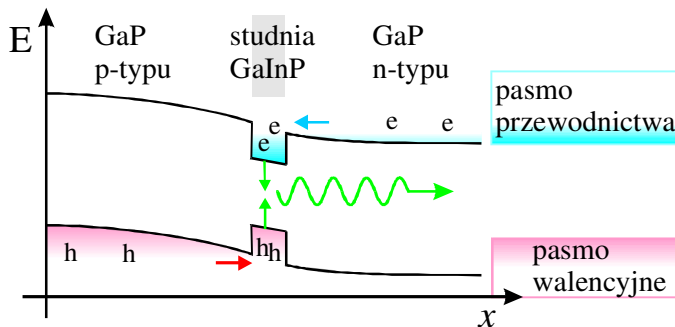
Przykład przejść absorpcyjnych i luminescencyjnych przedstawiony jest na rysunku 1. Diagram obrazujący przejścia pomiędzy stanami kwantowymi nazywamy diagramem Jabłońskiego. Prosta obserwacja diagramu prowadzi do wniosku, że oprócz przejść optycznych musimy uwzględnić transfer wzbudzenia, który odbywa się na ogół niepromieniście.



Rys. 1. Diagram Jabłońskiego przedstawiający przejścia elektronowe w rubinie.

To znaczy, że wzbudzony elektron straci część energii, a więc w przypadku emisji energia fotonów będzie na ogół niższa, niż w przypadku absorpcji (reguła Stokesa). Zarówno prawdopodobieństwo absorpcji, jak i natężenie luminescencji zależą od siły oscylatora dla danego przejścia. Siła oscylatora natomiast jest proporcjonalna do kwadratu momentu przejścia pomiędzy stanami. Możemy ją oszacować znając **kwantowe reguły wyboru** (omawiane na wykładzie "Mechanika i chemia kwantowa" na II roku).

W zależności od sposobu wzbudzenia luminescencję możemy podzielić na fotoluminescencję (wzbudzenie światłem), elektroluminescencję (wzbudzenie przepływem ładunku), chemoluminescencję, bioluminescencję itp.



Rys. 2. Schemat działania diody elektroluminescencyjnej.

Aby uzyskać elektroluminescencję, potrzebujemy wprowadzić do tego samego obszaru elektrony i dziury. Można to uzyskać w złączu p-n, na przykład, w przedstawionej na rys. 2. diodzie półprzewodnikowej. Ze względu na czas pomiędzy wzbudzeniem a emisją wprowadza się podział na szybką fluorescencję (gdy czas życia  $\tau < 1 \mu\text{s}$ ) i powolną fosforescencję ( $\tau > 1 \mu\text{s}$ ).

W ciałach krystalicznych elektrony przebywają w potencjale mającym charakter okresowy. Na skutek tego ich funkcje falowe mają postać **funkcji Blocha**. Postać ta dopuszcza możliwość ruchu elektronów, aczkolwiek cząsteczki przez nią opisywane mają nieoczekiwane własności – ich **masy** różnią się od masy elektronu w próżni, a ich ładunki mogą być dodatnie. Zależność ich energii,  $E$ , od pseudopędu,  $p = \hbar k$ , także jest inna niż dla elektronu w próżni.

Zależność  $E(k)$  nazywamy **strukturą pasmową** (patrz rys. 3). Rozróżniamy **pasmo walencyjne**, zawierające cząsteczki o ładunku dodatnim – **dziury** i pasmo przewodnictwa, w którym znajdują się ujemnie naładowane elektrony (poprawnie kwazi-elektrony). Jeżeli pasma te oddzielone są przerwą energetyczną, to materiał jest półprzewodnikiem.

Szerokość **przerwy energetycznej** w półprzewodniku mieści się w granicach od 0 eV (CdHgTe) do ponad 5 eV (AlN, diament). Półprzewodniki różnią się od metali tym, że w zerowej temperaturze, mają całkowicie zajęte pasmo walencyjne i całkowicie puste pasmo przewodnictwa.

