

# Symulacje relatywistycznych zderzeń jąder atomowych

Iwona Piętka, Aneta Djakonow, Piotr Woźnica

opiekun: dr hab. Krzysztof Piasecki

Wrzesień 2021

## Streszczenie

W niniejszej pracy w modelach transportu: SMASH, PHSD, JAM/RQMD.RMF przeprowadzono symulacje zderzeń jądrowych o energii wiązki rzędu kilku GeV na nukleon. Wykonano następujące analizy zderzeń jądrowych: sprawdzono zasadę zachowania pędu i energii, rozkład energetyczny cząstek, spójność jądra atomowego, skład źródeł produkcji mezonów  $\pi$ , zrekonstruowano kąt  $\varphi_r$  płaszczyzny reakcji i zbadano wpływ protonów. Część analiz przeprowadzono w kilku modelach transportu i porównano uzyskane wyniki.

## Spis treści

<b>1</b>	<b>Wstęp</b>	<b>3</b>
1.1	Cel projektu . . . . .	3
1.2	Relatywistyczne zderzenia jąder atomowych . . . . .	3
1.3	Modele transportu . . . . .	3
1.3.1	SMASH . . . . .	4
1.3.2	PHSD . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Sprawdzenie zasad zachowania</b>	<b>7</b>
2.1	Zasada zachowania pędu . . . . .	7
2.1.1	SMASH . . . . .	7
2.1.2	PHSD . . . . .	9
2.2	Zasada zachowania energii . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Skład źródeł produkcji mezonów <math>\pi</math></b>	<b>13</b>
3.0.1	Wprowadzenie techniczne . . . . .	13
3.1	Piony powstałe w wyniku rozpadu . . . . .	13
3.2	Ewolucja czasowa produkcji mezonów $\pi$ oraz ich powstawanie w zderzeniach . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Rozkłady energetyczne cząstek</b>	<b>17</b>
4.1	PHSD . . . . .	17
4.2	SMASH . . . . .	19

<b>5</b>	<b>Sprawdzanie spójności jądra atomowego</b>	<b>23</b>
5.1	SMASH . . . . .	23
5.2	PHSD . . . . .	29
5.3	JAM/RQMD.RMF . . . . .	34
5.4	Podsumowanie . . . . .	34
<b>6</b>	<b>Rekonstrukcja kąta <math>\varphi_r</math> płaszczyzny reakcji i pływ protonów</b>	<b>35</b>
6.1	Model geometryczny „participants-spectators” . . . . .	35
6.2	Kąt $\varphi_r$ płaszczyzny reakcji . . . . .	38
6.3	Pływ protonów . . . . .	40
<b>7</b>	<b>Podsumowanie</b>	<b>44</b>

# 1 Wstęp

## 1.1 Cel projektu

Celem projektu było zapoznanie się z kilkoma modelami transportu, które symulują zderzenia jądrowe na podstawie powstałej teorii i danych eksperymentalnych. Poprzez przeprowadzenie symulacji zderzeń zapoznano się z ich charakterystyką i dokonano kilku analiz.

## 1.2 Relatywistyczne zderzenia jąder atomowych

Aby przekonać się, że kinematyka relatywistyczna jest niezbędna do właściwego opisu analizowanych zderzeń jąder atomowych przy energii wiązki wyższej niż 1 GeV, rozważmy proces zderzenia dwóch identycznych jąder atomowych. Wówczas w układzie laboratoryjnym (LAB) jest jedno jądro spoczywające, zwane jądrem tarczy, oraz drugie, poruszające się w kierunku pierwszego, zwane jądrem wiązki. W opisywanych poniżej symulacjach energia kinetyczna wiązki w przeliczeniu na 1 nukleon we wskazanym układzie LAB była nie mniejsza od  $E_{kin} = 1$  GeV. Pozwala to oszacować współczynnik  $\beta := \frac{v_N}{c}$ , gdzie  $v_N$  - prędkość pojedynczego nukleonu wiązki w układzie LAB, a  $c$  - prędkość światła. Skoro

$$E_{kin} = E - m_N c^2 \quad \wedge \quad E = \gamma m_N c^2 \quad \wedge \quad \gamma := \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

dla  $E$  - energii całkowitej pojedynczego nukleonu oraz  $m_N = 0,938$  GeV/ $c^2$  - jego masy, to

$$\beta = 0,86.$$

Należy zauważyć, że w powyższych obliczeniach przyjęto, że nukleony w jądrze atomowym spoczywały w układzie środka masy tegoż jądra i w trakcie ruchu jądra miały wszystkie jednakowy wektor pędu. Jest to uproszczenie, gdyż jednym z modeli opisujących jądro atomowe (z którego korzystają także używane w trakcie realizacji projektu programy) jest tzw. model gazu Fermiego. W modelu tym nukleony składające się na jądro znajdują się w studni potencjału, zatem nie spoczywają, a znajdują się w stanach związanych energii. Z energią tą związany ruch nukleonów, który nazywany jest ruchem Fermiego.

Niemniej pęd związany z ruchem Fermiego nie jest duży w porównaniu do pędu cząstki, więc nie zaburza istotnie współczynnika  $\beta$ . Oznacza to, że otrzymana wartość tego współczynnika (odpowiadająca energii niższej, niż w symulacjach wykonanych na potrzeby projektu) przesądza o bezwzględnie relatywistycznym charakterze analizowanych zderzeń jądrowych.

W zderzeniach o tak wysokiej energii wiązki spodziewać się można licznej produkcji m.in. baryonów  $\Delta$ , czy mezonów  $\pi$  i  $K$ , które niosą ze sobą istotne informacje na temat charakteru zachodzących podczas zderzenia reakcji.

Dobrze jest jeszcze zaznaczyć, że ruch jądra wiązki odbywa się umownie wzdłuż osi  $OZ$ . W tej sytuacji składowe  $x$ -owe i  $y$ -owe wszystkich rozpatrywanych wielkości wektorowych nie podlegają transformacji Lorentza przy przechodzeniu między układem LAB i układem środka masy - są to tzw. składowe poprzeczne, które mają tę samą wartość w każdym z tych układów odniesienia.

## 1.3 Modele transportu

W projekcie przeprowadzono symulacje zderzeń w modelach transportu: SMASH, PHSD, JAM/RQMD.RMF. Analizę danych wykonano w środowisku ROOT [1].

### 1.3.1 SMASH

SMASH (Simulating Many Accelerated Strongly-interacting Hadrons) jest relatywistycznym modelem transportu hadronów o masie do około  $2 \text{ GeV}/c^2$ . Zasada jego działania opiera się na rozwiązaniu równania BUU (Bolzmann–Ühlinga–Uhlenbecka), który opisuje cząstki w polu średnim. Jednak w rzeczywistości śledzony jest tor centroidów cząstek, które ulegają ugięciu pod wpływem potencjału średniego pola oraz mogą się zderzać zgodnie z zapisanymi przekrojami czynnymi. Przy energiach wiązki wyższych od kilku GeV na nukleon w modelu włączany jest opis kwarkowo-gluonowy [2],[8].

W celu uruchomienia programu SMASH należy wpisać następującą komendę w terminalu:  
`nohup nice ./smash -i config.yaml -o output/ 1>myrun.log 2>&1 &`  
gdzie `config.yaml` jest plikiem wejściowym, a plik wyjściowy `particle_list.oscar` jest tworzony w katalogu `output/`.

Plik `particle_list.oscar` jest zbudowany z nagłówka, a następnie wypisywane są cząstki wraz z ich charakterystyką w kolejnych eventach.

Napisano program `czytacz_smash.C`, który z pliku wyjściowego omijał nagłówki i pobierał informację o cząstkach. Następnie za pomocą programu `tree_tworzenie_smash.C` utworzono drzewo ROOT zawierające dane o cząstkach z pliku wyjściowego `particle_list.oscar`.

### 1.3.2 PHSD

Model PHSD (Parton-Hadron-String Dynamics) jest mikroskopowym opisem transportu silnie oddziałującej materii hadronowej i partonowej. Model ten rozpatruje przejście z fazy hadronowej do fazy partonowej oraz fazę QGP (Quark-Gluon Plasma) w warunkach silnie oddziałujących kwazicząstek. Opis dynamiki silnie oddziałującego systemu jest realizowany przez rozwiązanie generalnego poza powłokowego (off-shell) równania transportu Cassinga, które otrzymano z równania Kadanoffa-Bayma w pierwszym rzędzie rozwoju gradientu (in first-order gradient expansion).

Opis teoretyczny partonowych stopni swobody jest realizowany przez Dynamical-Quasi-Particle Model (DQPM) i opisuje własności chromodynamiki kwantowej (QCD) w warunkach zsumowanej funkcji Greena dla pojedynczych cząstek. Model DQPM dostarcza informacji o własnościach partonów, tj. masy, szerokości widm, średnich pól dla gluonów/kwarków i ich efektywnych dwuczłonowych interakcji.

Podejście modelu PHSD realizuje całkowitą ewolucję relatywistycznego zderzenia ciężkich jonów, od początkowego twardego zderzenia NN bez równowagi (out-of equilibrium) do hadronizacji i finalnych interakcji między wynikowymi hadronami. PHSD z powodzeniem może być stosowany dla zderzeń p+p, p+A, A+A, w zakresie energii od SIS18 do LHC [10].

Aby uruchomić symulację w modelu PHSD należy użyć komendy:

```
$ nohup nice ./run_phsd.sh 1>mysim.log 2>&1
```

Po zakończonej symulacji tworzy się plik **phsd.dat** o powtarzalnej strukturze opisanej w tabeli 1. Fragment pliku phsd.dat przedstawiono na rysunku 1.

```
122      1      1 0.64279118E+01      1
46 -0.46029702E+00 0.41989326E+00 0.80899584E+00 0.21844056E+00 -0.36180148E+00 0.29335773E+00 0.21483141E+00 0.28667802E+00
2212      1 -0.21504433E+00 -0.27143973E+00 -0.12866310E+01 0.16294745E+01      1      82
2112      0 -0.39001849E-01 0.12542069E+00 -0.26114666E+00 0.98249334E+00      98      0
```

Rysunek 1: Fragment pliku phsd.dat

Do analizy danych otrzymanych w wyniku symulacji stworzono program w języku C++ do odczytywania struktury danych z pliku phsd.dat, który w późniejszy krokach modyfikowano do dalszej analizy. Pierwotny program znajduje się na dysku pod linkiem: [ZPS-Dysk Google](#)

numeracja wierszy	zawartość wierszy								
1	liczba cząstek w evencie = $n_1$	nr runu	nr eventu	parametr zderzenia	waga parametru zderzenia				
2	liczba uczestników	f2	e2	f3	e3	f4	e4	f5	e5
3	PDG	ładunek	px	py	pz	energia	IDI	IPI	
·									
·									
$n_1 + 2$	PDG	ładunek	px	py	pz	energia	IDI	IPI	
$n_1 + 3$	liczba cząstek w evencie = $n_2$	nr runu	nr eventu	parametr zderzenia	waga parametru zderzenia				
$n_1 + 4$	liczba uczestników	f2	e2	f3	e3	f4	e4	f5	e5
$n_1 + 5$	PDG	ładunek	px	py	pz	energia	IDI	IPI	
·									
·									
$n_1 + n_2 + 4$	PDG	ładunek	px	py	pz	energia	IDI	IPI	

Tabela 1: Struktura pliku phsd.dat

## 2 Sprawdzenie zasad zachowania

Zanim przeprowadzone zostały analizy fizyczne, sprawdzono w pierwszej kolejności konsystencję modeli poprzez śledzenie kilku zasad zachowania. Dla modeli SMASH i PHSD rozważono zasadę zachowania pędu oraz dodatkowo dla modelu SMASH sprawdzono zasadę zachowania energii.

### 2.1 Zasada zachowania pędu

Pęd  $\mathbf{p}$  jest jedną z wielkości fizycznych, która podlega zasadzie zachowania. Jest definiowana następująco:  $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$ , gdzie  $m$  jest masą ciała fizycznego,  $\mathbf{v}$  – prędkością tego ciała.

#### 2.1.1 SMASH

W modelu SMASH do przedstawienia danych wybrano układ CM. Zatem, aby była spełniona zasada zachowania pędu, powinna być spełniona równość  $\sum_i p_{x_i} = 0$ . W celu uniknięcia zjawisk relatywistycznych w analizie wzięto pod uwagę jedną ze składowych poprzecznych  $p_x$ , ponieważ wzdłuż osi  $z$  biegnie oś wiązki i pęd  $p_z$  podlega transformacji Lorentza.

Zasada zachowania pędu została sprawdzona dla symulacji zderzeń  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  przy energii wiązki 1,2A GeV. Program SMASH umożliwia wykonanie obliczeń dla opcji ustalanych w pliku wejściowym `config.yaml`. Opcje te umożliwiają włączenie/wyłączenie zderzeń nukleonów w jądrze (`Collisions_Within_Nucleus`), a także włączenie/wyłączenie ruchów Fermiego (`Fermi_Motion`). Skorzystano z tych opcji, rozważono 3 warianty warunków:

- (I) `Fermi_Motion: "on"`  
`Collisions_Within_Nucleus: True`
- (II) `Fermi_Motion: "on"`  
`Collisions_Within_Nucleus: False`
- (III) `Fermi_Motion: "off"`  
`Collisions_Within_Nucleus: False`

Warunki w wariantach (I) najbardziej odpowiadają rzeczywistym zderzeniom jąder, gdyż umożliwiają ruch Fermiego oraz zderzenia nukleonów w jądrze. Warianty (II) i (III) narzucają warunki, które blokują pewne oddziaływania nukleonów, powodując, że obliczenia odchodzą od rzeczywistych sytuacji.

Wyłączenie ruchów Fermiego jest możliwe tylko wtedy, gdy zostaną również zabronione zderzenia nukleonów w jądrze, co obrazuje wariant (III).

Obliczenia przeprowadzono dla 1000 zderzeń dla 4 chwil czasu  $t = \{-3, 2; 0; 20; 40\}$  fm/c, gdzie  $t = 0$  fm/c jest chwilą zetknięcia się brzegów zbliżających się do siebie jąder atomowych. W celu analizy zasady zachowania pędu  $\mathbf{p}_x$  obliczono sumę pędu  $\mathbf{Sp}_x$  wszystkich cząstek w jednym zderzeniu dla danej chwili czasu:

$$\mathbf{Sp}_x = \sum_i p_{x_i} . \quad (1)$$

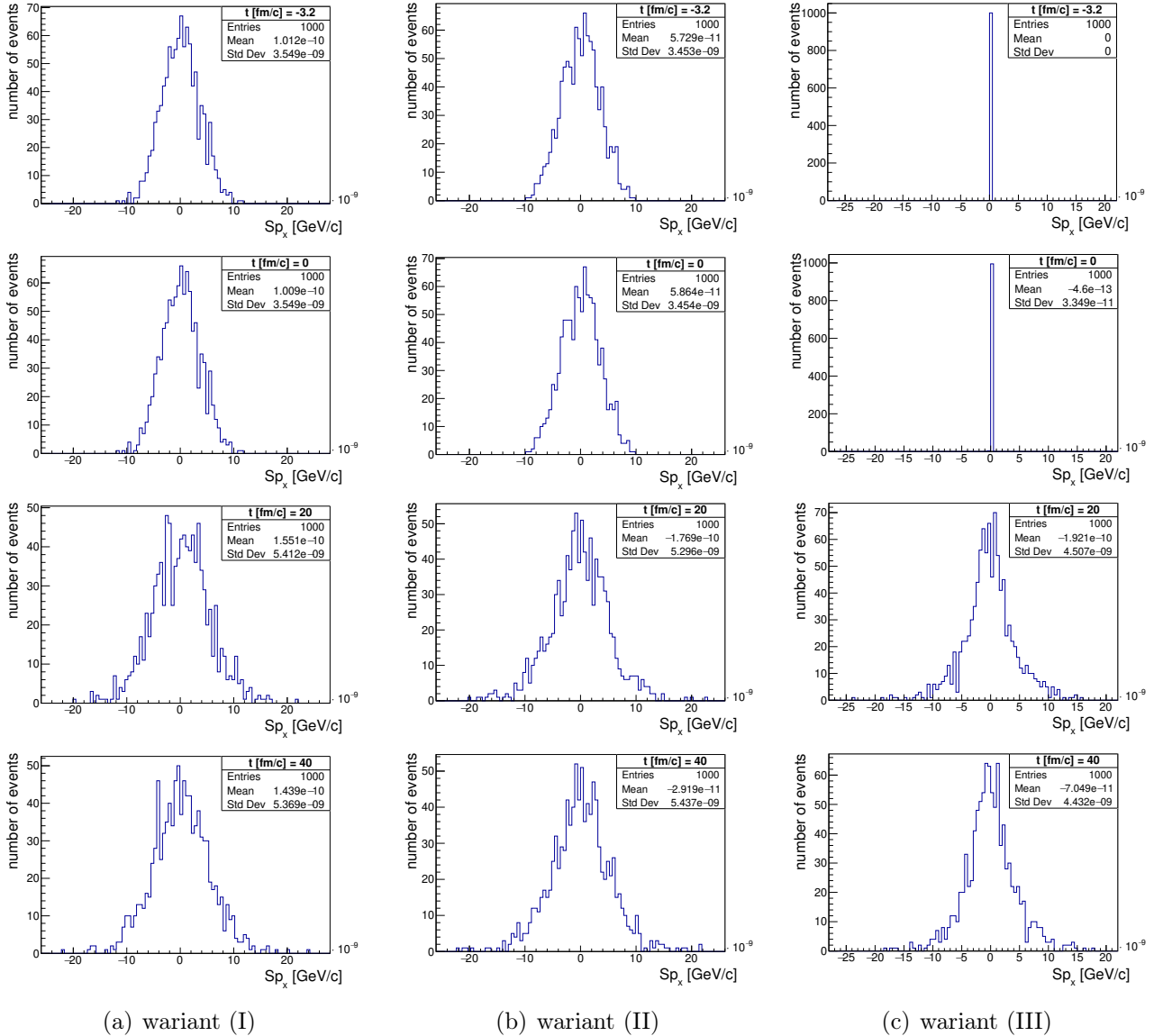
W tym celu napisano program `TTree_px.C`, który w oparciu o dane z drzewa ROOT, uzyskiwanego bezpośrednio po otrzymaniu pliku wyjściowego `particle_lists.oscar`, tworzy drzewo ROOT o gałęziach `event`, `time`, `Spx`. Następnie za pomocą programu `cSpx.C` uzyskano histogramy przedstawiające rozkład sumy pędu  $\mathbf{Sp}_x$  dla każdego wariantu, dla każdej z rozważanych

chwili czasu. Histogramy przedstawiono na Rysunku 2, odpowiednio dla wariantów (I), (II), (III).

