zdumieniu i zdumieniu całego świata naukowego uzyskali rezultat taki, jak by przez żaden miesiąc w roku nie wiał żaden wiatr eteru. Znaczy to, że dla układu związanego z Ziemią zawsze słuszne są prawa Maxwella, mimo iż Ziemia w różnych porach roku reprezentuje różne układy odniesienia.* Próbowano ratować hipotezę eteru zakładając, że Ziemia porywa wraz z sobą otaczający eter, wkrótce jednak okazało się to sprzeczne z właściwościami światła docierającego od gwiazd.

Można by utrzymać hipotezę eteru przyjmując, że cały eter kosmiczny naśladuje dokładnie niejednostajny ruch Ziemi. Jest to nonsens, co najmniej tak samo naiwny, jak założenie, że Ziemia jest „pępkiem wszechświata", a gwiazdy i planety na niebie kręcą się wokół Ziemi po to, by uprzyjemniać nam bezsenne noce.

Doświadczenia Michelsona-Morleya wykazały, że prawa Maxwella są słuszne w każdym inercjalnym układzie odniesienia. To piękne i naturalne sformułowanie, będące w całkowitej harmonii ze znanym faktem, że prawa mechaniki są słuszne w każdym inercjalnym układzie odniesienia pochodzi od Einsteina. Einstein przyjął, że wszystkie prawa fizyki powinny być równie słuszne w każdym inercjalnym układzie odniesienia lub inaczej, że każdy inercjalny układ odniesienia jest równie dobry do sformułowania w nim praw fizyki i że każdy z tych układów jest całkowicie równoprawny. Postulat ten nosi nazwę **szczególnej zasady względności Einsteina**, a wynikające z niej konsekwencje noszą nazwę **szczególnej teorii względności**.

Postulat szczególnej zasady względności zastosowany do światła mówi, że skoro w jednym układzie odniesienia rozchodzi się ono zawsze z prędkością c (na mocy praw Maxwella słusznych w tym układzie), to w każdym innym układzie rozchodzi się ono też z prędkością c. Szczególna zasada względności oznacza też, że eter nie istnieje, gdyż nie może istnieć wyróżniony układ odniesienia (układ spoczynkowy eteru).

Na postulat Einsteina można patrzeć jako na eleganckie podsumowanie wyników doświadczeń Michelsona-Morleya. Postulat oznaczający

* Układ związany z Ziemią nie jest wprawdzie układem inercjalnym, ale jego nieinercjalność jest niezwykle małym efektem. Czas trwania doświadczenia Michelsona-Morleya wynosi zaledwie ułamki sekund. W tym czasie wektor prędkości Ziemi zmienia się zupełnie niezauważalnie; jeśli powtórzymy eksperyment po upływie pół roku, wektor prędkości Ziemi będzie całkiem inny. Małe zmiany wektora prędkości Ziemi, stanowiące o jej nieinercjalności, sumują się przez pół roku. W związku z tym traktowanie Ziemi jako pewnego ciągu coraz to innych układów, nieomal doskonale inercjalnych, ma swoje głębokie uzasadnienie.

stałość prędkości światła jest jednak w sprzeczności z klasyczną kinematyką i dlatego nikomu wcześniej nie przyszło do głowy przyjąć tak prostej prawdy jak ta, że prawa Maxwella obowiązują we wszystkich inercjalnych układach odniesienia.

8.3. Kinematyka szczególnej teorii względności

Einstein zauważył, że zarówno klasyczne prawa kinematyki, jak i cała klasyczna mechanika Newtona na nich oparta były potwierdzone w doświadczeniach naukowych, w życiu codziennym, w technice, nawet w zastosowaniach astronomicznych, zawsze w sytuacjach, w których prędkości ciał były bardzo małe w porównaniu z prędkością światła.