Przerwa energetyczna w półprzewodnikach może być **prosta lub skośna** (patrz rys. 3).

O przerwie prostej mówimy wtedy, gdy minimum pasma przewodnictwa znajduje się nad wierzchołkiem pasma walencyjnego. Przerwę skośną mamy, gdy pasma są przesunięte w przestrzeni  $k$ . Ponieważ fotony mają mały pęd, przejścia skośne są wzbronione ze względu na zasadę zachowania pędu. Przejścia takie mogą jednak zachodzić z równoczesną emisją lub absorpcją fononu (fonony mają duży pęd), ale mają znacznie mniejszą wydajność. Dlatego materiał aktywny (materiał studni) powinien mieć prostą przerwę. Fosforek galu, GaP, ma przerwę skośną ( $E_g = 2.26 \text{ eV}$ , przejścia proste są od 2.78 eV), azotek galu ma przerwę prostą (3.4 eV). Nawet w przypadku przejść prostych pęd elektronu może być na tyle duży, że utrudnia emisję. Studnia kwantowa unieruchamia elektrony ułatwiając wymianę pędu i zwiększając prawdopodobieństwo rekombinacji.

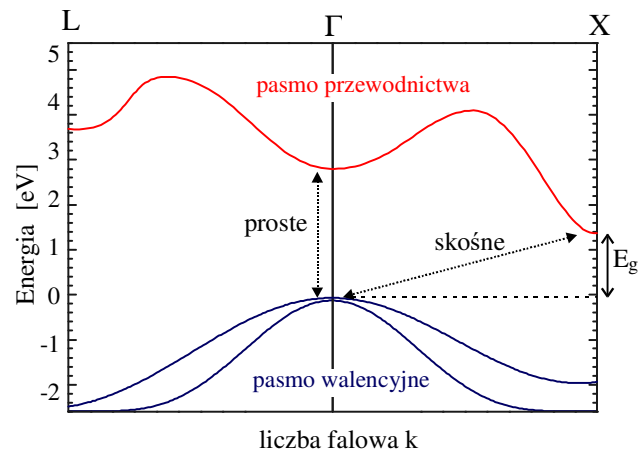
Szerokość przerwy energetycznej,  $E_g$ , w półprzewodnikach maleje z temperaturą. Dzieje się tak, ponieważ ogrzewany materiał rozszerza się, a więc odległości pomiędzy atomami zwiększają się. Powoduje to zmniejszenie energii oddziaływania i w rezultacie spadek  $E_g$ . W przypadku GaP zależność ta dana jest wzorem [4]:

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{6 \cdot 10^{-4} T^2}{T + 460 \text{ K}} \text{ eV} \quad (2)$$

Temperatura,  $T$ , podana jest w kelwinach.

## 2. Materiały badane w trakcie ćwiczenia

Elektroluminescencję będziemy badać na przykładzie diod świecących wykonanych z fosforu galu, GaP, ze studnią kwantową (AlGaIn)P [1] oraz z azotku galu, GaN, ze studniami kwantowymi z (GaIn)N [2]. Diody z InGaP mogą świecić w zakresie od światła zielonego do bliskiej podczerwieni, natomiast diody z GaN od bliskiego ultrafioletu do zielonego. GaN jest bardzo twardym materiałem i trudności w jego produkcji są porównywalne do otrzymywania diamentu, za to wyprodukowane urządzenia są bardzo trwałe. Szczególne ważne są diody niebieskie, gdyż po wyposażeniu w luminofor mogą dawać białe światło. Wydajność takiego świecenia jest dużo większa niż żarówek, więc wprowadzenie białych diod świecących dało ogromne oszczędności w skali świata. W 2014 r. za opracowanie techniki otrzymywania diod na bazie GaN przyznano nagrodę Nobla.