Uzyskano rozkłady o środkach rzędu  $[10^{-4}; 10^{-2}]$  eV/c. Im późniejsza chwila czasu tym otrzymano rozkład o większym odchyleniu standardowym. Przy wyłączeniu ruchów Fermiego i wyłączeniu zderzeń nukleonów w jądrze [wariant (III)] dla chwili czasu  $t = -3,2$  fm/c otrzymano  $\mathbf{Sp}_x = \sum_i p_{x_i} = 0$ .

Na podstawie wariantu (II), czyli przy wyłączeniu zderzeń nukleonów w jądrze i włączeniu ruchów Fermiego, pokazano, że algorytmy w programie SMASH, który losuje pędy Fermiego do około 270 MeV/c, utrzymuje wiąz polegający na zasadzie zachowania pędu.

Wprowadzanie kolejnych ruchów cząstek w symulacji modelu SMASH, powoduje zaburzenia, które są jednak minimalne, zatem model SMASH spełnia zasadę zachowania pędu  $\mathbf{p}_x$ .

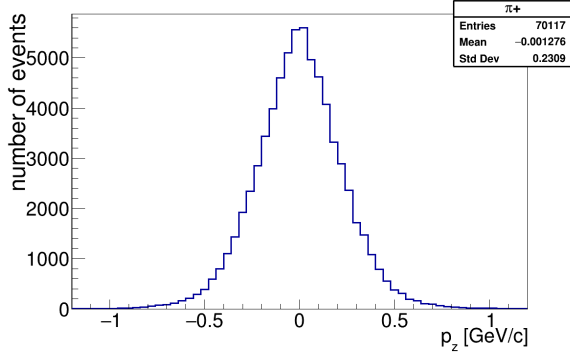


Rysunek 2: Histogramy rozkładu sumy pędu  $\mathbf{Sp}_x$

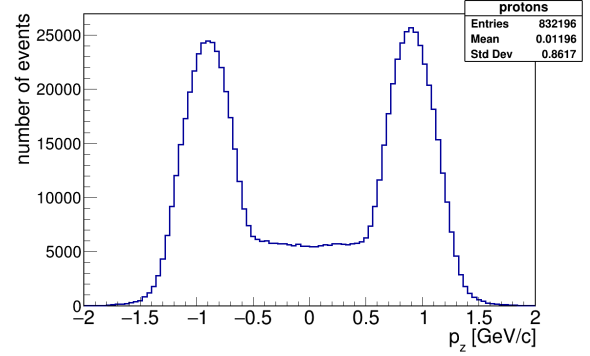


## 2.1.2 PHSD

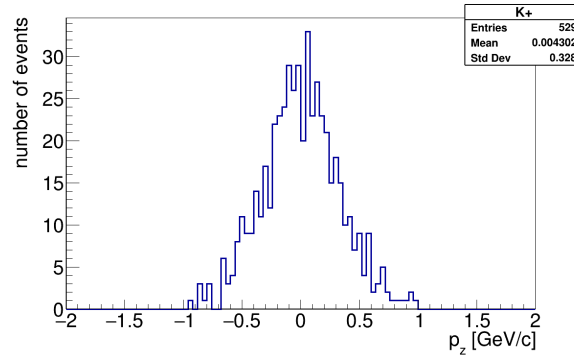
W modelu PHSD w pliku startującym symulację, nie ma polecenia odpowiadającego za układ odniesienia, w którym przeprowadzana jest symulacja (CM lub LAB). Należało więc sprawdzić, w jakim układzie model pracuje. Jeśli byłby to układ CM, wówczas powinna być spełniona równość  $\sum_i p_{z_i} = 0$ . Zasada zachowania pędu została sprawdzona dla symulacji zderzenia  $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$  przy energii wiązki 1,91 GeV/nukleon dla cząstek najczęściej występujących:  $\pi^+$  (rysunek 3), protonów (rysunek 4) oraz  $\text{K}^+$  (rysunek 5). Symulacja została zakończona na czasie 40 fm/c.



Rysunek 3: Składowa  $p_Z$  pędu cząstek  $\pi^+$



Rysunek 4: Składowa  $p_Z$  pędu protonów



Rysunek 5: Składowa  $p_Z$  pędu cząstek  $\text{K}^+$

Jak wynika z rysunków 3, 4, 5 model PHSD przeprowadza symulacje w układzie CM, gdyż w zaprezentowanych przypadkach średnia wartość  $p_Z$  wynosi 0 z dokładnością do niepewności pomiarowej i utrzymała się do czasu 40 fm/c, co potwierdza spełnienie zasady zachowania pędu.

## 2.2 Zasada zachowania energii

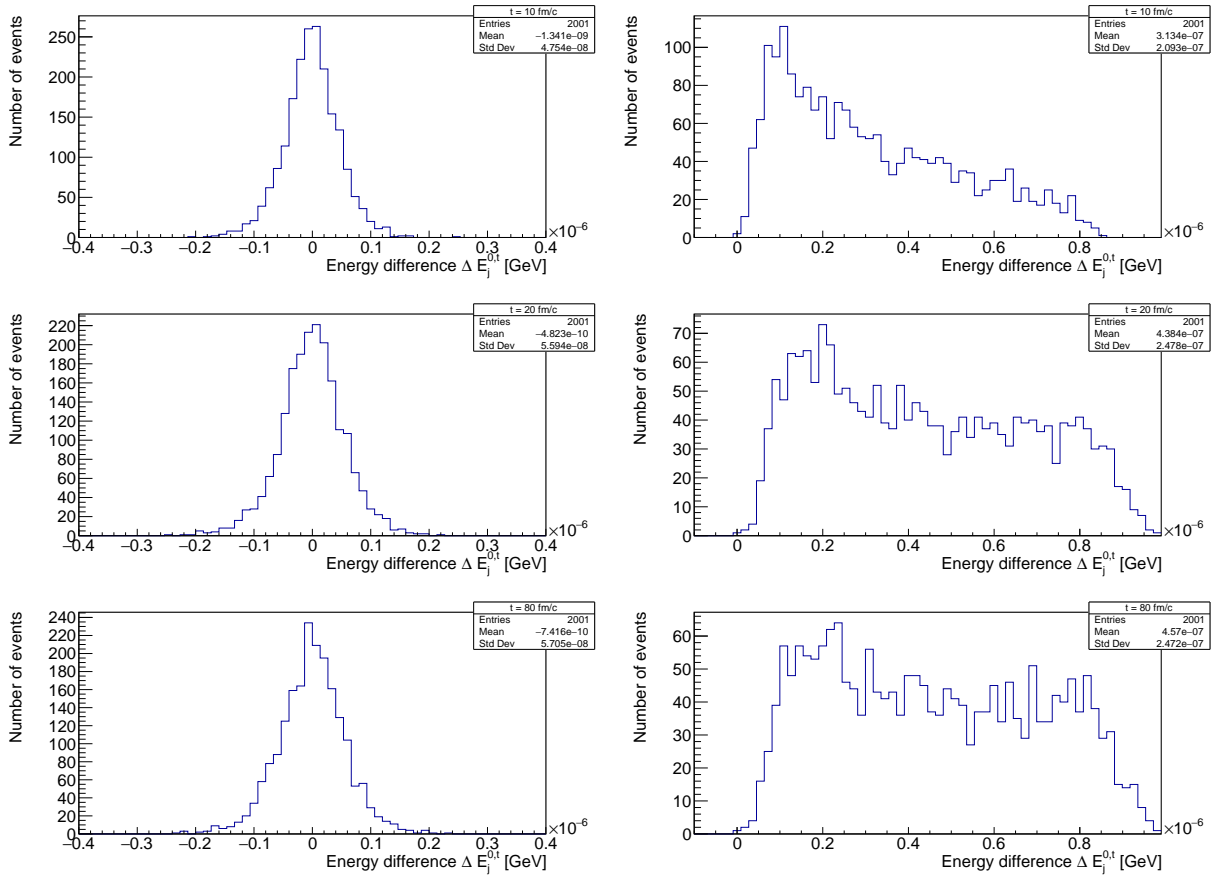
Kolejną całką ruchu sprawdzoną w programie SMASH była zasada zachowania energii. Zawierający symulację 1000 zderzeń  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  plik wyjściowy `particle_list.oscar` wygenerowano dla energii wiązki 1.5 GeV na nukleon ze stopklatkami co 10 fm/c do 80 fm/c, przy czym rozpatrzono dwa warianty konfiguracji pliku `config.yaml`, a mianowicie sprawdzono sytuację z włączonymi i wyłączonymi ruchami Fermiego pozostawiając opcję `Collisions_Within_Nucleus` wyłączoną.

Z tegoż pliku wyjściowego, przy użyciu programu `czytEner.cc`, sczytywano energie  $\varepsilon_{i,j}^t$   $i$ -tej

cząstki w  $j$ -tym zderzeniu po upływie czasie  $t$  od zetknięcia się jąder. Ten sam program ostatecznie zapisywał (z dokładnością do 15. cyfry znaczącej) do pliku tekstowego liczby  $\Delta E_j^{0,t}$  obliczane jako

$$\Delta E_j^{0,t} = E_j^0 - E_j^t \text{ dla } E_j^t = \sum_{i=1}^{394} \varepsilon_{j,i}^t.$$

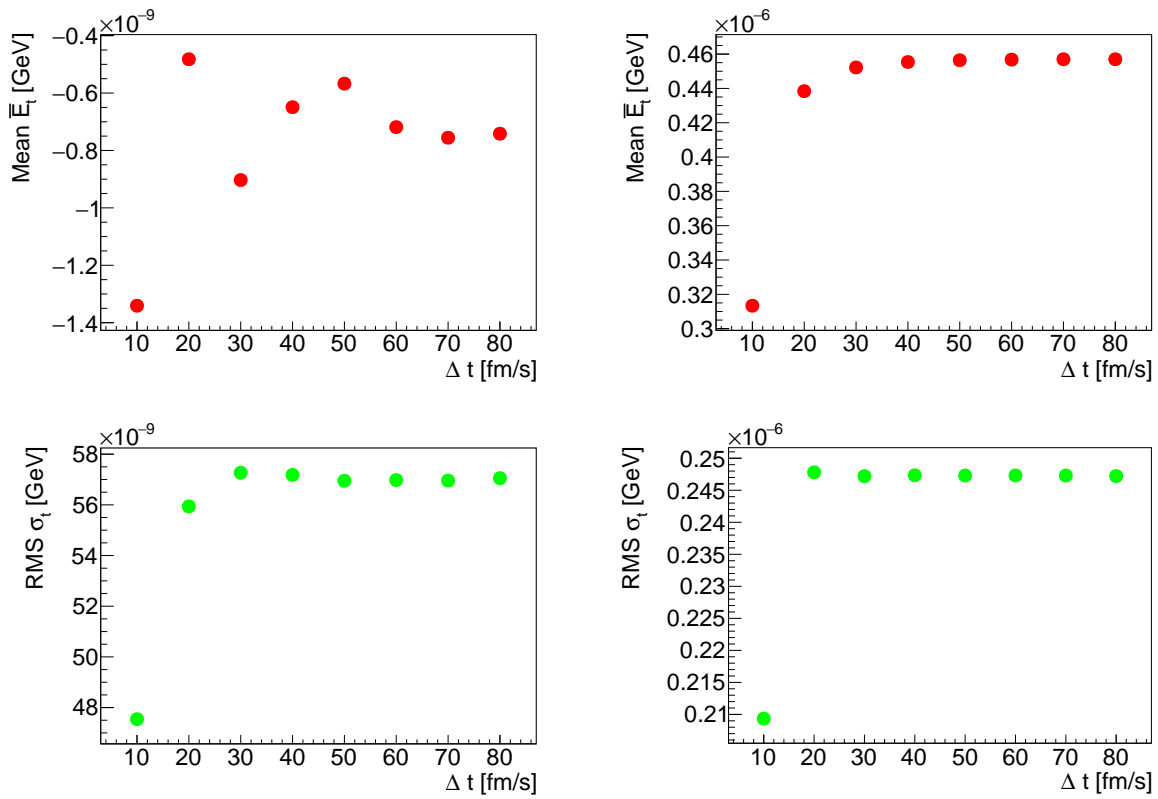
Zupełne spełnienie zasady zachowania energii jest w opisanych wyżej terminach równoważne zerowaniu (z dokładnością do 15. cyfry znaczącej) się liczb  $\Delta E_j^{0,t}$  w każdej chwili  $t$  oraz w każdym zderzeniu  $j$ . Celem sprawdzenia, jak blisko SMASH jest tej modelowej sytuacji, sporządzono histogramy dla wszystkich dostępnych wartości  $t$  i  $j$ , tj.  $\frac{t}{\text{fm}/c} \in \{10, 20, \dots, 80\}$  oraz  $j \in \{1, 2, \dots, 1000\}$  (histogramowano - rzecz jasna - po  $j$ ). Po trzy przykładowe histogramy dla każdej z rozważanych konfiguracji przedstawiono na Rysunku 6, a na Rysunku 7 - położenia średnich  $\bar{E}_t$  oraz wartości szerokości  $\sigma_t$  wszystkich uzyskanych histogramów w funkcji czasu. W



Rysunek 6: Różnica energii  $\Delta E_j^{0,t}$  między chwilą 0 zetknięcia się jąder, a chwilą  $t$  dla  $\frac{t}{\text{fm}/c} = 10, 20, 80$  oraz z ruchami Fermiego włączonymi (po lewej) i wyłączonymi (po prawej).

przypadku wyłączonych ruchów Fermiego zauważalne jest zmniejszanie się wartości całkowitej energii  $E_j^t$  średnio o około 450 eV od 30 fm/c po zderzeniu przy jej wartości rzędu 500 GeV, przy czym różnice te są rozrzucone niemalże równomiernie w przedziale od 0 do 1 keV. Jest to spowodowane najpewniej wykonywaniem obliczeń przez program SMASH w pierwszych 20 fm/c co zderzeniu, więc zauważalne rozmycie jest nie tyle niespełnieniem zasady zachowania energii, co miarą numerycznego „psucia” liczb.

Włączenie ruchów Fermiego - co jest poniekąd zaskakujące - skutkuje lepszym utrzymaniem stałej wartości energii w czasie. Środek rozkładu  $\Delta E_j^{0,t}$  umiejscowiony jest na lewo o około 0,8



Rysunek 7: Położenia średnich  $\bar{E}_t$  oraz wartości szerokości  $\sigma_t$  histogramów różnicy energii  $\Delta E_j^{0,t}$  między chwilą 0 zetknięcia się jąder, a chwilą  $t$  z ruchami Fermiego włączonymi (po lewej) i wyłączonymi (po prawej).

eV od zera, co można uznać za bardzo mały błąd numeryczny.

Różnicę między opisanymi wyżej sytuacjami można wyjaśnić tym, że w trakcie obliczeń wykonywanych w obecności ruchów Fermiego do głosu dochodzi nowy błąd numeryki, który niweluje się z tym wprowadzanych bez ich uwzględnienia. Tak czy owak, w gruncie rzeczy istotniejsze jest utrzymywanie stałej energii przy włączonych ruchach Fermiego, gdyż jest to sytuacja bliższa rzeczywistości, a i tak nawet błąd rzędu 1 keV nie powinien w żaden sposób wpływać na rezultaty uzyskiwane w trakcie konkretnych analiz energii w zderzeniach jąder atomowych. Ostatecznie zatem można stwierdzić, że model SMASH spełnia zasadę zachowania energii.