Nie wykluczone, przypuścił Einstein, że prawa klasycznej kinematyki i dynamiki są tylko przybliżoną postacią innych ściślejszych praw, które nie są w kolizji z tym, że do prędkości światła nie „chce się" dodać prędkość unoszenia. Owa hipotetyczna nowa mechanika powinna znacznie różnić się w swych przewidywaniach od teorii klasycznej przy dużych prędkościach (porównywalnych z c), a znikomo mało — dla prędkości małych. Jest to propozycja tym bardziej sensowna, że właśnie w elektrodynamice napotykamy po raz pierwszy duże prędkości i dlatego należy pogodzić mechanikę z elektrodynamiką, dopasowując mechanikę do elektrodynamiki jako teorii poprawnej, a nie na odwrót, szczególnie że wysiłki stworzenia mechanicznego modelu światła (drgania eteru) zawiodły.

Einsteinowi udało się taką nową kinematykę i dynamikę stworzyć. Okazało się, że żądanie dopasowania nowej teorii do elektrodynamiki wyznaczyło tę nową dynamikę i kinematykę jednoznacznie, w pełnej zgodzie z ogromną liczbą doświadczeń i obserwacji wykonanych między rokiem 1905, kiedy teoria ta powstała, a chwilą obecną.

Wbrew dość rozpowszechnionemu mniemaniu szczególna teoria względności nie jest wcale trudna, przynajmniej od strony matematycznej. Aparat matematyczny potrzebny do jej zrozumienia nie przekracza prostej algebry i najprostszych pojęć rachunku różniczkowego.

Podstawowa sprzeczność między elektrodynamiką a klasyczną kinematyką polega na tym, że dla czoła fali poruszającego się z prędkością c względem pewnego obserwatora O nie można stosować wzoru

$$c' = c - V \tag{8.6}$$

dla obliczenia prędkości tego czoła względem obserwatora O'. Wzór

$$v = V+v' \tag{8.7}$$

jest widocznie niedokładny, jeśli przynajmniej jedna z prędkości występujących jest porównywalna z c.

Przypomnijmy wyprowadzenie wzoru (8.7), być może odnajdziemy punkt, w którym popełniliśmy błąd.

Wzór na dodawanie prędkości wyprowadza się często na przykładzie płynącego statku i poruszającego się po nim pasażera, zostańmy i my przy tym przykładzie. Jak się przekonamy, zmiany, jakie wprowadza teoria względności w porównaniu z fizyką klasyczną, są przy realnych prędkościach statków i pasażerów zupełnie pomijalne. Same wzory, które wyprowadzimy będą jednak miały inny wygląd i wynikające stąd różnice staną się bardzo istotne w świecie szybkich atomów i cząstek elementarnych. Wiele pozornie oczywistych związków takich jak wzór (8.7) trzeba będzie głęboko zrewidować.

Okazuje się, że pojęcie czasu i sposób jego pomiaru jest tym, co zdaje się najzupełniej oczywiste, a tymczasem przyjmowane w fizyce klasycznej, z pozoru poprawne założenia, prowadzą właśnie do błędnych wniosków.

Przystępując do próby wyprowadzenia związku między prędkością pasażera względem statku a jego prędkością względem brzegu rzeki zacznijmy od wyznaczenia na pokładzie statku linii startu i mety, między którymi będzie poruszał się nasz pasażer. Posługując się wzorcem metra odtworzonym na statku według tej samej recepty, którą będą posługiwać się wszyscy inni obserwatorzy (np. określoną liczbą długości fal światła pewnego atomu, tak jak to jest obecnie w układzie SI), mierzymy odległość od startu do mety i sprawdzamy, ile razy mieści się nasz wzorzec między tymi liniami. Uzyskaną liczbę nazwiemy długością spoczynkową odcinka start-meta. Przymiotnik spoczynkowy oznacza, że pomiar dokonany był wzorcem spoczywającym względem statku. Dla uproszczenia nazwijmy tę długość — długością spoczynkową statku.