Rys. 3. Przykład struktury pasmowej kryształu

Jak to przedstawiono dla diody na rys. 2, emisja światła zachodzi dzięki wbudowanym w te diody studniom kwantowym. Na przykład, (AlGaIn)P ma mniejszą energię niż GaP więc tworzy studnię. Energia nośników zamkniętych w prostokątnej studni wynosi,  $E_n$ :

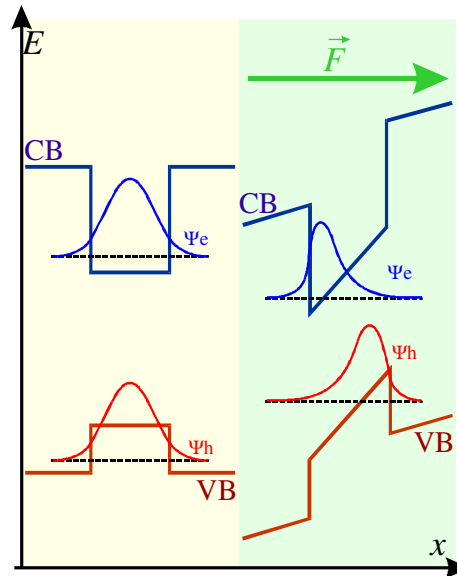
$$E_n = \frac{n^2 \hbar^2}{8L^2 m^*}, \quad (3)$$

gdzie  $n = 1, 2, \dots$  – kolejne poziomy w studni.

W złączu p-n (w diodzie) powstaje pole elektryczne. Ponadto GaN jest materiałem piezoelektrycznym i diody na bazie tego materiału mają wbudowane silne pole elektryczne. Pole elektryczne,  $F$ , działając na elektrony, powoduje zmniejszenie ich energii. Potencjał elektronu w tym polu rośnie liniowo:

$$U(x) = eFx, \quad (4)$$

Zatem pole elektryczne zamieni prostokątną studnię kwantową w trójkątną, jak na rys. 4. Pole przesuwa elektrony i dziury, zmniejszając różnicę ich energii (efekt Starka). Po przyłożeniu napięcia zmniejszamy to pole, co powoduje zwiększenie energii emisji [3].



Rys. 4. Studnia kwantowa bez pola (po lewej) i w polu elektrycznym. Pole zamienia potencjały na trójkątne i przesuwa elektrony i dziury.

Fotoluminescencję i absorpcję będziemy badać na przykładzie jonów chromu  $Cr^{3+}$  umieszczonych w sieci krystalicznej korundu lub granatu. Czysty korundu,  $Al_2O_3$ , jest bezbarwny, Odmianę korundu, zawierającą chrom jako domieszkę  $Al_2O_3:Cr$  nazywamy rubinem. Rubin, dzięki absorpcji zawartego w nim Cr, posiada czerwoną barwę, natomiast emisję z  $Cr^{3+}$  wykorzystuje do produkcji laserów.

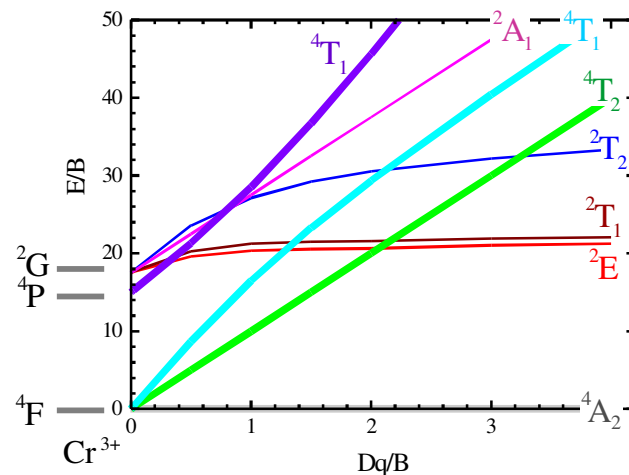
Granat itrowo-glinowy, YAG,  $Y_3Al_5O_{12}$  nie występuje w przyrodzie. Kryształy YAG:Cr będące na pracowni wyhodowano w ITME (Instytut Technologii Materiałów Elektronowych). Kryształy YAG wykorzystywane są między innymi do produkcji laserów. Czysty kryształ YAG jest bezbarwny, a z chromem – zielony.