## 3 Skład źródeł produkcji mezonów $\pi$

### 3.0.1 Wprowadzenie techniczne

Analizę źródeł produkcji mezonów  $\pi$  przeprowadzono na podstawie danych uzyskanych w wyniku symulacji 5000 zderzeń  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  przy energii wiązki wynoszącej 1,5 GeV na nukleon oraz czasie końcowym 120 fm/c, przy czym obliczenia przeprowadzane były w układzie środka masy. Co więcej, do pliku z danymi wyjściowymi dodano komendę

```
Output :  
...  
Particles:  
...  
Extended: True
```

dzięki czemu uzyskano dostęp do informacji m.in. o tym, w jakiej chwili po zderzeniu powstała dana cząstka oraz jakie cząstki są jej „rodzicami”, czyli cząstkami biorącymi udział w reakcji w wyniku której powstała. Ta ostatnia informacja podawana była w dwu ostatnich kolumnach pliku `particle_lists.oscar` jak na poniższym schemacie

```
pdg_mother1 pdg_mother2  
pdg1      pdg2
```

przy czym *pdg1* i *pdg2* oznaczają kody pdg pierwszej i drugiej cząstki, z jakiej cząstka powstała. W szczególności kod 0 oznacza brak cząstki. Wynika z tego, że mogą zajść 3 warianty:

- $pdg1 = pdg2 = 0$  - cząstka nie powstała w wyniku żadnej reakcji, co znaczy tyle, że jest składnikiem jednego ze zderzanych jąder
- $pdg1 \neq pdg2 = 0$  - cząstka powstała w wyniku rozpadu cząstki o kodzie *pdg1*
- $pdg1 \neq 0$  i  $pdg2 \neq 0$  - cząstka powstała w wyniku zderzenia cząstek o kodach *pdg1* i *pdg2*.

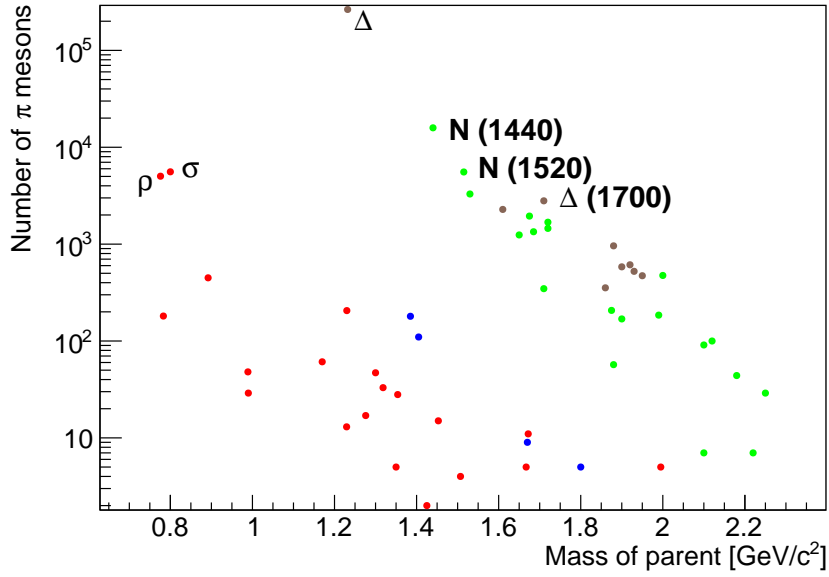
Program `CzytPi.cc`, korzystając z powyższego podziału oraz tabeli kodów pdg zawartych w pliku `pdgCodes.txt`, wygenerował 2 pliki, przy czym pierwszy z nich umożliwiał analizę źródeł powstawania mezonów  $\pi$  pochodzących z rozpadów. Drugi zaś - rozkład chwili czasu powstania nowych pionów oraz uwzględnia wytwarzanie tychże w wyniku innych reakcji, niż rozpad.

### 3.1 Piony powstałe w wyniku rozpadu

Aby odpowiedzieć na pytanie, w wyniku rozpadu jakich cząstek powstaje najwięcej pionów, sporządzono wykres zależności liczby powstałych w trakcie trwania symulacji pionów w funkcji masy cząstek - substratów. Wykres ten został zawarty na Rysunku 8. Na wykresie tym podpisano kilka typów cząstek, z których powstało najwięcej pionów oraz przy użyciu kolorów podzielono cząstki na 4 grupy: kolorem brązowym oznaczono rodzinę barionów  $\Delta$ , zielonym - nukleony i wzbudzenia typu  $N^*$ , zaś czerwonym i niebieskim odpowiednio pozostałe mezony i bariony. Widocznym jest, że głównym źródłem pionów w analizowanych zderzeniach jąder złota jest barion  $\Delta(1232)$ , stany wzbudzone nukleonów oraz mezony  $\rho$  i  $\sigma$ , przy czym warto zwrócić uwagę, że im większa masa cząstki, tym mniej pionów powstaje z jej rozpadów.

Warto zwrócić w tym miejscu uwagę pewien istotny szczegół. Otóż program SMASH z przyczyn technicznych nie obsługuje kanałów, w których w wyniku reakcji powstają 3 cząstki, czego konsekwencją w tym przypadku jest zamiana głównego kanału rozpadu mezonu  $\omega$

$$\omega \rightarrow \pi + \pi + \pi$$



Rysunek 8: Wykres zależności liczby pionów powstałych z rozpadu danej cząstki w funkcji masy ich „rodzica” dla zderzeń Au + Au przy energii 1,5 AGeV. Naniesione zostały nazwy kilku cząstek, z których powstało najwięcej pionów. Kolorem brązowym zaznaczono rodzinę barionów  $\Delta$ , zielonym - nukleony i wzbudzenia typu  $N^*$ , niebieskim pozostałe bariony, a czerwonym - mezony.

na kanał pośredni

$$\omega \rightarrow \rho + \pi,$$

a następnie niemal momentalny rozpad mezonu  $\rho$  na parę  $\pi + \pi$ . Skutkuje to sztucznym zwiększeniem krotności mezonów  $\rho$ , a zatem też powstałych z nich pionów.

W Tabeli 2 zawarto podstawowe informacje o cząstkach wytwarzających najwięcej pionów, najprawdopodobniejsze kanały rozpadu oraz proporcję  $P_i = \frac{N_i}{N}$ , gdzie  $N_i$  to liczba pionów wyprodukowanych z rozpadu  $i$ -tej cząstki, a  $N$  - liczba wszystkich wykrytych pionów.

Zważywszy na powyższe oraz fakt, że z rozpadów barionów  $\Delta$  oraz  $N^*$  powstaje 96,3% wszystkich pionów powstałych z rozpadu, można wnioskować, że to właśnie wspomniane cząstki są w analizowanym zagadnieniu powstawania pionów w rozpadach zdecydowanie głównym źródłem mezonów  $\pi$ , przy czym spośród nich najwięcej pionów powstaje w wyniku rozpadu barionu  $\Delta$ . Jednocześnie należy mieć świadomość, że w sytuacjach rzeczywistych oprócz rozpadów, ważnym źródłem mezonów  $\pi$  jest kanał  $N + N \rightarrow N + N + \pi$ , jak również fragmentacja struny  $N + N \rightarrow N + N + \pi + \dots + \pi$ . Niemniej, pierwszy z tych kanałów nie jest przez SMASH realizowany, a drugi występuje przy energiach wyższych, niż rozpatrywane tutaj 1,5 GeV na nukleon. Stąd też powstaje pytanie, jak wygląda produkcja pionów w zderzeniach w programie SMASH.

### 3.2 Ewolucja czasowa produkcji mezonów $\pi$ oraz ich powstawanie w zderzeniach

Bardziej szczegółowych informacji na temat powstawania pionów w analizowanym zderzeniu jąder złota dostarcza wygenerowana przez CzytPi.cc tabela informująca o tym, jak wiele pio-

Tabela 2: Cząstki z których powstało najwięcej pionów wraz z ich masą, najbardziej prawdopodobnymi kanałami rozpadu oraz z procentowym udziałem  $P_i$  pionów-produktów we wszystkich mezonach  $\pi$ . Znak zapytania w wierszu odpowiadającym mezonowi  $\sigma$  wynika z tego, że jego istnienie nie zostało jak dotąd wykazane eksperymentalnie.

Cząstka	Masa [GeV/c <sup>2</sup> ]	$P_i$	Najczęstsze kanały rozpadu na mezon $\pi$
$\Delta$	1,232	82,8%	$\Delta \rightarrow N + \pi$
$\Delta(1700)$	1,7	0,9%	$\Delta \rightarrow N + \pi$ $\Delta \rightarrow N + \pi + \pi$ $\Delta \rightarrow \Delta(1232) + \pi$
$N(1440)$	1,440	5,0%	$N \rightarrow N + \pi$ $N \rightarrow N + \pi + \pi$
$N(1520)$	1,520	1,7%	
$N(1535)$	1,535	1,0%	
$\rho$	0,776	1,6%	$\rho \rightarrow \pi + \pi$
$\sigma$	0,8	1,7%	?

nów powstało w przedziałach czasu  $(t_i, t_i + 4fm/c)$  dla  $\frac{t_i}{fm/c} \in \{0, 4, 8, \dots, 116\}$  oraz z jakich cząstek, z podziałem na te pochodzące z rozpadu oraz ze zderzeń. Fragment wspomnianej tabeli odpowiadającej rozpadom przedstawiono w Tabeli 3, przy czym zagęszczono w niej przedziały czasowe, tzn. każdemu przedziałowi  $(t_j, t_j + 16fm/c)$  w poniższej tabeli odpowiadają zsumowane 4 kolumny tabeli oryginalnie wygenerowanej (poza ostatnim przedziałem 112 - 120, który jest sumą przedziałów 112 - 116 i 116 - 120).

Tabela 3: Liczba pionów powstałych w przedziałach czasu  $\Delta t$  po zderzeniu z rozpadów cząstek wyszczególnionych w ostatniej kolumnie, przy czym w tabeli zawarto 4 najliczniejsze kanały.

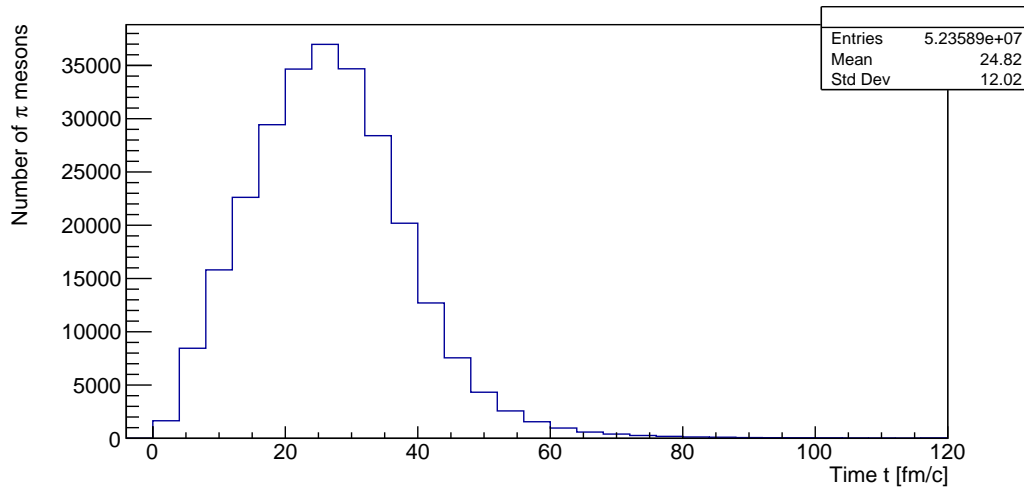
0 - 16	16 - 32	32 - 48	48 - 64	64 - 80	80 - 96	96 - 112	112 - 120	$\Delta t$ [fm/c]
48 533	135 790	68 860	9 420	1 432	357	152	54	$\Delta$
4 154	8 651	2679	258	90	23	11	7	$N(1440)$
953	3 088	1 315	176	30	4	11	2	$\sigma$
1 509	3 034	849	88	25	26	15	10	$N(1520)$

Wynika z niej, że produkcja mezonów  $\pi$  jest największa między 16 a 32 fm/c po zderzeniu niezależnie z rozpadu jakiej cząstki powstały.

Aby głębiej wejrzeć w czasowy rozkład powstawania pionów, sporządzono histogram ilustrujący liczbę pionów powstałą z rozpadu barionu  $\Delta$  w oryginalnych przedziałach czasowych co 4 fm/c. Zamieszczony został na Rys. 9. Wyciągnąć można z niego dwa istotne wnioski. Po pierwsze pozwala zawęzić przedział czasowy największej produkcji pionów, tzn. między 24 a 28 fm/c, a po drugie, że po czasie około 70 fm/c produkcja pionów niemal całkowicie ustaje.

Druga część wygenerowanej tabeli pozwala wnioskować na temat powstawania pionów w zderzeniach cząstek w kanałach bezpośrednich oraz ich typów. I tak, w wyniku rozpraszania elastycznego powstało 65 pionów, 10 z rozpraszania nieelastycznego w kanale  $2 \rightarrow$  oraz 468 jako rezultat różnych rodzajów wzbudzeń strunowych. Główne kanały takiej produkcji to zderzenia

$$N + \pi, \Delta + \pi \text{ oraz } \Delta + N.$$



Rysunek 9: Histogram chwili powstania tych mezonów  $\pi$ , które pochodzą z rozpadu  $\Delta(1232)$

Widać zatem, że według modelu SMASH, mimo niskiej energii, głównym kanałem bezpośredniej produkcji pionów w zderzeniach jest kanał kwarkowo-gluonowy. Kanał ten stanowi jednak minimalny wkład do całkowitej produkcji pionów, skoro ogólnie ze zderzeń powstało zaledwie 543 pionów, a w wyniku rozpadów - 319 338. Wynika z tego, że nieobsługiwanie przez SMASH kanałów  $2 \rightarrow 3$  powoduje niemal całkowity zanik produkcji pionów w zderzeniach cząstek, co można skutkować uzyskiwaniem niefizycznych wyników w przypadku wnioskowania na podstawie własności mezonów  $\pi$ .



## 4 Rozkłady energetyczne cząstek

Celem tej części badań było sprawdzenie rozkładów energetycznych kilku cząstek oraz sprawdzenie czy układ osiągnął równowagę termiczną. Można zbadać tę hipotezę sprawdzając m.in. czy rozkład pędów daje się opisać rozkładem Boltzmanna:

$$\frac{d^3 N}{dp^3} \sim e^{-\frac{E}{T}},$$

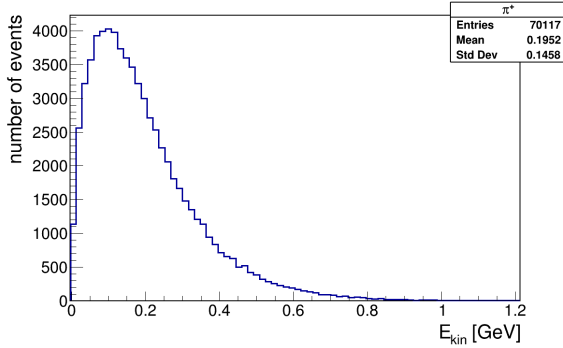
gdzie  $E = \sqrt{p^2 + m^2}$ . Rozkład ten można sprowadzić do rozkładu energii kinetycznej (przy założeniach, że układ jest w równowadze termicznej oraz jest izotropowy):

$$\frac{dN}{dE_{kin}} \sim pE \cdot e^{-\frac{E}{T}},$$

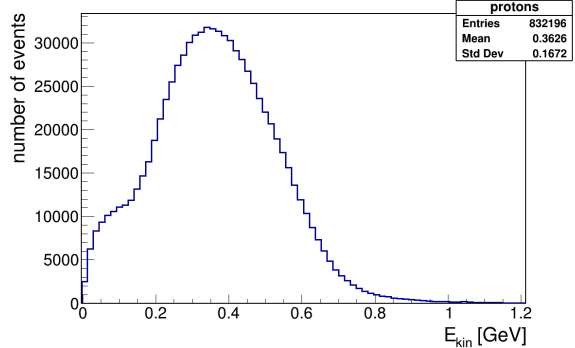
gdzie  $E_{kin} = E - m_0$ .

### 4.1 PHSD

W modelu PHSD najpierw sporządzono histogramy energii dla kilku typów cząstek, aby sprawdzić jak wygląda ich kształt. Do sporządzenia histogramu energii kinetycznej należy od energii cząstki odjąć wartość masy spoczynkowej, dla pionów jest to  $m_0 = 0,139$  GeV (rysunek 10), dla protonów  $m_0 = 0,938$  GeV (rysunek 11), dla kaonów  $m_0 = 0,494$  GeV (rysunek 12). Wartości mas znaleziono na stronie Particle Data Group [7].