Dalej, by móc mierzyć prędkość pasażera względem statku, trzeba zmierzyć czas trwania jego spaceru. Powstaje jednak problem, na którym z wzorcowych zegarów dokonać odczytu. Jeden zegar na środku statku nie wystarczy! Pamiętajmy, że chcemy być bardzo dokładni. Gdyby pasażer chciał odczytać wskazania zegara w chwili startu, to musiałby na przykład nań spojrzeć. Ale promienie światła mają skończoną

prędkość, zatem to co widzimy jest wskazaniem tego, co zegar pokazywał trochę wcześniej! Jeśli chcemy uniknąć tej trudności, bierzemy dwa zegary — jeden umieszczamy tuż przy linii startu, drugi tuż przy linii mety (oba nieruchome względem statku). Jeżeli jednak chcemy wnioskować o czasie spaceru na podstawie wskazań dwóch zegarów, zbudowanych zgodnie z identyczną receptą (jedna sekunda na zegarze odpowiada określonej liczbie drgań atomów określonego pierwiastka), to musimy mieć gwarancję, że zegary te są zsynchronizowane, tzn. „równo puszczone w ruch". Jak to zrobić? Wystarczy w tym celu wyznaczyć środek odcinka start-meta i z tego, nieruchomego względem obu zegarów, punktu wysłać równocześnie dwa symetryczne sygnały biegnące w kierunku zegarów z prędkościami $\vec{v}$ i $-\vec{v}$ względem statku. Kiedy odpowiedni sygnał dotrze do odpowiedniego zegara uruchamia go od początkowego wskazania zero. Teraz mamy gwarancję, że zegary pokazują „ten sam czas". Można to zresztą sprawdzić, wysyłając po jakimś czasie znów ze środka dwa sygnały i prosząc dwóch pomocników, by odczytali wskazania każdego z zegarów w chwili dotarcia sygnałów. Wskazania te będą jednakowe, jeśli tylko zegary są naprawdę identyczne i dobrze zsynchronizowane pierwszym sygnałem. Konsekwentna synchronizacja dwóch zegarów, a w szczególności sprawdzenie, że istotnie idą one jednakowo jest w rozważanym przypadku możliwe tylko dzięki temu, że zegary te spoczywają względem siebie, to znaczy spoczywają względem statku. Gdyby zegary były we względnym ruchu, nie sposób byłoby jednoznacznie określić, gdzie jest środek odcinka między nimi, ani nie wiadomo byłoby, co to znaczy, że impulsy sprawdzające zostały do nich wysłane w sposób symetryczny (to znaczy z jednakowymi wartościami prędkości — względem jakiego bowiem układu odniesienia?). Jednak z zegarami spoczywającymi w określonym układzie — trudności żadnej nie ma. Powyższe przygotowania mogą się wydawać nadmiernie pedantyczne, ale nie ma w nich nic, z czym ktokolwiek mógłby się nie zgodzić.

Omówione zegary pozwalają mierzyć czas różnych zdarzeń zachodzących w pobliżu linii startu i linii mety. Mówimy, że zegary te wskazują czas mierzony względem układu odniesienia związanego ze statkiem*.

* Chcąc mierzyć czas zachodzenia różnych zdarzeń w różnych miejscach na statku, musimy ustawić zegary we wszystkich interesujących punktach statku i wzajemnie je zsynchronizować. Podstawową sprawą, o której musimy pamiętać, jest to, że czas zdarzenia podajemy zawsze na podstawie zegara, który znajduje się tuż przy miejscu, gdzie owo zdarzenie zachodzi.

Po tych przygotowaniach, można zmierzyć prędkość pasażera względem statku. Zaczyna on iść w chwili, gdy zegar tuż przy linii startu wskazuje zero, a dochodzi do mety, gdy drugi zegar pokazuje wartość t'.