W przypadku swobodnego jonu  $Cr^{3+}$  powłoka walencyjna ma konfigurację  $3d^3$ . Stanem podstawowym jest stan  $^4F$ , stanami wzbudzonymi  $^4P$  i  $^2G$  (stosujemy tu notację spektroskopową, zapis  $^nX$  oznacza stan o multipletowości  $n$  i symetrii  $X$ ). Warto zapamiętać podstawową regułę wyboru obowiązującą dla takich stanów: przejścia są dozwolone dla stanów o tej samej multipletowości.

Jony domieszki mają niewielkie średnice (np.  $Cr^{3+}$  ma około  $1.3 \text{ \AA}$ ) i gdy znajdują się wewnątrz kryształu, pole pochodzące od otaczających ich jonów (ligandów) możemy traktować jako zaburzenie. Zaburzenie to będzie prowadziło do rozszczepienia poziomów przez tzw. pole krystaliczne. Ponieważ otoczenie chromu w rubinie ma symetrię oktaedryczną ( $O_h$ ), funkcje falowe przyjmują symetrie  $A_1, A_2, E, T_1$  lub  $T_2$  Stosujemy tu notację wywodzącą się z teorii grup.

Analiza symetrii (na bazie teorii grup) pozwala nam określić, które przejścia są dozwolone, a które wzbronione.

Oddziaływanie pochodzące od pola krystalicznego możemy sparametryzować poprzez stosunek  $Dq/B$  ( $Dq$  - rozszczepienie od pola krystalicznego,  $B$  – energia oddziaływania elektronów). Wykres energii poszczególnych poziomów funkcji pola krystalicznego (patrz rys. 5.) nazywamy diagramem Tanabe – Sugano. Natężenie pola krystalicznego zależy oczywiście od kryształu, w którym zanurzony jest jon  $Cr^{3+}$ . W naszym przypadku



Rys. 5. Uproszczony diagram Tanabe-Sugano przedstawiający rozszczepienie poziomów w  $Cr^{3+}$ . [5]

najprostszy związek obserwujemy pomiędzy parametrem rozszczepienia  $Dq$ , a energią rozszczepienia pomiędzy stanami  ${}^4T_2$  i  ${}^4A_2$ :

$$E({}^4T_2) = 10 Dq. \quad (5)$$

Energię najniższego stanu ( ${}^4A_2$ ) przyjmujemy jako zero.

Diagram pozwala porównywać linie pochodzące od tych samych stanów w różnych kryształach, ale także dla danego kryształu w różnych temperaturach. Jeżeli kryształ schładzamy, to odległości międzyatomowe maleją, wpływ pola krystalicznego staje się silniejszy i w efekcie przesuwamy się na diagramie w prawo.

Przejścia elektronowe mogą sprzęgać się z drganiami jonu (oscylacje) lub kryształu (fonony). Obserwujemy wtedy linie oscylacyjne lub powtórzenia fononowe. Jeżeli przejściu elektronowemu towarzyszy emisja fononu (lub przejście na wyższy poziom oscylacyjny stanu podstawowego), emitowany foton będzie miał mniejszą energię i oprócz głównej linii emisyjnej zaobserwujemy ciąg pików (**powtórzenie fononowe**) lub pasmo emisyjne o niższej energii. W wysokich temperaturach, przejściu elektronowemu towarzyszy czasem pochłonięcie fononu (lub przejście na wyższy poziom oscylacyjny stanu wzbudzonego). Wtedy emitowany foton ma wyższą energię, niż dla przejścia zero-fononowego (powtórzenie fononowe antystokowskie).