Rysunek 10: Histogram  $E_{kin}$  cząstek  $\pi^+$



Rysunek 11: Histogram  $E_{kin}$  protonów

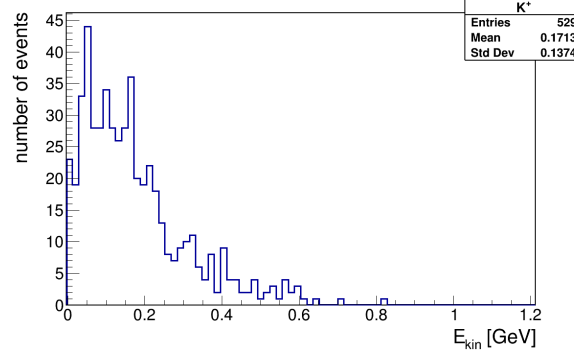
Aby sprawdzić dopasowanie rozkładu Boltzmanna, w pierwszym kroku należy upewnić się, że symulacja pracuje w układzie CM. Zostało to sprawdzone w rozdziale 2.1.2. Dopasowanie rozkładu Boltzmanna sprawdzano dla pionów dodatnich, gdyż są to hadrony, których w symulacji powstało najwięcej.

Pierwsza próba dopasowania rozkładu Boltzmanna przedstawiona jest na rysunku 13. Współczynnik normalizacji oraz temperatura uzyskana podczas fitowania (wartość  $\chi^2/ndf = 2,02$ ):

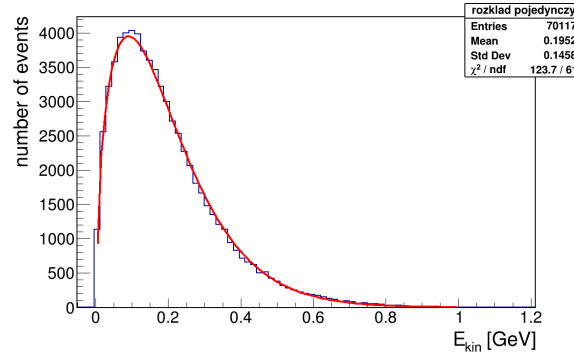
$$N = (1,24 \pm 0,01) \cdot 10^6$$

$$T = (88,9 \pm 0,2) \text{ MeV}$$

Jeśli przyjrzeć się bliżej rysunkowi 13, można zauważyć, że krzywa niedoszacowuje przy niższych energiach, ale przeszacowuje przy wyższych. W związku z tym w następnym kroku



Rysunek 12: Histogram energii kinetycznej cząstek  $K^+$



Rysunek 13: Dopasowanie pojedynczego rozkładu Boltzmanna do rozkładu energii kinetycznej cząstek  $\pi^+$  uzyskanego z symulacji w modelu PHSD dla zderzenia Ni+Ni

rozważano sumę dwóch rozkładów Boltzmanna, gdyż z analizy doświadczalnych rozkładów kinematycznych mezonów  $\pi$  wynika, że przy energii wiązki około 2 GeV/nukleon cząstki  $\pi$  pochodzą z dwóch głównych źródeł [3], [4]. Efekt dopasowania sumy dwóch funkcji Boltzmanna przedstawiono na rysunku 14.

Na rysunku 14 przedstawiono dopasowanie sumy dwóch rozkładów Boltzmanna o parametrach:

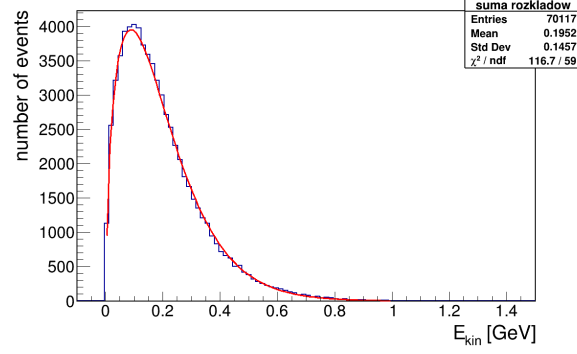
$$N_1 = (2,77 \pm 0,97) \cdot 10^5$$

$$T_1 = (65,00 \pm 1,64) \text{ MeV}$$

$$N_2 = (1,09 \pm 0,06) \cdot 10^6$$

$$T_2 = (90,55 \pm 0,65) \text{ MeV}$$

W przypadku hipotezy jednego źródła opisywanego pojedynczą funkcją Boltzmanna uzyskano  $\chi^2/ndf = 2,02$ , a w przypadku hipotezy dwóch źródeł opisywanych sumą dwóch funkcji Boltzmanna (rysunek 14) wartość  $\chi^2/ndf = 1,97$ . Widać, że nastąpiła minimalna poprawa. Pozwala to wyciągnąć wniosek, że w przypadku symulacji w modelu PHSD, nie udało się w pełni opisać rozkładu energetycznego cząstek  $\pi^+$  rozkładem Boltzmanna, czy sumą dwóch funkcji Boltzmanna.



Rysunek 14: Dopasowanie sumy dwóch rozkładów Boltzmanna do rozkładu energii kinetycznej cząstek  $\pi^+$  uzyskanego z symulacji w modelu PHSD dla zderzenia Ni+Ni

## 4.2 SMASH

Dane eksperymentalne wskazują, że mezony  $\pi$  przy energiach niższych niż około 2 GeV powstają głównie w procesach

$$B + B \rightarrow B + B + \pi \quad \text{i} \quad N + N \rightarrow N + B^* \rightarrow N + N + \pi,$$

gdzie  $B(B^*) \in \{\Delta, N(N^*)\}$ . Jak już zauważono w rozdziale 3, pierwszy z tych kanałów nie jest w SMASH-u realizowany, a drugi, czyli utworzenie i rozpad rezonansu jest traktowany przez SMASH jako  $B^* \rightarrow N + \pi$  i stanowi główne źródło produkcji pionów. Zasadnym zatem jest, by sprawdzić, jak taka nieściśłość w odniesienia do rzeczywistości wpływa na rozkład energii kinetycznej pionów występujących w symulacjach SMASH-a.

Podstawę do sprawdzenia, czy energia kinetyczna pionów podlega rozkładowi Boltzmanna stanowiła symulacja 20 000 zderzeń  $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$  o energii wiązki 1,5 GeV na nukleon w układzie laboratoryjnym, przy czym omawiane niżej rozkłady energii kinetycznej odpowiadają chwili 40 fm/c po zderzeniu.

Energie kinetyczne występujących w pliku `particle_lists.oscar` pionów otrzymano obliczając

$$E_{kin}^i = E^i - m_\pi,$$

gdzie  $E_i$  to całkowite energie pionów (w układzie środka masy), a  $m_\pi = 0.138 \text{ GeV}/c^2$  - masa pionu. Na podstawie tak wyznaczonego zestawu energii kinetycznych sporządzono ich histogram zamieszczony na Rysunku 15.

Do uzyskanego histogramu dopasowano rozkład Boltzmanna, który w tym konkretnym przypadku określony był wzorem (zapisanym w układzie jednostek naturalnych)

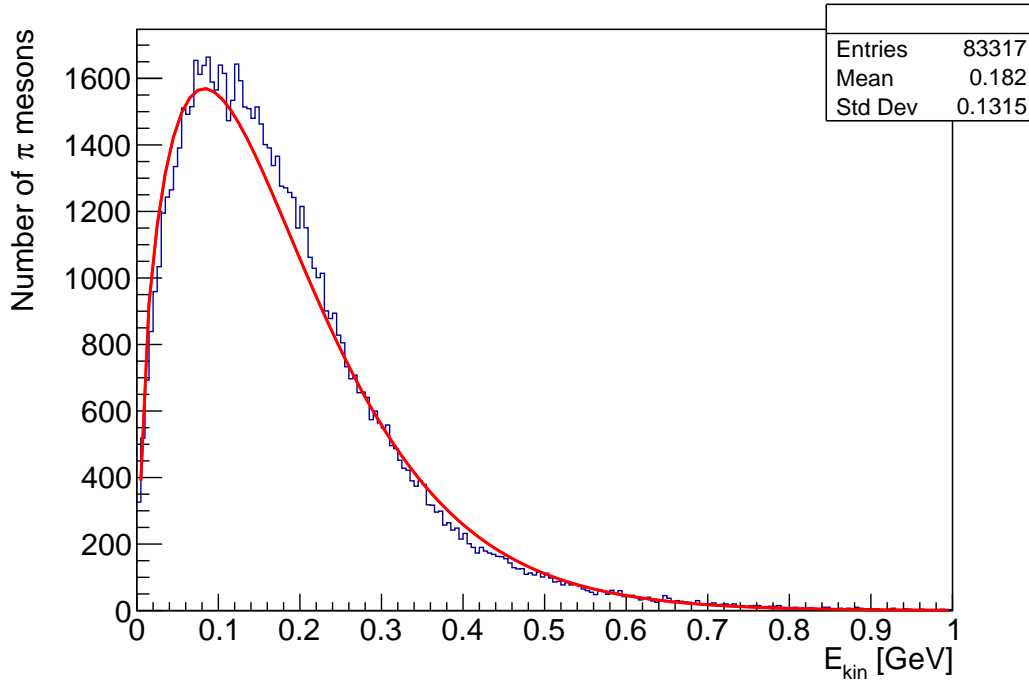
$$\frac{dN}{dE_{kin}} = \mathcal{A} \sqrt{E_{kin}(E_{kin} + 2m_\pi)} (E_{kin} + m_\pi) e^{-\frac{E_{kin} - m_\pi}{T}}, \quad (2)$$

gdzie  $T$  to temperatura cząstek, a  $\mathcal{A}$  - stała normalizacyjna rozkładu. Początkowe wartości parametrów dopasowania ustalono jako  $\mathcal{A}_{start} = 10^6 \text{ GeV}^{-3}$  i  $T_{start} = 0,1 \text{ GeV}$ . W wyniku dopasowania otrzymano krzywą widoczną na Rysunku 15, a która określona jest przez parę liczb

$$\mathcal{A} = 5,814(51) \cdot 10^5 \text{ GeV}^{-3} \quad T = 8,348(17) \cdot 10^{-2} \text{ GeV},$$

przy czym wartość  $\chi^2$  na stopień swobody wyniosła  $\widehat{\chi}^2 = 781$ .

Zarówno spojrzenie na Rys. 15, jak i wartość  $\widehat{\chi}^2$  pozwalają na wniosek, że uzyskane dopasowanie



Rysunek 15: Histogram energii kinetycznej pionów wraz z dopasowanym rozkładem Boltzmana.

nie jest zadowalające. Przede wszystkim dlatego, że dopasowywana krzywa powinna być nieco wyżej między około 0,1, a 0,2 GeV oraz niżej w okolicy 0,4 GeV. Potencjalne rozwiązanie powstałego problemu może zostać znalezione przez rozszerzenie dopasowywanej zależności. Istotną wskazówką w poszukiwaniu wspomnianego rozszerzenia stanowi dopasowanie krzywej (2) nie do całego histogramu, jedynie do jego fragmentu. I tak, na Rys. 16 zamieszczono ten sam histogram energii kinetycznej mezonów  $\pi$ , ale z krzywą (2) dopasowaną do części histogramu odpowiadającej energiom kinetycznym większym od 0,55 GeV.

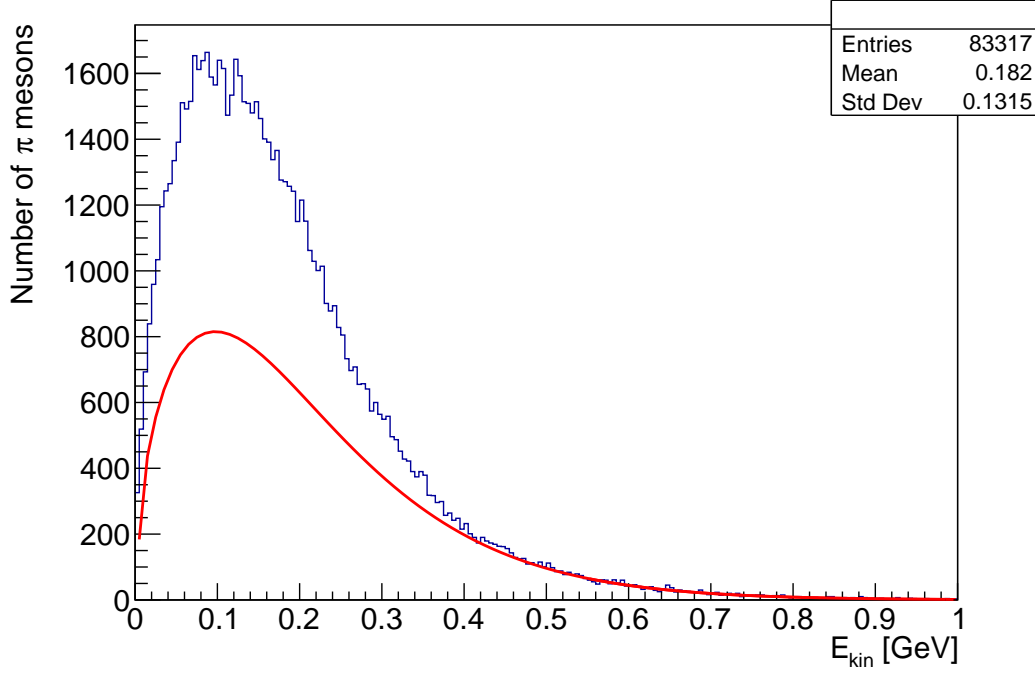
Parametry opisujące otrzymaną krzywą to

$$\mathcal{A}^{(h)} = 2,27(48) \cdot 10^5 \text{ GeV}^{-3} \quad T^{(h)} = 9,32(23) \cdot 10^{-2} \text{ GeV},$$

a wartości początkowe parametrów pozostały takie, jak dla poprzedniego dopasowania, natomiast jakość dopasowania opisuje wartość  $\hat{\chi}^2 = 84$ .

Wartość  $\hat{\chi}^2$  uzyskanego dopasowania jest ponad dziewięciokrotnie mniejsza, niż w przypadku poprzedniego, a liczba stopni swobody - około 2 razy mniejsza, co pozwala stwierdzić, że otrzymane dopasowanie jest istotnie dokładniejsze. Stąd też można wnioskować, że być może zbiór wszystkich znalezionych pionów podzielić można na podzbiory wysoko i nisko energetyczne, którym to podzbiorem odpowiadają dwa oddzielne rozkłady Boltzmana: wskazany powyżej - pionom wysokoenergetycznym oraz pozostałym - nisko energetycznym, przy czym oba te rozkłady powinny mieć te same dziedziny, tj.  $[0; 1 \text{ GeV}]$  oraz nachodzić na siebie płynnie. Rozkład odpowiadający energii kinetycznej wszystkich pionów powinien mieć zatem postać sumy ważonej z niską wartością współczynnika temperaturowego w jednym składniku i wysoką w drugim.

Stąd też, do tego samego histogramu co poprzednio, dopasowano podwojony rozkład Boltzmana



Rysunek 16: Histogram energii kinetycznej pionów wraz z rozkładem Boltzmana dopasowanym do fragmentu odpowiadającego energiom wyższym niż 0,55 GeV.

$$\frac{dN}{dE_{kin}} = \sum_{i=1}^2 \mathcal{A}_i \sqrt{E_{kin}(E_{kin} + 2m_\pi)} (E_{kin} + m_\pi) e^{-\frac{E_{kin} - m_\pi}{T_i}}, \quad (3)$$

którego parametry dopasowania wyniosły

$$\mathcal{A}_1 = 5,814(51) \cdot 10^5 \text{ GeV}^{-3} \quad T_1 = 8,348(17) \cdot 10^{-2} \text{ GeV}$$

$$\mathcal{A}_2 = 1,368(27) \cdot 10^{10} \text{ GeV}^{-3} \quad T_2 = 2,3(0) \cdot 10^{-3} \text{ GeV}$$

$$\hat{\chi}^2 = 990,$$

przy czym wartości początkowe parametrów ustalono jako

$$\mathcal{A}_{1,start} = 10^6 \text{ GeV}^{-3} \quad \mathcal{A}_{2,start} = 0,5 \cdot 10^6 \text{ GeV}^{-3}$$

$$T_{1,start} = 0,15 \text{ GeV} \quad T_{2,start} = 0,01 \text{ GeV}.$$

Okazuje się, że i tym razem jakość dopasowania pozostawia wiele do życzenia. Widoczne jest bowiem, że niska wartość temperatury drugiego członu sumy (3) nie ma interpretacji ani używanego uprzednio członu nisko energetycznego, ani też wysoko energetycznego, a powoduje jedynie znikomy wpływ tegoż wkładu na dopasowywanie sumy, przez co otrzymana krzywa nie różni się istotnie od pierwotnej (otrzymana dla krzywej o równaniu (2)).

I temu zjawisku jednak można zapobiec ustalając dopuszczalne wartości  $T_i$  w przedziałach odpowiednio niskiej i wysokiej energii. Stosując rzeczoną metodę ograniczono zakresy temperatur oraz drugiej stałej normalizacji do przedziałów

$$\frac{T_1}{\text{GeV}} \in [0,06; 0,12] \quad \frac{T_2}{\text{GeV}} \in [0,02; 0,09] \quad \mathcal{A}_2 \cdot \text{GeV}^3 \in [10^4; 10^8],$$

przy czym dolny kres przedziału temperatury  $T_2$  miał zapobiec nadaniu jej wartości zbyt małej, co wystąpiło poprzednio, natomiast ograniczenie parametru  $\mathcal{A}_2$  podobnie miało nie pozwolić na marginalizowanie drugiej części sumy przez zminimalizowanie jej stałej normalizacji.