Zmierzona wcześniej odległość spoczynkowa wynosi l', zatem prędkość pasażera względem statku, czyli prędkość pasażera w układzie statku wynosi

$$v' = \frac{l'}{t'}. \tag{8.8}$$

Powstaje teraz pytanie, w jaki sposób zmierzyć prędkość statku i prędkość tego pasażera względem brzegu. Należy oczywiście powtórzyć procedurę na brzegu. Wyobraźmy sobie, że ustawimy wzdłuż brzegu pewną liczbę zegarów umieszczonych w znanych odległościach wzdłuż prostoliniowego brzegu, zsynchronizowanych względem siebie znaną już nam metodą (w układzie odniesienia brzegu).

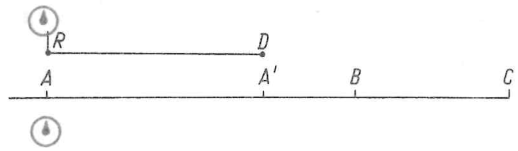
Wyobraźmy sobie, że po licznych próbach dopasowaliśmy tak rozstawienie zegarów na lądzie i statku, że w chwili gdy rufa statku (linia startu pasażera) mijała zegar A, pokazywał on dokładnie zero, a wraz z nim pokazywał zero zegar na rufie. Sytuację tę przedstawia rysunek 8.2. Celowo nie zaznaczamy „równoczesnych" wskazań zegarów na dziobie statku D i w punktach A', B, C, gdyż pojęcie „w tej samej chwili"* w odniesieniu do różnych punktów nie zostało jeszcze określone.

---

* Rozwijając tę myśl powiemy, że dwa zdarzenia zachodzą w tej samej chwil (są równoczesne) w pewnym układzie odniesienia, jeśli nieruchome w tym układzie zegary znajdujące się w pobliżu miejsc, gdzie zachodzą te zdarzenia, zsynchronizowane opisaną metodą w tym układzie odniesienia, pokażą to samo. Zatem powiedzenie, że dwa zegary spoczywające w pewnym układzie odniesienia pokazują ten sam czas w tej samej chwili (względem tego układu) jest tautologią i nic nowego nie wnosi.

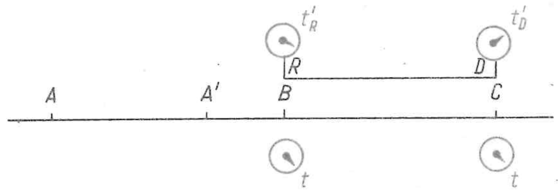
Możemy powiedzieć, że w tej samej chwili względem brzegu zegary w A, A', B, C itd. pokazują ten sam czas (nie jest to zdanie specjalnie ciekawe). Podobnie można powiedzieć, że zegary w R i D pokazują w tej samej chwili względem statku ten sam czas (i to zdanie nie jest ciekawe).

Nie można z tego jednak wnioskować, że zegar w A' pokazuje to samo, co mijający go właśnie zegar na dziobie statku! Przecież tych zegarów nie zsynchronizowaliśmy! Nie widać zresztą żadnego sensownego sposobu synchronizacji takich dwóch zegarów. Zrozumienie, że nie ma powodu, by zegary w D i A' mijające się właśnie pokazywały to samo (mimo, że mijające się zegary w A i R pokazują to samo, a D z R jest zsynchronizowane i A z A' są zsynchronizowane) jest największą i chyba jedyną trudnością w uczeniu się szczególnej teorii względności. Uczący się stara się zrozumieć „jak to możliwe", korzystając świadomie czy podświadomie w rozumowaniach z klasycznych założeń, z wyobrażenia o istnieniu i równomiernym upływie jakiegoś abstrakcyjnego, uniwersalnego, niezależnego od układu odniesienia, czasu. Tymczasem „czas" to nic innego jak wskazania dobrych zegarów i musimy o jego właściwościach wnioskować z doświadczeń, a nie z nieuzasadnionych przesądów.