### 3. Układ pomiarowy

Podstawowym przyrządem do pomiaru widma jest **spektrometr**. Spektrometr umożliwia rozszczepienie wiązki światła na strumienie fotonów o różnych długościach fali (czyli o różnych energiach), a następnie na pomiar natężenia dla poszczególnych długości fali. Spektrometr optyczny składa się z:

- układu kolimującego (szczelina wejściowa umieszczona w ognisku soczewki lub zwierciadła skupiającego),
- elementu dyspersyjnego (pryzmat lub siatka dyfrakcyjna). Dla pryzmatu, kąt odchylenia zmienia się na skutek zależności współczynnika załamania od długości fali. Dla siatki, kąt  $\alpha$  zależy od długości fali zgodnie z równaniem:  $\alpha = \arcsin(g\lambda)$ , gdzie  $g$  – gęstość siatki.
- układu skupiającego (soczewka lub zwierciadło skupiające światło na szczeliny wyjściowej).

Szczegółowy opis konstrukcji spektrometrów można znaleźć w Encyklopedii Fizyki lub w Wikipedii w wersji angielskiej (hasła: spectrometer, monochromator).

Strumień światła wydzielony w bardzo wąskim zakresie długości fal ma często bardzo małe natężenie. Czasem mierzymy pojedyncze fotony. Aby polepszyć sygnał dokonujemy wielu odczytów detektora. Jeżeli dokonamy  $m$  uśrednień pojedynczego rejestru, to otrzymamy średnią liczbę zliczeń  $n_S \pm \delta n_S$ , gdzie:

$$n_S = \sum n_i / m, \quad (6)$$

$$\delta n_S = \frac{\sqrt{\sum n_i^2}}{m} = \sqrt{\frac{n_S}{m}}. \quad (7)$$

Jak widać ze wzrostem liczby uśrednień maleje niepewność średniej.

Ponieważ pomiar dużej liczby zliczeń dla każdej długości fali zajmuje dużo czasu, stosujemy kamerę złożoną z wielu detektorów. Ze względu na sposób rejestracji sygnału nazywa się ona kamerą o sprzężeniu ładunkowym (charge coupled device - CCD). Wygenerowany światłem ładunek zliczany jest w rejestrach kamery CCD. W aparatach fotograficznych rejestry są na ogół 8-bitowe (liczą od 0 do 255). W urządzeniach pomiarowych spotykamy rejestry od 10 do 16 bitów (16 bitów odpowiada 0 - 65535). Dobierając czas naświetlania należy upewnić się, ilu bitowym rejestrem dysponujemy i pamiętać, aby nie przekroczyć maksymalnej wartości rejestru.

### 4. Przebieg ćwiczenia

- A. Kartkówka sprawdzająca przygotowanie studentów do ćwiczenia.
- B. Przygotowanie układu spektrometru komputerowego: wczytanie widma tła. Należy przy tym tak dobrać czas naświetlania, aby w pełni wykorzystać rejestry kamery CCD. Czynności te powtarzamy przed każdym następnym pomiarem.
- C. Pomiar widm 2 diod LED ze studniami kwantowymi w funkcji napięcia i natężenia prądu. Zasilacz pozwala na regulowanie napięcia i natężenia prądu, których wartości odczytujemy z multimetrów. Zasilanie

ustawiamy tak, aby prąd diody był w zakresie od 0,05 do 2 mA. Widma elektroluminescencji rejestrujemy spektrometrem zwracając uwagę na natężenie i położenie pików.

- D. Pomiar widma elektroluminescencji diod świecących (LED) umieszczonych w kriostacie, w ciekłym azocie, dla prądu 0,5 mA. Zwracamy uwagę na przesunięcie energii emisji i zmianę napięcia na diodach.
- E. Pomiar widma fotoluminescencji rubinu i granatu. Fotoluminescencję pobudzamy laserem i rejestrujemy przy pomocy spektrometru. Studenci samodzielnie powinni ustawić układ optyczny zbierający światło.
- F. Pomiar widma absorpcji optycznej rubinu i granatu. Kryształy oświetlamy lampą. Rejestrujemy widmo lampy i widmo światła, które przeszło przez kryształ. W tym pomiarze należy zwrócić szczególną uwagę na odejmowanie tła i minimalizację szumu, gdyż najbardziej interesującym fragmentem widma jest zakres o najmniejszej ilości przepuszczanego światła. Zakres ten odpowiada najsilniejszej absorpcji.
- G. Punkty E i F powtarzamy na próbce umieszczonej w kriostacie, w ciekłym azocie.