Po takim zabiegu otrzymano krzywą opisaną następującymi parametrami:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_1^{(1)} &= 2,917(16) \cdot 10^5 \text{ GeV}^{-3} & T_1^{(1)} &= 8,348(83) \cdot 10^{-2} \text{ GeV} \\ \mathcal{A}_2^{(1)} &= 2,897(45) \cdot 10^5 \text{ GeV}^{-3} & T_2^{(1)} &= 8,348(84) \cdot 10^{-2} \text{ GeV} \\ \hat{\chi}^2 &= 781.\end{aligned}$$

Należy w tym miejscu zauważyć, że  $\mathcal{A}_1^{(1)} + \mathcal{A}_2^{(1)} = 5,814(48) = \mathcal{A}$  oraz  $T_1^{(1)} = T_2^{(1)} = T$ , co oznacza, że otrzymany tutaj podwójny rozkład Boltzmanna jest w istocie tożsamy z uzyskanym na samym początku rozważań pojedynczym rozkładem (2)).

Celem uniknięcia takiego utożsamienia przeprowadzono to samo dopasowanie, ale ze zmienionymi zakresami dopuszczalnych wartości temperatur

$$\frac{T_1}{\text{GeV}} \in [0,09; 0,012] \quad \frac{T_2}{\text{GeV}} \in [0,02; 0,07].$$

W rezultacie otrzymano parametry

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_1^{(2)} &= 3,037(40) \cdot 10^5 \text{ GeV}^{-3} & T_1^{(2)} &= 9,0000(27) \cdot 10^{-2} \text{ GeV} \\ \mathcal{A}_2^{(2)} &= 3,54(10) \cdot 10^5 \text{ GeV}^{-3} & T_2^{(2)} &= 7,0000(44) \cdot 10^{-2} \text{ GeV} \\ \hat{\chi}^2 &= 990.\end{aligned}$$

Można zauważyć, że wyznaczone temperatury są odpowiednio w górnym i dolnym kresie swoich zakresów oraz  $\hat{\chi}^2$  jest większe, niż w przypadku bez ograniczeń, co oznacza, że program odpowiedzialny za dopasowywanie krzywych nie znajduje innego rozwiązania problemu, jak tylko to, które już uzyskano przy użyciu pojedynczego rozkładu Boltzmanna.

Jako, że pomysł z dopasowywaniem do danych eksperymentalnych podwójnego rozkładu Boltzmanna (3) jest z powodzeniem wykorzystywany w praktyce [3], [4], podjęto także próby dzielenia analizowanych pionów na dwie grupy przy uwzględnieniu ich pochodzenia i dopasowywanie do nich dwóch rozkładów Boltzmanna oddzielnie, jednak i one nie przyniosły zadowalających rezultatów. Za przyczynę tego niepowodzenia można uznać wspomniane już w rozdziale 3 odstępstwo modelu produkcji pionów w SMASH-u od rzeczywistego wynikające z nieobsługiwaniu kanałów  $2 \rightarrow 3$ , co może skutkować wypaczeniem rozkładu energii kinetycznej tychże.

## 5 Sprawdzanie spójności jądra atomowego

Jednym z zagadnień tego projektu było sprawdzenie, czy modele transportu utrzymują kształt i rozmiar jądra w czasie trwania symulacji. Rozważono trzy modele: SMASH, PHSD, JAM/RQMD.RMF.

Przeprowadzono symulację: „pocisk” — neutron lub proton, „tarcza” – jądro, przy parametrze zderzenia wyraźnie większym od promienia jądra. Zastosowanie neutronu, a nie protonu jako „pocisku”, zapewniało uniknięcie możliwości wystąpienia zjawiska wzbudzenia kulombowskiego jądra tarczy i możliwości wystąpienia gigantycznego rezonansu dipolowego.

Dodatkowo model SMASH umożliwia ustawienie odległości pomiędzy „pociskiem” a „tarczą”, a tym samym wydłużenie czasu pomiędzy utworzeniem jąder przez program a ich zderzeniem. Skorzystano z tej możliwości i rozważono sytuację, gdzie „pociskiem” i „tarczą” było jądro.

Pierwszym etapem analizy było przejście z układu CM do układu własnego jądra (J), zatem zastosowano transformację Lorentza:  $z_J = \gamma z_{CM}$ , a  $\beta$  można obliczyć ze wzoru:

$$\beta = \frac{\sum_i p_i}{\sum_i E_i} = \frac{\sqrt{(T_b + m_b)^2 - m_b^2}}{T_b + m_b + m_t}, \quad (4)$$

gdzie  $T_b$  jest energią „pocisku”,  $m_b$  – masą „pocisku”,  $m_t$  – masą „tarczy”.

W tym celu uzyskano rozkłady położenia  $x$ ,  $y$ ,  $z$  nukleonów wchodzących w skład jądra tarczy, aby na podstawie porównania ze sobą dyspersji rozkładu po osi  $z$  ( $\text{StdDev}_z$ ) i dyspersji po osi  $x$  lub po osi  $y$  ( $\text{StdDev}_{x,y}$ ), obliczono czynnik Lorentza:

$$\gamma_{\text{StdDev}} = \frac{\text{StdDev}_{x,y}}{\text{StdDev}_z}. \quad (5)$$

Kolejnym etapem było obliczenie współrzędnych środka jądra, a potem odległości nukleonów od środka jądra. Rozkład odległości nukleonów od środka jądra przedstawiono w układzie sferycznym, dlatego skorzystano z Jakobianu przejścia z układu kartezjańskiego do układu sferycznego:  $dV^3 = R^2 \sin\theta dR d\theta d\varphi$ , lecz tylko część dotycząca  $dR$  jest w tym przypadku istotna. Zatem skorzystano w programie ROOT z funkcji uzupełniającej histogram (`TH1D`) `Fill(R, 1/R^2)`.

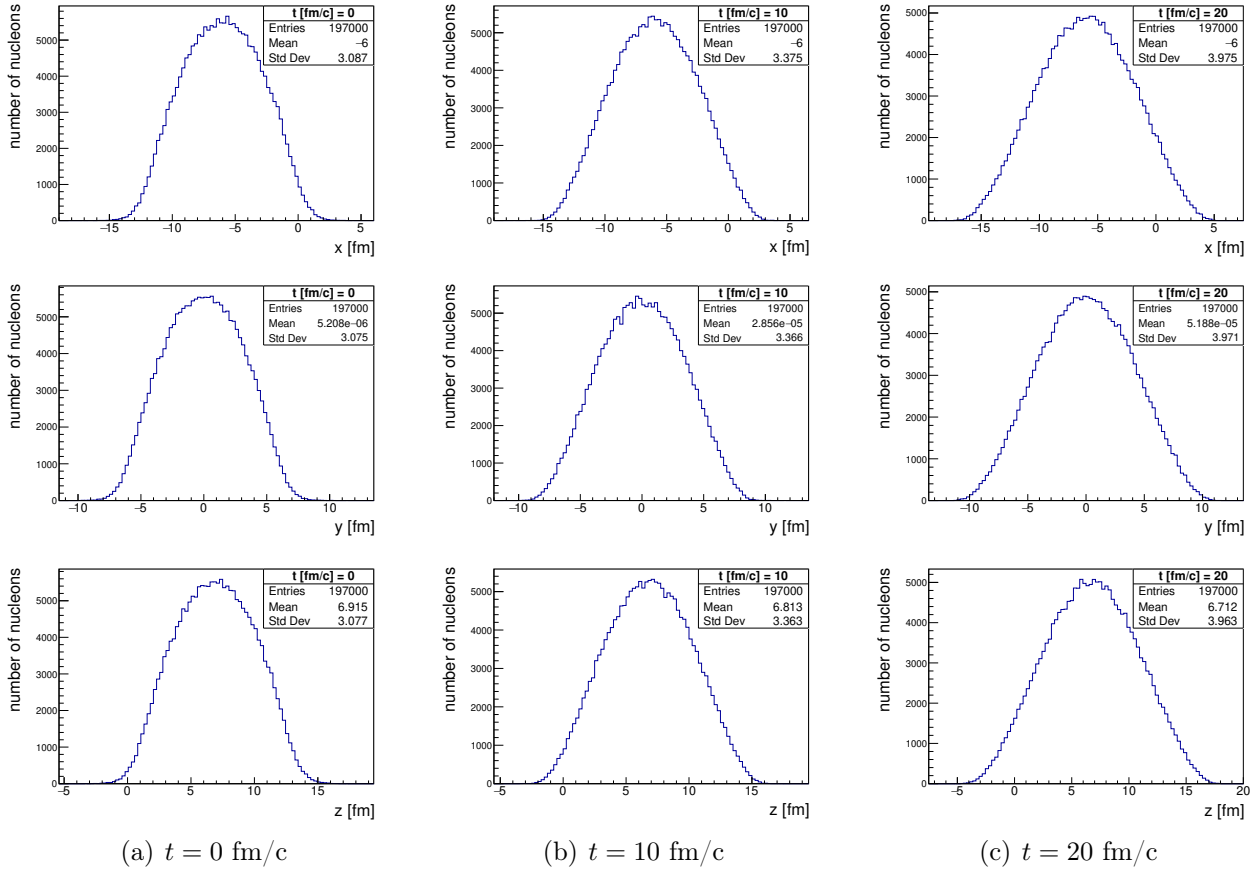
Następnie do rozkładu odległości nukleonów od środka jądra dopasowano funkcję Woodsa-Saxona:

$$\frac{d^3N}{dV^3} = WS(R) = \frac{\mathcal{N}}{\exp\left(\frac{R-R_0}{d}\right) + 1}, \quad (6)$$

gdzie  $\mathcal{N}$  jest stałą normalizacyjną,  $R_0$  – promieniem jądra,  $d$  – parametrem charakteryzującym spadek rozpadu.

### 5.1 SMASH

W modelu SMASH dane są przedstawiane najprawdopodobniej w układzie CM-AA (poniższa analiza danych będzie to sugerować). Przeprowadzono 1000 przypadków zderzeń  $n + {}^{197}\text{Au}$  przy energii neutronu 1,2 GeV i parametrze zderzenia  $b = 12$  fm, wtedy - z uwagi na ostrą asymetrię mas - spodziewana wartość  $\gamma \approx 1$ . Napisano program `TTree_rnN.C`, który w oparciu o dane z drzewa ROOT, uzyskiwanego bezpośrednio po otrzymaniu pliku wyjściowego `particle_lists.oscar`, tworzy drzewo ROOT, które zawiera informację tylko o jądrze tarczy. Następnie za pomocą programu `crN.C` uzyskano histogramy przedstawiające rozkłady położenia  $x$ ,  $y$ ,  $z$  nukleonów jądra tarczy. Histogramy dla chwil czasu  $t = \{0; 20; 40\}$  fm/c przedstawiono na Rysunku 17. W Tabeli 4 przedstawiano wartości  $\text{StdDev}$  położenia nukleonów jądra tarczy. Wartości  $\text{StdDev}$  wskazują, że w tej sytuacji przejście z układu CM do układu laboratoryjnego nie ma zastosowania, gdyż rozbieżności w wartościach  $\text{StdDev}_x$  i  $\text{StdDev}_y$  pokazują, że na wartość  $\text{StdDev}_z$  nie wpływa istotnie na transformację Lorentza.



Rysunek 17: Histogramy rozkładu składowych położenia  $x$ ,  $y$ ,  $z$  nukleonów jądra tarczy Au w zderzeniu n+Au [SMASH]

Tabela 4: Wartości Standard Deviation składowych położenia  $x$ ,  $y$ ,  $z$  nukleonów jądra tarczy Au w zderzeniu n+Au [SMASH]

$t$ [fm/c]	StdDev $_x$	StdDev $_y$	StdDev $_z$
-2,23	3,076	3,063	3,067
0	3,087	3,075	3,077
10	3,375	3,366	3,363
20	3,975	3,971	3,963
30	4,771	4,771	4,759
40	5,681	5,685	5,670

Następnie za pomocą programu TTree\_Rlab.C obliczono współrzędne środka jądra oraz utworzono drzewo ROOT, które zawiera informację o odległości  $R$  nukleonów od środka jądra. Potem za pomocą programu cWS.C uzyskano wykresy przedstawiające rozkład nukleonów w jądrze z dopasowaną funkcją Woodsa-Saxona (wzór (6)). Wykresy dla chwil czasu  $t = \{-2, 23; 0; 20; 40\}$  fm/c przedstawiono na Rysunku 18. W Tabeli 5 przedstawiano wartości uzyskanych parametrów dopasowania funkcji Woodsa-Saxona. Utworzono plik gif przedstawiający wszystkie wysymulowane chwile czasu wraz z dopasowaniem funkcji Woods-Saxona.



Tabela 5: Wartości uzyskanych parametrów dopasowania funkcji Woodsa-Saxona do rozkładu nukleonów w jądrze Au w zderzeniu n+Au [SMASH]

$t$ [fm/c]	$R_0$ [fm]	$d$ [fm]	$\chi^2/\text{ndf}$
-2,23	$(6,3532 \pm 0,0062)$	$(0,5406 \pm 0,0023)$	0,89
0	$(6,3811 \pm 0,0063)$	$(0,5438 \pm 0,0023)$	1,4
10	$(7,0261 \pm 0,0097)$	$(0,6009 \pm 0,0027)$	86
20	$(6,573 \pm 0,040)$	$(1,714 \pm 0,016)$	6,4
30	$(7,739 \pm 0,076)$	$(2,350 \pm 0,049)$	1,3
40	$(10,092 \pm 0,056)$	$(2,28 \pm 0,11)$	1,2

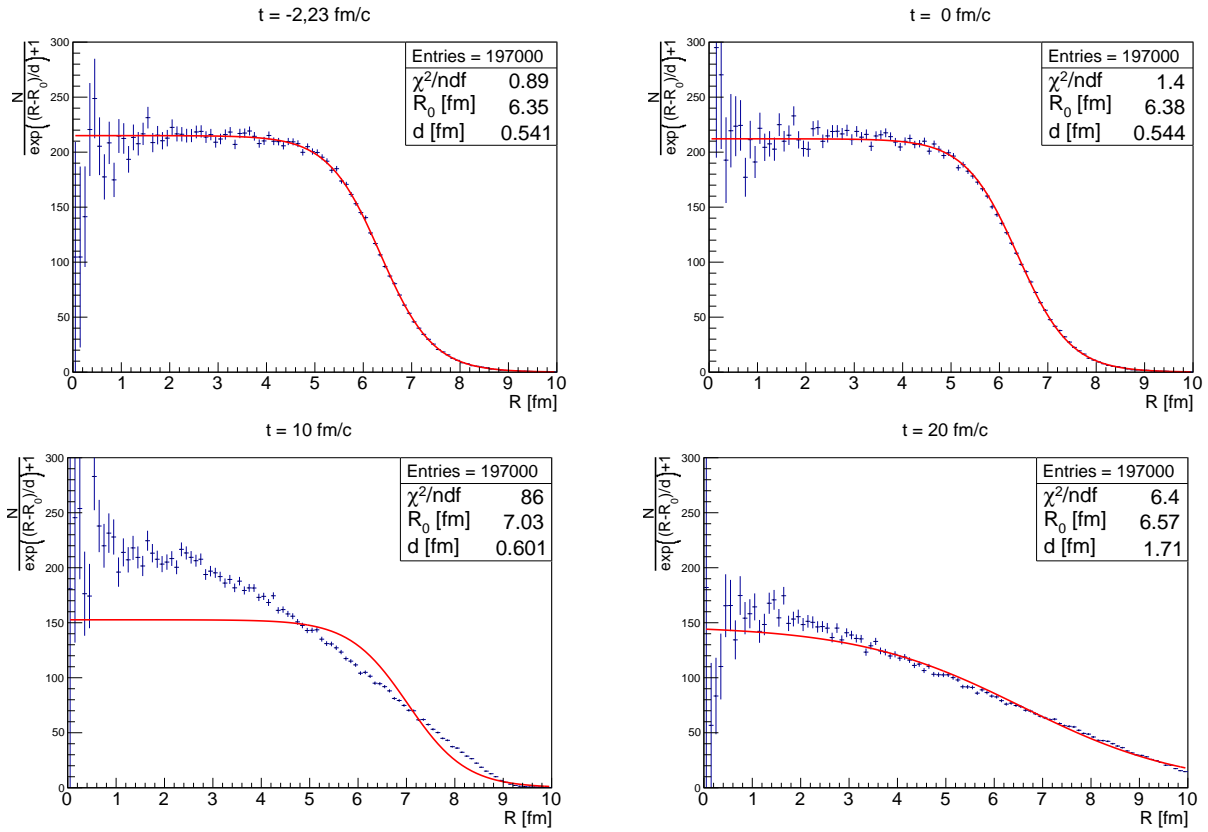
Możliwe jest również inne podejście – model SMASH umożliwia za pomocą opcji `Initial_Distance` ustawienie wstępnej odległości pomiędzy „pociskiem” a „tarczą”, a tym samym wydłużenie czasu pomiędzy utworzeniem jąder przez program a ich zderzeniem. Skorzystano z tej możliwości i przeprowadzono 1000 przypadków zderzeń  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  przy energii wiązki 1,2A GeV, parametrze zderzenia  $b = 6$  fm, odległości `Initial_Distance`: 30 fm. W tym przypadku  $\gamma = 1,28$ .