Rys. 8.2. Płynący statek (RD) i brzeg z zaznaczonymi wybranymi punktami A, A', B, C. W chwili gdy rufa R mija punkt A na brzegu, pasażer zaczyna swą wędrówkę w kierunku dziobu statku

Kiedy pasażer mija linię mety sytuacja jest taka, jak na rysunku 8.3. Zegar B został ustawiony w tak dobranym położeniu, by w chwili gdy mija go rufa statku wskazywał czas t taki sam jak zegar w punkcie C, gdy mija go pasażer dobiegający właśnie do mety. Nie chcemy się wypowiadać, czy zegar na rufie mijający właśnie zegar w B pokazuje też czas t, czy t', czy może jeszcze jakiś inny. Skąd bowiem mielibyśmy to wiedzieć? Nie możemy również z góry przesądzić, jaki jest związek czasu t z czasem t' zegara na dziobie wtedy, gdy dobiega doń pasażer.



Rys. 8.3. Gdy pasażer dociera do dziobu, zegar tam umieszczony wskazuje wartość t', a mijany właśnie zegar w punkcie C — czas t. Punkt B wybrany tak, by mijała go właśnie rufa statku, gdy zegar na nim wskazuje też t. Zegar na rufie mijający punkt B wskazuje czas, który oznaczymy literą t'_R. Najbardziej zaskakujące jest to, że o relacjach między wartościami t, t', i t'_R nie można z góry nic powiedzieć

Odległość BC można zmierzyć na lądzie. Nazwijmy ją długością ruchomego statku* względem brzegu i oznaczmy literą l. Teraz możemy już wyrazić szukaną prędkość v poprzez wprowadzone wielkości.

Rufa statku minęła punkt A, gdy zegar w A pokazywał zero, a ta sama rufa minęła punkt B w chwili, gdy zegar w B pokazywał czas t.

---

* Uogólniając to określenie powiemy, że długością ruchomego pręta w układzie U nazywamy odległość między dwoma nieruchomymi punktami w tym układzie, mijanymi równocześnie (w sensie równoczesności w układzie U) przez początek i koniec pręta.

Zatem prędkością V statku względem brzegu jest stosunek

$$\frac{AB}{t} = V, \quad \text{czyli} \quad AB = Vt. \tag{8.9}$$

Z rysunku odczytujemy, że

$$AC = AB + BC = Vt + l. \tag{8.10}$$

Prędkością pasażera względem brzegu nazwiemy iloraz drogi AC i czasu t. Zatem

$$v = \frac{AC}{t} = \frac{Vt+l}{t} = V + \frac{l}{t}. \tag{8.11}$$

Mamy również

$$v' = \frac{l'}{t'}. \tag{8.12}$$

Czy z dwóch powyższych równań można wyznaczyć v w zależności od V i v'? Nie można, gdyż mamy za dużo niewiadomych: v, l, t, l', t', a tylko dwa równania (8.11) i (8.12).

Jak to się dzieje, że w pierwszej klasie nie mieliśmy z tym kłopotu? Założyliśmy tam, bez chwili zastanowienia, że $l = l'$ oraz $t = t'$. Gdyby tak było, to $\frac{l}{t} = \frac{l'}{t'} = v'$ i byłoby prawdą, że $v = V + v'$. Jednak nie ma żadnych logicznych powodów, by sądzić, że $l' = l$, a $t' = t$. Wszak operacje pomiaru l i l', a również t i t' zostały określone niezależnie od siebie w konsekwentny sposób. Na pytanie, jakie są związki między tymi wielkościami, może odpowiedzieć albo bezpośrednie doświadczenie, albo rozumowanie oparte na dodatkowych założeniach uzasadnionych innymi doświadczeniami.

8.4. Transformacja Lorentza

Metę można na statku wybrać gdziekolwiek. Oznaczmy jej współrzędną względem punktu startu, traktowanego jako początek układu współrzędnych związanego ze statkiem, literą x'. Czas przybycia pasażera oznaczymy literą t'. Zatem x' i t' — to współrzędne czasoprzestrzenne zdarzenia polegającego na przybyciu pasażera do mety, wyznaczone względem statku, który jest pewnym inercjalnym układem odniesienia.