## 5. Przygotowanie opisu

Grupa pisze jeden wspólny opis.

Opis powinien składać się z następujących części:

1. Streszczenia,
2. Wstępu teoretycznego,
3. Opisu układu pomiarowego i próbek,
4. Wyników i ich analizy,
5. Podsumowania zawierającego wnioski.

- Ad. 1. Streszczenie powinno być krótkie (kilka zdań), ale powinno zawierać opis doświadczeń oraz najważniejsze wyniki i wnioski.
- Ad. 2. Należy przedstawić teoretyczne podstawy przeprowadzonych eksperymentów oraz wszystkie potrzebne do dalszej analizy wzory. Teoria powinna przedstawić uzasadnienie stosowanych wzorów.
- Ad. 3. Należy narysować też schematy układów pomiarowych. Układy do pomiaru elektroluminescencji, fotoluminescencji i absorpcji mają różne konfiguracje i należy to przedstawić w postaci graficznej.
- Ad. 4. Wynikami pomiarów są widma elektroluminescencji, fotoluminescencji i transmisji (absorpcji). Dla elektroluminescencji wyznaczamy zależność natężenia światła od natężenia prądu (dopasowujemy prostą) i energii emitowanego światła od napięcia. Energie fotonów  $h\nu$  w eV, obliczamy na podstawie długości fali  $\lambda$  mierzonej w nm, na podstawie wzoru:

$$h\nu = 1240 \text{ nm eV} / \lambda, \quad (8)$$

Należy oszacować wielkość zmian pola elektrycznego (zakładamy że grubość studni wynosi 10 nm). Trzeba też omówić zależność napięcia od natężenia i zmianę napięcia z temperaturą.

Absorpcję przedstawiamy w postaci wykresów  $\alpha(\lambda)$ . Współczynnik  $\alpha$  wyliczamy biorąc pod uwagę, że grubości próbek wynoszą dla rubinu 1,1 cm, a dla granatu 0,5 cm. Zakładając, że dla  $\lambda = 750 \text{ nm}$  absorpcja jest zerowa, dokonujemy korekty wyników na odbicie i geometrię pomiaru.

Następnie należy zidentyfikować i opisać linie absorpcyjne i luminescencyjne.

Porównując widma luminescencji i absorpcji zmierzone w temperaturze ciekłego azotu i pokojowej można wyznaczyć przesunięcie pików z temperaturą. W przypadku luminescencji, dokładne wyznaczenie położenia linii R (przejścia  ${}^2E \rightarrow {}^4A_2$ ) wymaga dopasowania krzywej Lorentza:

$$I(E) = \frac{\beta\Gamma/2}{(E - E_0)^2 + (\Gamma/2)^2}, \quad (9)$$

gdzie:  $E_0$  – położenie,  $\Gamma$  – szerokość a  $\beta$  – wysokość pików. Dopasowując krzywe Lorentza należy określić położenia i szerokości pików absorpcyjnych i luminescencyjnych.

Przedyskutować zmiany wywołane temperaturą w oparciu o wzór na zależność  $E_g(T)$  (w przypadku diody) i diagram Tanabe-Sugano (kryształy). Podać, jak linie z udziałem fononów zmieniają swoje natężenie.

- Ad. 5. Przedstawić należy fizyczne (naukowe) znaczenie własnych wyników.

Przygotowując opis, należy pamiętać o numeracji wzorów (1) i rysunków (patrz rys. 1.). Przy korzystaniu z materiałów (teksty, rysunki, programy) pochodzących od innych autorów należy w tekście umieścić odnośnik np. [1], a na końcu podać spis cytowanych źródeł (autor, tytuł, adres strony itp.).