Za pomocą programu `TTree_rNN.C`, który w oparciu o dane z drzewa ROOT, uzyskiwanego bezpośrednio po otrzymaniu pliku wyjściowego `particle_lists.oscar`, tworzy drzewo ROOT, które zawiera informację tylko o jądrze tarczy. Następnie za pomocą programu `crN.C` uzyskano histogramy, przedstawiające rozkłady położenia  $x$ ,  $y$ ,  $z$  nukleonów jądra tarczy. Histogramy dla chwil czasu  $t = \{-24; -12; 0\}$  fm/c przedstawiono na Rysunku 19. W Tabeli 6 przedstawiano wartości `StdDev` położenia nukleonów jądra tarczy. Wartości `StdDevz`, które różnią się od wartości `StdDevx` i `StdDevy`, wskazują na występowanie znacznego efektu od transformacji Lorentza. Obliczono, zgodnie ze wzorem (5), wartości  $\gamma_{\text{StdDev}}$ , które zgadzają się z obliczoną na podstawie energii wiązki wartością  $\gamma = 1,28$ .

Tabela 6: Wartości Standard Deviation składowych położenia  $x$ ,  $y$ ,  $z$  nukleonów jądra tarczy Au w zderzeniu Au+Au [SMASH]

$t$ [fm/c]	<code>StdDev<sub>x</sub></code>	<code>StdDev<sub>y</sub></code>	<code>StdDev<sub>z</sub></code>	$\gamma_{\text{StdDev}}$
-24	3,067	3,063	2,399	1,278
-20	3,087	3,084	2,415	1,278
-16	3,148	3,145	2,463	1,278
-12	3,246	3,244	2,541	1,277
-8	3,379	3,378	2,647	1,276
-4	3,544	3,542	2,777	1,276
0	3,735	3,736	2,917	1,281

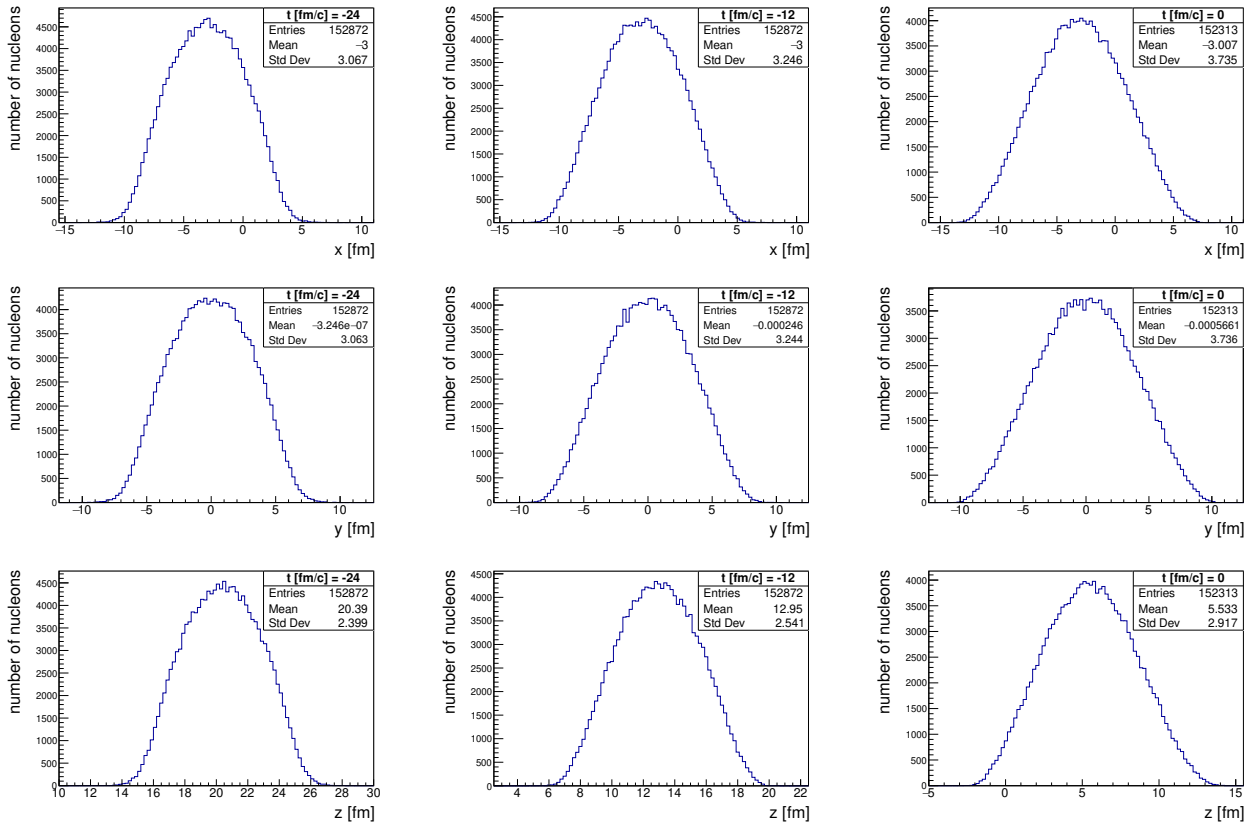
Następnie za pomocą programu `TTree_Rlab.C`, wykonano transformację Lorentza:  $z_{\text{LAB}} = \gamma z_{\text{NN}}$ , obliczono współrzędne środka jądra oraz utworzono drzewo ROOT, które zawiera informację o odległości  $R$  nukleonów od środka jądra. Potem za pomocą programu `cWS.C` uzyskano wykresy przedstawiające rozkład nukleonów w jądrze z dopasowaną funkcją Woodsa-Saxona (wzór (6)). Wykresy dla chwil czasu  $t = \{-24; -12; 0\}$  fm/c przedstawiono na Rysunku 20. W Tabeli 7 przedstawiano wartości uzyskanych parametrów dopasowania funkcji Woodsa-Saxona. Utworzono plik gif przedstawiający wszystkie wysymulowane chwile czasu wraz z dopasowaniem funkcji Woods-Saxona.



Rysunek 18: Rozkład nukleonów w jądrze tarczy Au z dopasowaną funkcją Woodsa-Saxona w zderzeniu n+Au [SMASH]

Otrzymane parametry  $R_0$  i  $d$  funkcji Woodsa-Saxona zarówno dla sytuacji n+Au oraz Au+Au w momencie inicjacji są zgodne wartościami  $R_0 = 6,38$  fm i  $d = 0,535$  fm przedstawionymi przez J.Weil [8]. W następnych chwilach czasu jądro puchnie – wartość  $R_0$  wzrasta o około 15% w przeciągu 20 fm/c. Co więcej wartość parametru  $d$  wzrasta o około 200% w przeciągu 20 fm/c. Analiza na podstawie zderzenia n+Au oraz zderzenia Au+Au nie różni się; w obu przypadkach uzyskano te same wnioski i podobne rezultaty.

Zatem model SMASH nie utrzymuje rozmiaru jądra w trakcie symulacji. Może to sugerować, że model SMASH nie potrafi za pomocą sił jądrowych utrzymać nukleonów.

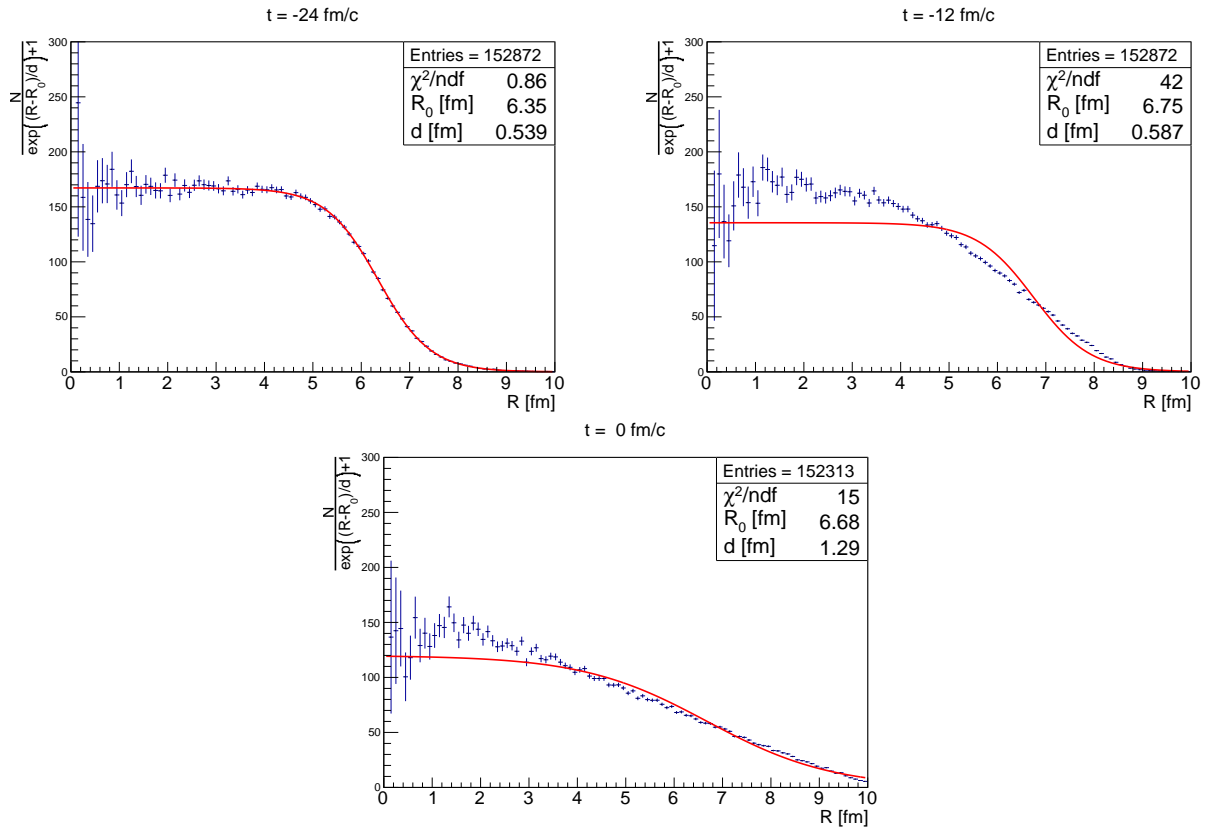


(a)  $t = -24$  fm/c

(b)  $t = -12$  fm/c

(c)  $t = 0$  fm/c

Rysunek 19: Histogramy rozkładu składowych położenia  $x$ ,  $y$ ,  $z$  nukleonów jądra tarczy Au w zderzeniu Au+Au [SMASH]



Rysunek 20: Rozkład nukleonów w jądrze tarczy Au z dopasowaną funkcją Woodsa-Saxona w zderzeniu Au+Au [SMASH]

Tabela 7: Wartości uzyskanych parametrów dopasowania funkcji Woodsa-Saxona do rozkładu nukleonów w jądrze Au w zderzeniu Au+Au [SMASH]

$t$ [fm/c]	$R_0$ [fm]	$d$ [fm]	$\chi^2/\text{ndf}$
-24	$(6,3498 \pm 0,0070)$	$(0,5387 \pm 0,0027)$	0,86
-20	$(6,3963 \pm 0,0074)$	$(0,5485 \pm 0,0026)$	2,50
-16	$(6,5343 \pm 0,0084)$	$(0,5666 \pm 0,0027)$	15
-12	$(6,7460 \pm 0,0098)$	$(0,5872 \pm 0,0028)$	42
-8	$(7,017 \pm 0,011)$	$(0,6126 \pm 0,0031)$	74
-4	$(7,012 \pm 0,016)$	$(0,8447 \pm 0,0052)$	53
0	$(6,684 \pm 0,028)$	$(1,291 \pm 0,010)$	15

## 5.2 PHSD

W modelu PHSD sprawdzono spistość jądra atomowego dla dwóch przypadków. W pierwszym skupiono się na układzie p+Ni o energii wiązki 1,9 GeV, w czasie od około 0 fm/c do 40 fm/c. Wybrano nikiel, gdyż wszystkie poprzednie obliczenia w modelu PHSD były przeprowadzane dla tego pierwiastka. Proton nie powodował wzbudzenia kolumbowskiego, gdyż wybrano duży parametr zderzenia ( $b = 150$  fm). W drugim przypadku symulowano układ p+Au o energii wiązki 1,2 GeV, aby ujednoczyć wyniki i móc porównać zagadnienie między badanymi modelami.

Najpierw sprawdzono, czy zachodzi kontrakcja długości. W przypadku zachodzenia kontrakcji, sprawdzono czy jest ona zgodna z przejściem pomiędzy układem  $CM_{NN}$  a układem własnym jądra. W tym celu korzystając ze wzorów (4) i (7) [9] obliczono wartość  $\gamma_{NN} = 1,42$ , gdzie  $T_b = 1,91$  GeV,  $\beta_{NN} = 0,71$ .

$$\gamma_{NN} = \sqrt{\frac{1}{1 - \beta^2}} \quad (7)$$

Dla każdej badanej stopklatki stosunek dyspersji rozkładów położenia po osiach X i Z ( $\gamma_{StdDev}$  wyznaczona ze wzoru (5)) powinien być równy z  $\gamma_{NN}$ . Przyrównując wartości  $\gamma_{StdDev}$  zebrane w tabeli 8, z wyznaczoną wartością  $\gamma_{NN}$  można zaobserwować, że  $\gamma_{StdDev}$  maleje wraz z czasem, co pozwala wnioskować, że transformacja Lorentza ma co raz większy wpływ / jest to pierwszy sygnał, że rozmiar i kształt jądra nie jest utrzymywany w czasie.

W następnych krokach obliczono położenie środka jądra, odległości nukleonów od środka jądra i sporządzono histogram odległości ważony wartością  $1/r^2$ , aby usunąć efekt jakobianu przejścia ze współrzędnych kartezjańskich do sferycznych. Na końcu do rozkładu odległości nukleonów od środka jądra dopasowano funkcję Woods-Saxona, zgodnie ze wzorem (6).

Aby poprawnie wyznaczyć współrzędne środka jądra stworzono histogramy położenia  $x, y, z$  nukleonów jądra tarczy. Histogramy dla chwil czasu  $t = 0, 4; 10; 20$  fm/c przedstawiono na rysunku 21.

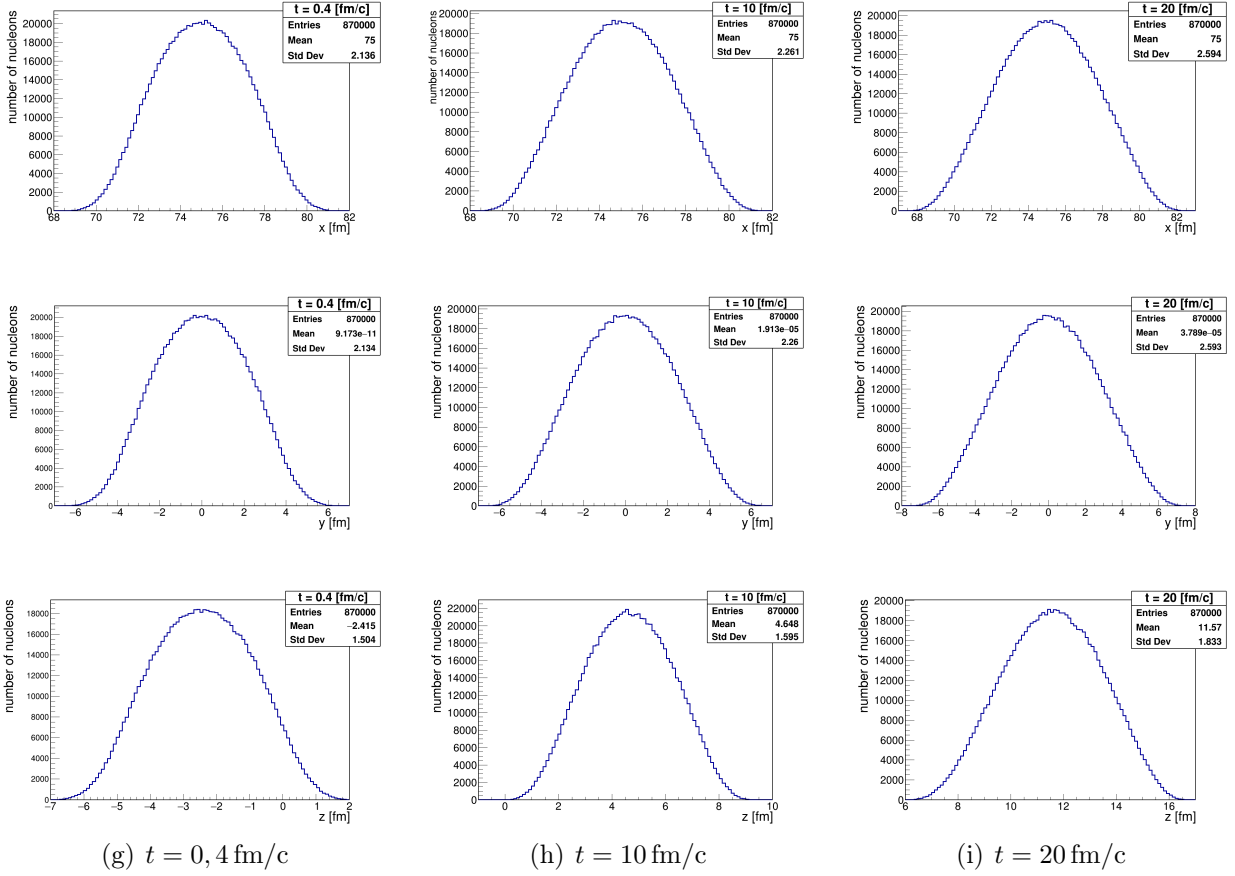
Następnie wyznaczono współrzędne środka jądra oraz wyznaczono odległości  $R$  nukleonów od środka jądra. W późniejszym kroku sporządzono wykresy rozkładu nukleonów w jądrze z dopasowaną funkcją Woods-Saxona. Wykresy dla czasów:  $t = 0, 4; 10; 20$  fm/c przedstawiono na rysunku 22. W tabeli 8 zebrano parametry dopasowania funkcji Woods-Saxona.