Wskazanie zegara na lądzie, który mija pasażer właśnie wtedy, gdy dociera do swojej mety, wynosi t i jest współrzędną czasową naszego zdarzenia w układzie związanym z lądem, zaś odległość tego zegara od zegara A mierzona na brzegu to współrzędna x tego zdarzenia w układzie lądu. Oczywiście $x' = l'$, zaś $x = AC = Vt + l$.

Gdybyśmy założyli, zgodnie z fizyką klasyczną, że $l = l'$, zaś $t = t'$, to moglibyśmy napisać

$$\begin{aligned} x &= Vt' + x', \\ t &= t'. \end{aligned} \tag{8.13}$$

Wzory te, wyznaczające związek współrzędnych czasoprzestrzennych pewnego zdarzenia w dwóch różnych układach odniesienia, nazywają się **transformacją Galileusza.** Stanowią one podstawę klasycznej, przedeinsteinowskiej fizyki. Zauważmy, że dzięki liniowości transformacji Galileusza wzory na odstępy przestrzenne i czasowe między dwoma zdarzeniami mają taką samą postać, jak powyższe wzory dla x i t. Rozważmy dwa zdarzenia, dla których:

$$\begin{aligned} x_1 &= Vt_1' + x_1'; \quad & x_2 &= Vt_2' + x_2', \\ t_1 &= t_1'; & t_2 &= t_2', \end{aligned} \tag{8.14}$$

co po odjęciu stronami daje

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_2 - x_1 = V(t_2' - t_1') + x_2' - x_1' = V\Delta t' + \Delta x', \\ \Delta t &= t_2 - t_1 = t_2' - t_1' = \Delta t; \end{aligned} \tag{8.15}$$

Gdyby transformacja była nieliniowa, np. $t = \alpha t'^2$, gdzie α jest pewną stałą, to dla różnic mielibyśmy

$$\Delta t = \alpha t_2'^2 - \alpha t_1'^2 = \alpha(t_2' - t_1')(t_2' + t_1') = \alpha(t_2' + t_1')\Delta t' = 2\alpha t_{śr}' \Delta t'. \tag{8.16}$$

Odstęp czasu Δt w jednym układzie byłby nadal proporcjonalny do odstępu czasu mierzonego w innym układzie (dla małych Δt), ale współczynnik proporcjonalności zależałby od t. Wiemy jednak z doświadczenia, że prawa przyrody są niezmienne w czasie — to samo doświadczenie polegające w szczególności na porównaniu Δt z $\Delta t'$ dla jakiegoś procesu wykonane w identycznych warunkach za 10 lat powinno dać ten sam wynik co dzisiaj. Innymi słowy współczynnik proporcjonalności między Δt i $\Delta t'$ musi być stały. Podobny argument stosuje się do współrzędnych przestrzennych*.

Szukając uogólnienia wzorów (8.13), które usunęłoby sprzeczność między stałością c a klasycznym wzorem na dodawanie prędkości, założymy przeto liniowość tych związków, z jakimiś nieznanymi współczynnikami.

$$\begin{aligned} x &= Ax'+Bt', \\ t &= Cx'+Dt'. \end{aligned} \tag{8.17}$$

Przy takim założeniu związki między odstępami Δx, Δt oraz $\Delta x'$, $\Delta t'$ zależą od prędkości względnej układów, a nie od absolutnego miejsca w przestrzeni lub chwili, w której zachodzą zdarzenia. A, B, C i D są poszukiwanymi funkcjami prędkości względnej V. Dotychczasowa nasza dyskusja wskazuje, że przyjęcie wartości $A = 1 = D$, $B = V$, $C = 0$, tj. tak jak w transformacji Galileusza, nie jest niczym logicznie uzasadnione. Postarajmy się wyznaczyć teraz poprawne wartości tych współczynników.