## 6. Przykładowe pytania na kartkówkę

1. Ciało o grubości 1,5 cm pochłania 80% światła. Oblicz współczynnik absorpcji  $\alpha$  dla tego ciała.
2. Na ciało o współczynniku absorpcji  $\alpha = 3 \text{ cm}^{-1}$  i grubości 0,5 cm pada wiązka światła o mocy  $P_0 = 3 \text{ W}$ . Jaka moc pochłania to ciało. Pomijamy odbicie.
3. Z materiału o współczynniku absorpcji  $\alpha = 20 \text{ cm}^{-1}$  chcemy zrobić filtr przepuszczający 1/4 światła. Jak grubą płytkę należy wyciąć z tego materiału. Pomijamy odbicie.

Uwaga do zadań 1-3:

Na kartkówce będą podane inne liczby.

4. Elektroluminescencja i fotoluminescencja – podobieństwa i różnice.
5. Czy energia emisji jest na ogół większa, czy mniejsza od energii absorbowanego światła? Jakie zjawisko może spowodować, że energia emitowanego fotonu będzie większa niż energia przejścia elektronowego.
6. Które z poniższych przejść emisyjnych jest dozwolone?  
Na przykład:  $2p \rightarrow 1s$ ,  $3d \rightarrow 2p$ ,  ${}^4T_1 \rightarrow {}^4A_2$ ,  $\Gamma \rightarrow \Gamma$ .
7. Czy spin elektronu w stanie początkowym i końcowym może decydować o sile oscylatora (regułach wyboru) dla danego przejścia?
8. Porównaj pęd elektronu mającego prędkość wynikającą z energii termicznej z pędem fotonu z zakresu światła widzialnego.
9. Jak zależy energia stanów kwantowych w kryształach od temperatury?
10. Jak zależy energia emisji ze studni kwantowej od pola elektrycznego?
11. Wymień co najmniej 3 elementy składowe monochromatora.
12. Jaka jest zależność dyspersyjna (pomiędzy długością fali a kątem odchylenia) dla siatki dyfrakcyjnej?
13. Co zyskujemy zmniejszając szczelinę wejściową monochromatora? Co wpływa na zdolność rozdzielczą spektrometru?
14. Jak można poprawić stosunek sygnału do szumu w pomiarze.
15. Jak zależy stosunek sygnału do szumu od czasu naświetlania?
16. Co znaczy skrót CCD (przy opisie fotodetektorów)?
17. Jaką największą liczbę można zapisać w 12-bitowym rejestrze?

### Literatura

- [1] M. R. Krames *et al.*, " High-power truncated-inverted-pyramid (AlGaIn)P/GaP light-emitting diodes exhibiting 50% external quantum efficiency", *Appl. Phys. Lett.* **75**, 2365 (1999)
- [2] Shuji Nakamura, "InGaN-based blue light-emitting diodes and laser diodes", *J. Crystal Growth* **201–202**, 290 (1999) (<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S002202489801344X>)
- [3] G. Muziol, *et al.*, " Beyond Quantum Efficiency Limitations Originating from the Piezoelectric Polarization in Light-Emitting Devices", *ACS Photonics* **6**, 1963 (2019) DOI: 10.1021/acsp Photonics.9b00327
- [4] H. B. Panish and H. C. Casey, "Temperature dependence of the energy gap in GaAs and GaP", *J. Appl. Phys.* **40**, 163-167 (1969)
- [5] <http://wwwchem.uwimona.edu.jm:1104/courses/Tanabe-Sugano/TanSugd3.html>

### Polecane podręczniki

- J. Ginter - „Wstęp do fizyki atomu, cząsteczki i ciała stałego.” rozdz. I, III i IV
- K. W. Szalimowa - „Fizyka półprzewodników”
- C. Kittel - „Wstęp do fizyki ciała stałego.”
- J. I. Pankove - „Zjawiska optyczne w półprzewodnikach.”
- L. I. Schiff - *Mechanika kwantowa*,
- F. A. Cotton - „Teoria grup. Zastosowanie w chemii.”

K.K. 29 X 2024