Tabela 8: Wartości uzyskanych parametrów dopasowania funkcji Woods-Saxona do rozkładu nukleonów w jądrze Ni w zderzeniu p+Ni przy energii 1,9 GeV/nukleon [PHSD]

$t$ [fm/c]	$R_0$ [fm]	$d$ [fm]	$\chi^2/ndf$	$\gamma_{StdDev}$
0,4	$(3,682 \pm 0,003)$	$(0,5099 \pm 0,0010)$	28	1,420
10	$(3,979 \pm 0,003)$	$(0,5053 \pm 0,0010)$	200	1,418
20	$(4,420 \pm 0,005)$	$(0,6607 \pm 0,0015)$	160	1,415
30	$(5,212 \pm 0,006)$	$(0,7833 \pm 0,0016)$	140	1,411
40	$(6,068 \pm 0,007)$	$(0,9698 \pm 0,0021)$	86	1,409

Takie same kroki poczyniono w drugim przypadku, czyli symulacji zderzenia p+Au przy energii wiązki 1,2 GeV/nukleon. Histogramy rozkładu składowych położenia  $x, y, z$  nukleonów jądra tarczy Au w zderzeniu p+Au przedstawiono na rysunku 23. W tabeli 9 zebrano parametry dopasowania funkcji Woods-Saxona.

Na rysunku 24 zebrano rozkłady promienia położenia nukleonów w jądrze tarczy Au z dopasowaniem funkcji Woods-Saxona w zderzeniu p+Au.

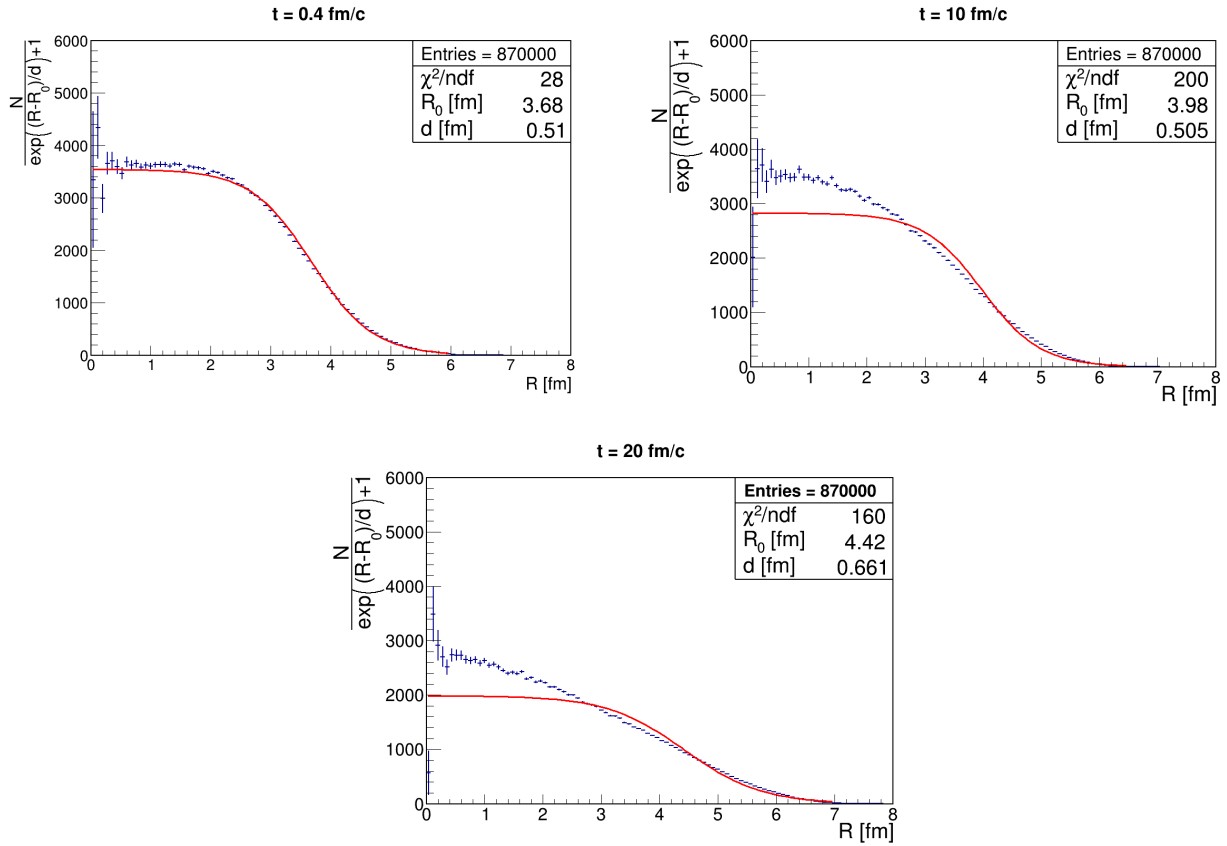


Rysunek 21: Histogramy rozkładu składowych położenia  $x, y, z$  nukleonów jądra tarczy Ni w zderzeniu p+Ni [PHSD]

Pliki gif zawierające wszystkie rozkłady dla symulowanych chwil czasu wraz z dopasowaniem funkcji Woods-Saxona umieszczono na [dysku](#).

W obu przeprowadzonych symulacjach, w pierwszych chwilach po zderzeniu rozkład promienia położenia nukleonów w jądrze tarczy opisany jest funkcją Woods-Saxona (zgodnie z rysunkami 22, 24), jeżeli spojrzeć na wartość  $\chi^2/ndf$  dopasowania, nie jest ono dokładne.

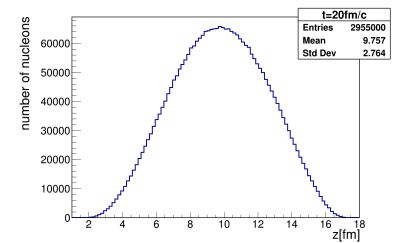
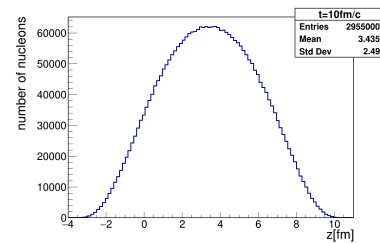
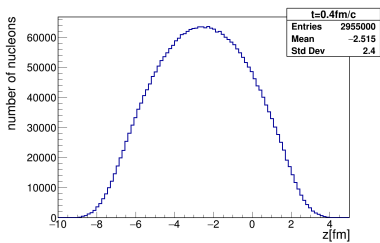
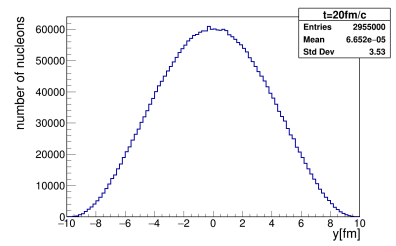
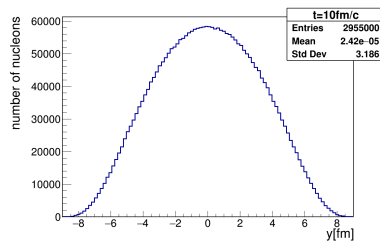
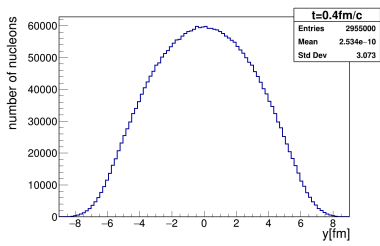
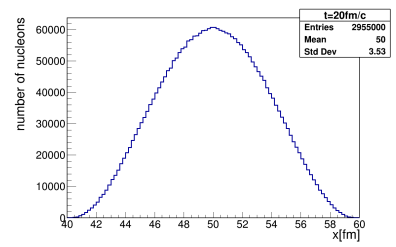
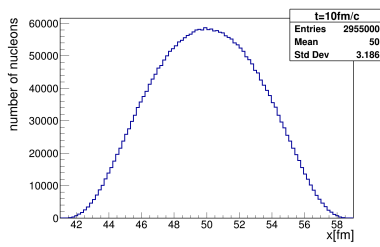
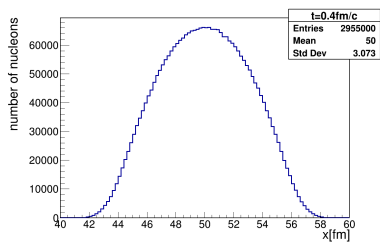
Na podstawie symulacji zderzenia p+Ni oraz p+Au można zaobserwować, że w modelu PHSD rozmiar jądra zwiększa się w czasie. Zgodnie z tabelami 8, 9, jądro niklu w tym samym czasie symulacji zwiększyło swoje rozmiary prawie dwukrotnie, gdzie jądro złota jedynie około 10%.



Rysunek 22: Rozkład nukleonów w jądrze tarczy Ni z dopasowaną funkcją Wood-Saxona w zderzeniu p+Ni [PHSD]

Tabela 9: Wartości uzyskanych parametrów dopasowania funkcji Woodsa-Saxona do rozkładu nukleonów w jądrze Au w zderzeniu p+Au przy energii wiązki 1, 2 GeV/nukleon [PHSD]

$t$ [fm/c]	$R_0$ [fm]	$d$ [fm]	$\chi^2/\text{ndf}$	$\gamma_{StdDev}$
0,4	$(5,9447 \pm 0,0016)$	$(0,5202 \pm 0,0006)$	95	1,281
10	$(5,9556 \pm 0,0026)$	$(0,7050 \pm 0,0012)$	120	1,280
20	$(6,400 \pm 0,003)$	$(0,8418 \pm 0,0011)$	600	1,277
30	$(6,502 \pm 0,007)$	$(1,3535 \pm 0,0025)$	140	1,275
40	$(7,032 \pm 0,012)$	$(1,846 \pm 0,006)$	11	1,273



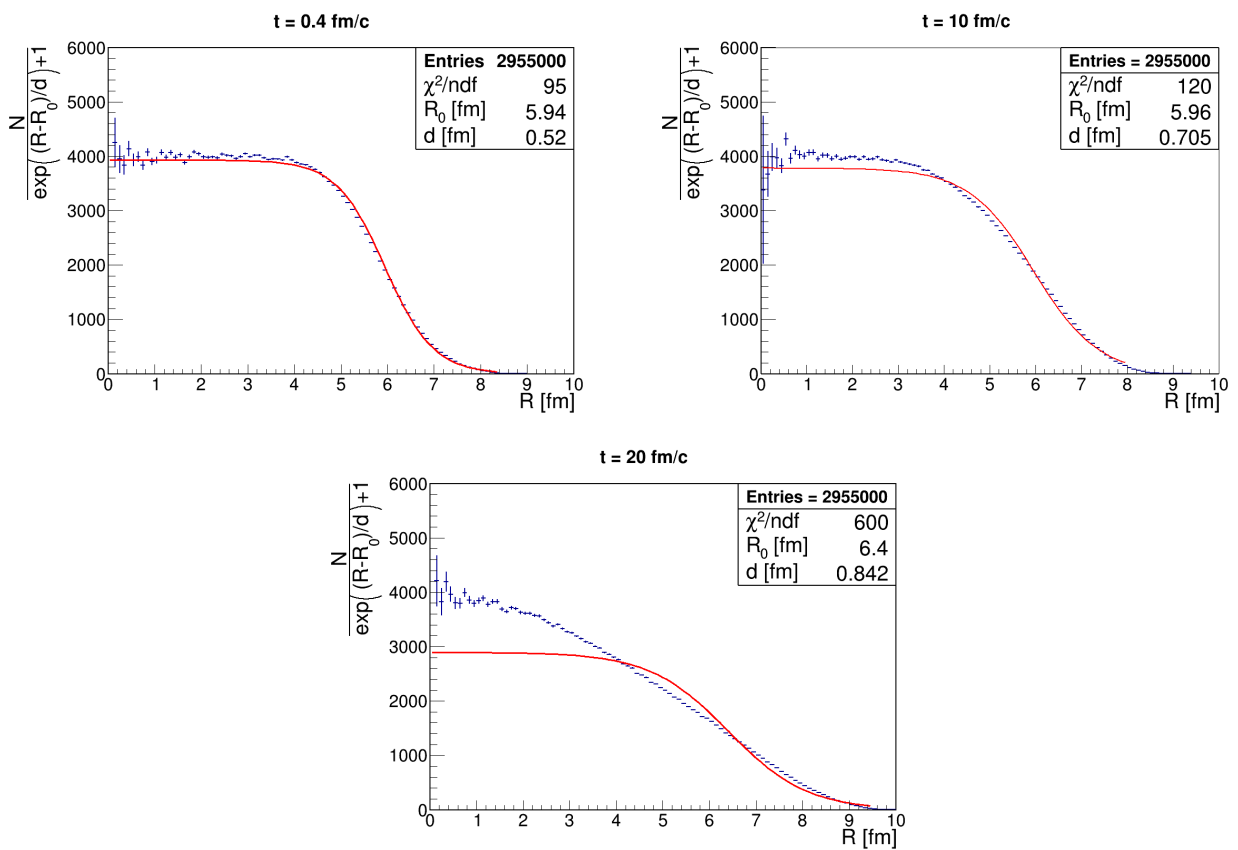
(g)  $t = 0,4 \text{ fm/c}$

(h)  $t = 10 \text{ fm/c}$

(i)  $t = 20 \text{ fm/c}$

Rysunek 23: Histogramy rozkładu składowych położenia  $x, y, z$  nukleonów jądra tarczy Au w zderzeniu p+Au [PHSD]





Rysunek 24: Rozkład nukleonów w jądrze tarczy Au z dopasowaną funkcją Woods-Saxona w zderzeniu p+Au [PHSD]

### 5.3 JAM/RQMD.RMF

### 5.4 Podsumowanie

W Tabeli 10 przedstawiono wartości parametru  $R_0$  dla kolejnych chwil czasu w poszczególnych modelach transportu: SMASH, PHSD.

Tabela 10: Porównanie parametrów dopasowania Woods-Saxona między modelami dla zderzenia nukleonu (neutronu lub protonu) z jądrem  $^{197}\text{Au}$  przy energii nukleonu 1,2 GeV

chwila czasu $t \left[ \frac{fm}{c} \right]$	$R_0$ [fm]			$\chi^2/ndf$		
	SMASH	PHSD	RQMD	SMASH	PHSD	RQMD
0	6,38	5,95		1,4	95	
5	6,61	5,98		25	149	
10	7,03	5,96		86	120	
15	6,94	6,07		41	288	
20	6,57	6,40		6,4	600	
25	6,88	6,54		2,1	404	
30	7,74	6,50		1,3	140	
35	8,94	6,66		0,92	6,68	
40	10,10	7,03		1,2	11	

W kolejnych chwilach czasu w każdym modelu jądro puchnie. W modelu SMASH promień jądra Au rośnie znacznie niż w modelu PHSD. Między czasem 0 fm/c a 40 fm/c, w modelu SMASH, parametr  $R_0$  zwiększył się o 60% a w modelu PHSD o 12%, czyli jądro puchnie szybciej w modelu SMASH. Natomiast model SMASH lepiej odwzorowuje rozkład Woods-Saxona, gdzie wartość funkcji  $\chi^2/ndf$  jest o rząd wielkości mniejszy niż w modelu PHSD.

Za utrzymywanie nukleonów tworzących jądro atomowe odpowiedzialne są siły jądrowe. W momencie inicjacji ułożenie nukleonów jest zgodne ze spodziewanym ich rozkładem w jądrze, jednakże kiedy symulacja postępuje z czasem, ułożenie nukleonów przestaje zgadzać się ze spodziewanym ich rozkładem. Puchnięcie jądra w modelach transportu może sugerować, że w badanych modelach transportu siły jądrowe nie są dobrze zaprogramowane.

## 6 Rekonstrukcja kąta $\varphi_r$ płaszczyzny reakcji i pływ protonów

Następującą analizę przeprowadzono w modelu SMASH. W poniższych rozważaniach przyjęto układ CM.