Skorzystajmy z faktu, że układ U' porusza się względem układu U z prędkością V. Ze względu na równouprawnienie układów układ U porusza się względem U' z prędkością o tej samej wartości (znak jest oczywiście przeciwny).

Gdyby pasażer stał cały czas na rufie, to $x' = 0$, a czas t, w którym spojrzałby on na mijany na brzegu zegar, możemy wybrać dowolnie.

Transformacja (8.17) mówi nam, że zegar, który jest właśnie mijany przez pasażera stojącego na rufie, wskazuje czas

$$t = C\cdot 0+Dt' = Dt', \tag{8.18}$$

a jego odległość od początku układu wynosi

$$x = A\cdot 0+Bt' = Bt'. \tag{8.19}$$

Znaczy to, że prędkość spoczywającego na statku pasażera wynosi

$$\frac{x}{t} = \frac{Bt'}{Dt'} = \frac{B}{D}, \tag{8.20}$$

ale to jest właśnie prędkość statku V, zatem

$$\frac{B}{D} = V. \tag{8.21}$$

Podobnie, gdyby za rufą znajdował się (przyczepiony do jakiejś listwy) jeszcze jeden zegar o współrzędnej $x' < 0$, a obserwator na lądzie w punkcie $x = 0$ obserwowałby jego wskazania równe t', to mielibyśmy

$$0 = Ax'+Bt'. \tag{8.22}$$

* Równouprawnienie różnych chwil czasu i różnych punktów w przestrzeni nazywa się też jednorodnością czasu i przestrzeni.

Ktoś na statku nieruchomy względem tego zegara powiedziałby, że to obserwator na brzegu przesuwa się względem statku i przebywa odległość $|x'| = -x'$ w czasie t'. Wartość bezwzględna prędkości $\frac{|x'|}{t'} = -\frac{x'}{t'}$ musi być ze względu na równouprawnienie obu układów też równa V.

Z równania (8.22) mamy

$$-\frac{x'}{t'} = \frac{B}{A}, \quad \text{czyli} \quad \frac{B}{A} = V. \tag{8.23}$$

Znaleźliśmy już dwa warunki na A, B, C i D. Są to

$$\frac{B}{A} = V = \frac{B}{D}\,^{*}. \tag{8.24}$$

Trzeci warunek, jaki założymy — to stałość prędkości światła. Innymi słowy, gdyby zamiast pasażera wysłać z rufy sygnał światła, to dotrze on do mety odległej o x' w chwili $t' = \frac{x'}{c}$ (c — stała prędkość światła). Współrzędne tego zdarzenia mierzone względem lądu wynoszą

$$\begin{aligned} x &= Ax'+B\frac{x'}{c}, \\ t &= Cx'+D\frac{x'}{c}. \end{aligned} \tag{8.25}$$

Stosunek $\frac{x}{t}$ — to prędkość sygnału światła w układzie U, a więc znów c

$$c = \frac{x}{t} = \frac{Ax'+B\frac{x'}{c}}{Cx'+D\frac{x'}{c}}, \tag{8.26}$$

czyli

$$c = \frac{A+\frac{B}{c}}{C+\frac{D}{c}}. \tag{8.27}$$

Z równań (8.24) i (8.27) możemy wyrazić trzy spośród współczynników A, B, C, D przez jeden z nich, np. A. Po prostych obliczeniach dostajemy

$$D = A, \tag{8.28}$$

$$B = AV, \tag{8.29}$$

$$C = A\frac{V}{c^2}. \tag{8.30}$$

* Patrząc na transformację Galileusza odczytujemy, że w tym wypadku $A = 1$, $B = V$, $C = 0$, $D = 1$. Powyższe dwa wzory są więc spełnione i dla transformacji Galileusza. Znaczy to, że jak dotąd nie założyliśmy jeszcze nic nowego w porównaniu z fizyką klasyczną. Nowe żądanie sformułujemy dopiero za chwilę.

Ciągle nie znamy A. Zapiszmy jednak poszukiwaną transformację z tą jedną nieznaną stałą

$$x = A(x' + Vt'), \qquad t = A\left(t' + \frac{V}{c^2}x'\right). \tag{8.31}$$

Rozwiążmy to równanie względem x' i t'. Po prostych obliczeniach dostajemy

$$x' = \frac{1}{A\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)}(x - Vt), \tag{8.32}$$

$$t' = \frac{1}{A\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)}\left(t - \frac{V}{c^2}x\right).$$

Transformacja ta powinna różnić się od (8.31) jedynie znakiem prędkości — niczym więcej, gdyż obowiązuje całkowite równouprawnienie rozpatrywanych układów (zasada względności).

Współczynnik przed nawiasem w transformacji (8.31) powinien być zatem taki sam, jak w transformacji odwrotnej (8.32). Daje nam to ostatni warunek

$$A = \frac{1}{A\left(1-\frac{V^2}{c^2}\right)}, \tag{8.33}$$

z którego obliczamy

$$A = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \tag{8.34}$$

Poszukiwana transformacja przyjmie postać

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}},$$

$$t = \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}. \tag{8.35}$$

Powyższe wzory, opisujące poprawny związek między wynikami pomiarów czasu i współrzędnych przestrzennych w dwóch inercjalnych układach odniesienia, noszą nazwę **transformacji Lorentza** i odgrywają podstawową rolę przy wszystkich rozważaniach szczególnej teorii względności. Zdziwiony czytelnik zapewne zapyta, dlaczego te wzory nie nazywają się transformacją Einsteina. Otóż odkrył je wcześniej Lorentz (ten sam, którego imieniem jest nazwana siła działająca na cząstkę w polu magnetycznym), lecz jego wyprowadzenie i interpretacja tych wzorów była inna. Zauważył on, że jeśli w ruchomym układzie współrzędnych wprowadzimy x' i t' jako wielkości pomocnicze, to prawa Maxwella zapisane z ich pomocą będą miały tę samą postać co w układzie nieruchomym. Lorentz myślał jednak, że obok tych wielkości pomocniczych istnieje „prawdziwy czas" i „prawdziwa współrzędna" dane wzorami Galileusza. Rewolucyjność idei Einsteina polegała na tym, że uznał on właśnie x' i t' dane transformacją Lorentza za jedyny sensowny **prawdziwy czas** i **prawdziwą współrzędną** w danym układzie. Prawdziwy, to znaczy realnie mierzony przez odpowiednie zegary i pręty w tym układzie.

Zauważmy przede wszystkim, że spełniony jest podstawowy warunek, który sobie narzuciliśmy. Mianowicie dla ruchów z prędkościami dużo mniejszymi od c, kiedy iloraz $\frac{V}{c}$ jest dużo mniejszy od jedności, możemy pominąć we wzorach transformacji Lorentza wszystkie wyrazy zawierające c w mianowniku otrzymując

$$x = x' + Vt, \qquad t = t', \tag{8.36}$$

a więc **transformację Galileusza**.

8.5. Wnioski wynikające z transformacji Lorentza

Wzory Lorentza pozwalają rozstrzygnąć wszystkie wątpliwości, jakie nurtowały nas przy analizie ruchu pasażera na statku. Kwestionowaliśmy tam logiczną zasadność założenia, że $l = l'$, $t = t'$. Zbadajmy teraz, jaki jest związek między tymi wielkościami. Zacznijmy od długości. Przypomnijmy pewne związki, które otrzymaliśmy. Dotarcie pasażera do mety jest scharakteryzowane współrzędną $x' = l'$ i czasem $t' = \frac{l'}{v'}$. W układzie związanym z lądem to samo zjawisko scharakteryzowane jest czasem t i współrzędną x_c, które obliczymy z transformacji Lorentza