### 6.1 Model geometryczny „participants-spectators”

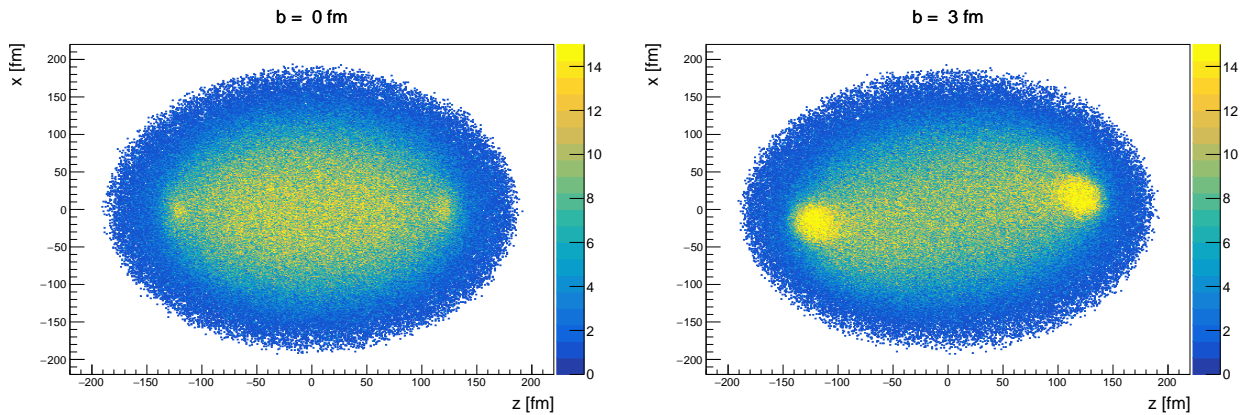
Model participants-spectators rozróżnia dwa rodzaje cząstek *participants* - uczestników i *spectators* - obserwatorów. Obserwatorami są nukleony, które nie ulegają żadnej kolizji, ich tor nie ulega znacznemu ugięciu i przebiega blisko kierunku wiązki. Nukleony te są skupione w jednym fragmencie. Uczestnikami są nukleony przypisane do strefy przekrycia jąder, zwanej *strefą zderzenia*.

Przeprowadzono 1000 przypadków zderzeń  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  przy energii wiązki 1,2A GeV i parametrach zderzenia  $b \in \{0, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$  fm, analizę przeprowadzono dla chwili czasu  $t = 200$  fm/c.

Na Rysunku 25 przedstawiono rozkład cząstek w płaszczyźnie  $xz$  dla parametru zderzenia  $b = 0$  fm i  $b = 3$  fm. Podział na obserwatorów i uczestników nie jest możliwy w zderzeniu ściśle centralnym ( $b = 0$  fm). Natomiast dla zderzeń o parametrach  $b \geq 3$  fm widoczne są zgrupowania, dlatego w tych przypadkach wykonano wizualny podział na obserwatorów i uczestników, poprzez obrysowanie obserwatorów elipsoidą o wzorze:

$$\frac{(z - z_0)^2}{a^2} + \frac{(x - x_0)^2}{b^2} + \frac{(y - y_0)^2}{c^2} = 1, \quad (8)$$

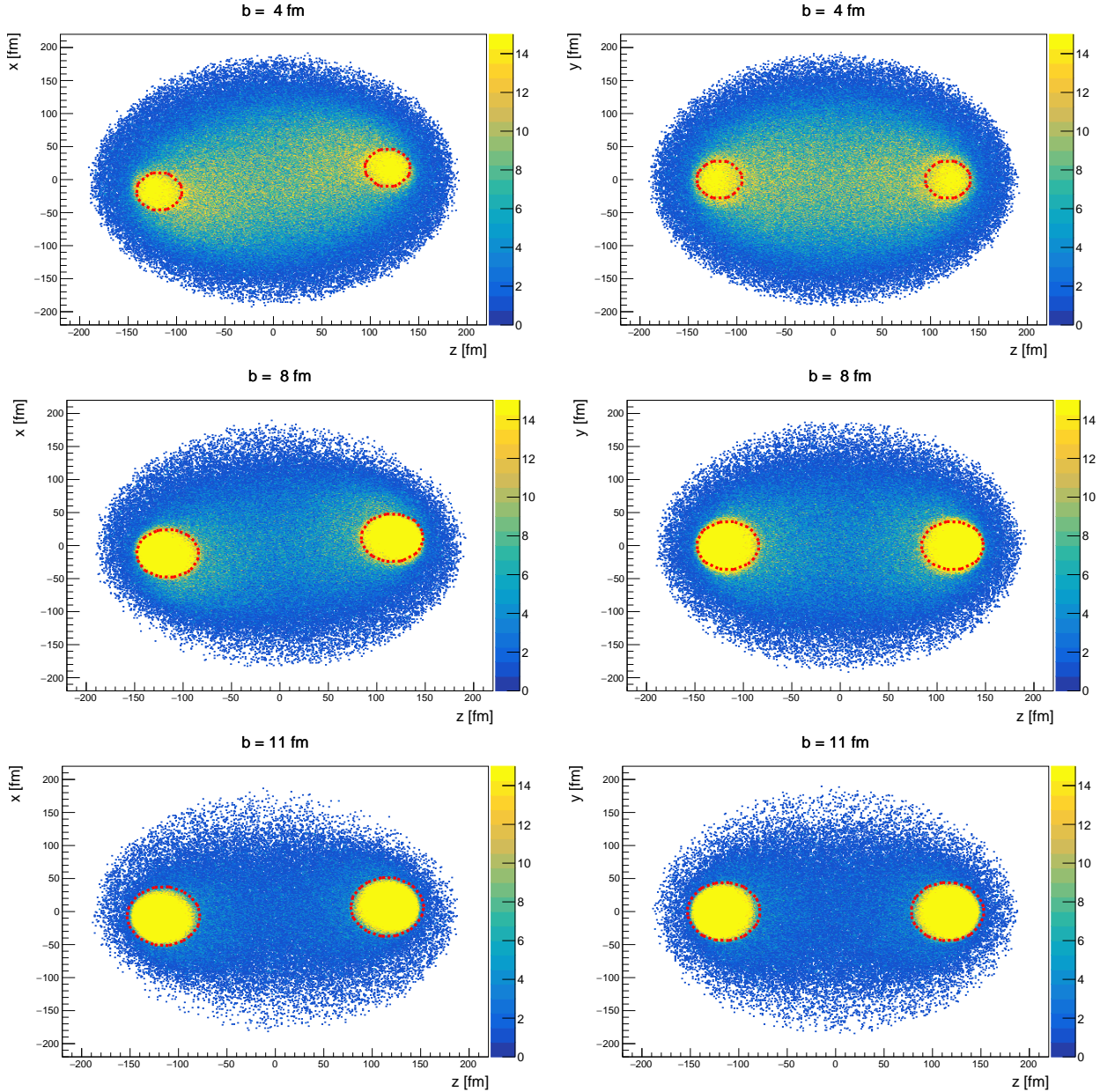
gdzie  $x_0, y_0, z_0$  są przesunięciami w układzie współrzędnych,  $a, b, c$  są długościami półosi. Jest to pewne przybliżenie podziału, nie jest to sztywne przypisanie cząstki do konkretnej kategorii: *participants* lub *spectators*. Ponadto, niektóre nukleony na końcu symulacji są produktami rozpadu barionów  $\Delta$ , czego nie obejmuje ten model.



Rysunek 25: Rozkład cząstek w płaszczyźnie  $xz$  uzyskanych w wyniku zderzenia  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  przy energii wiązki 1,2A GeV w chwili czasu  $t = 200$  fm/c dla parametru zderzenia  $b = 0$  fm i  $b = 3$  fm

Za pomocą programu `cps.C` uzyskano histogramy, przedstawiające rozkład cząstek w płaszczyźnie  $xz$  i  $yz$  (Rysunek 26). Im większy parametr zderzenia, tym półosie elipsoid są większe, rośnie liczba cząstek obserwatorów. Cząstki-obszawatorzy bliżej  $z = 0$  fm są bardziej rozmyci niż

bliżej  $z = 200$  fm. Rozmycie od strony środka układu jest wyraźnie widoczne dla  $b = 0$  fm. Może to być związane z podgrzaniem układu i wyparowywaniem nukleonów albo bezpośrednim, albo poprzez wzbudzenie i rozpad głównie barionu  $\Delta(1232)$ . Cząstki-uczestnicy w  $z \in [-50; 50]$  fm powstały w wyniku kolizji jąder w tzw. *strefie zderzenia*. Cząstki-uczestnicy w okolicy obserwatorów mogły zostać przez nich wyemitowane w wyniku niesienia przez nich dużej energii.



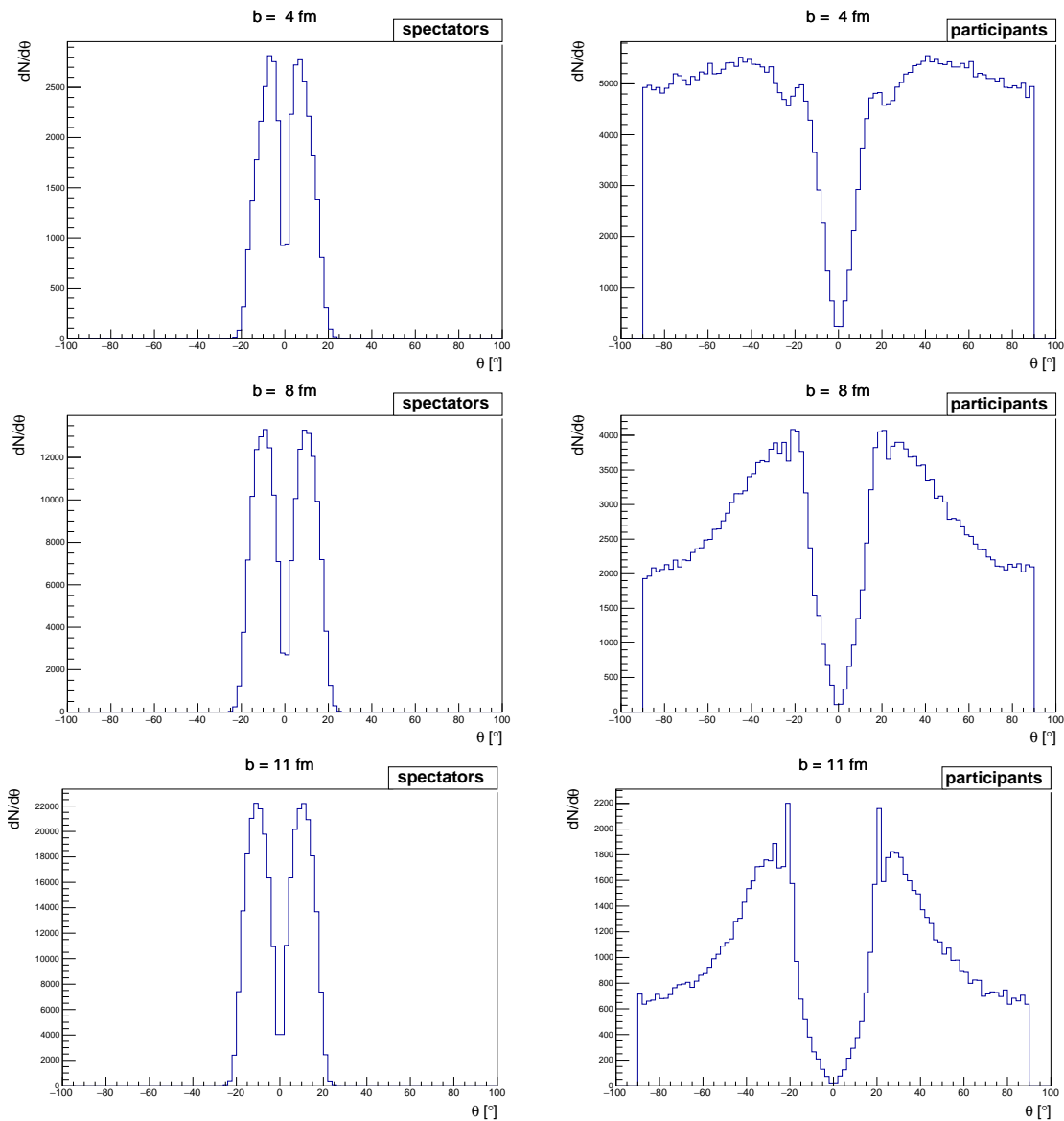
Rysunek 26: Rozkład cząstek w płaszczyźnie  $xz$  i  $yz$  uzyskanych w wyniku zderzenia  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  przy energii wiązki  $1,2A$  GeV w chwili czasu  $t = 200$  fm/c; czerwoną linią zaznaczono wybrany kontur dla obserwatorów.

Napisano program `TTree_ps.C`, który w oparciu o dane z drzewa `ROOT`, uzyskiwanego bezpośrednio po otrzymaniu pliku wyjściowego `particle_lists.oscar`, tworzy drzewo `ROOT`, które w oparciu o równanie elipsoidy dzieli cząstki na dwa rodzaje, a także liczy kąt  $\theta$ , czyli kąt emisji cząstki, definiowany następująco:

$$\theta = \frac{p_T}{p_z}, \quad (9)$$

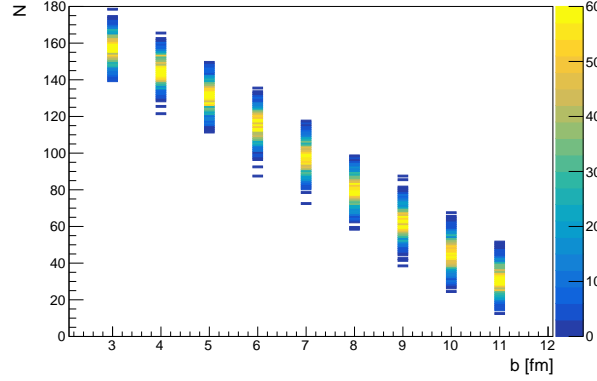
gdzie  $p_T$  jest pędem poprzecznym:  $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ . Kąt  $\theta$  liczony jest w układzie CM.

Za pomocą programu `cth.C` uzyskano histogramy przedstawiające rozkłady kąta  $\theta$  cząstek-obszerników oraz cząstek-uczestników (Rysunek 27). Obserwatorzy i uczestnicy preferują inne kąty emisji  $\theta$ : obserwatorzy emitowani są pod mniejszymi kątami w wąskim przedziale od  $0^\circ$  do  $20^\circ$ , uczestnicy emitowani są pod większymi kątami w szerszym przedziale od  $10^\circ$  do  $90^\circ$ . Preferencja kątowa obserwatorów nie zależy od wielkości parametru zderzenia i wartość do  $20^\circ$  pokazuje nieznaczne ugięcie ich kierunku w stosunku do pierwotnego kierunku wiązki. Natomiast preferencja kątowa emisji uczestników zależy od wielkości parametru zderzenia, im parametr  $b$  większy, tym wzrasta preferencja mniejszych kątów  $\theta$  i w szczególności przy  $b \leq 8$  fm narasta maksimum w okolicy  $20^\circ$ . Cząstki-uczestnicy, dla których emisja zachodzi w kierunkach  $\theta \leq 20^\circ$ , znajdują się w okolicy obserwatorów. Może to wynikać z niedokładności zastosowanej metody podziału – wizualnego narzucenia parametrów elipsoidy; albo/i są to cząstki-uczestnicy wyemitowane przez obserwatorów. Dla dużych parametrów zderzenia liczba cząstek emitowanych przez obserwatorów dominuje nad liczbą cząstek pochodzących z kolizji, których kąty emisji  $\theta$  są większe.



Rysunek 27: Rozkłady kąta  $\theta$  cząstek-obszerników oraz cząstek-uczestników.

Wykonano analizę potencjalnego eksperymentu, polegającego na detekcji naładowanych cząstek-uczestników pod kątem większym od  $20^\circ$ . Napisano program `TTree_nb.C`, który, w oparciu o drzewo ROOT z podziałem na uczestników i obserwatorów, zliczał w każdym ewencie liczbę cząstek  $N$ , spełniających te warunki. Za pomocą programu `cnb.C` uzyskano histogram, przedstawiający liczbę  $N$  tych cząstek w zależności od parametru zderzenia  $b$  (Rysunek 28). Ze wzrostem parametru zderzenia, spodziewana jest mniejsza liczba zarejestrowanych cząstek w detektorach.



Rysunek 28: Histogram liczby  $N$  naładowanych cząstek-uczestników o kącie emisji  $\theta > 20^\circ$  w zależności od parametru zderzenia  $b$ ; skala barw odnosi się do liczby eventów

## 6.2 Kąt $\varphi_r$ płaszczyzny reakcji

Płaszczyzna reakcji jest rozpięta przez wektor osi wiązki (wektor  $\mathbf{z}$ ) oraz wektor parametru zderzenia (wektor  $\mathbf{b}$ ). Kąt  $\varphi_r$  płaszczyzny reakcji jest kątem w płaszczyźnie poprzecznej do osi wiązki, pomiędzy płaszczyzną reakcji a płaszczyzną poziomą w układzie laboratoryjnym. Każde zderzenie ma własną płaszczyznę zderzenia. Zatem w rzeczywistości kąt  $\varphi_r$  jest inny w każdym zderzeniu.

Metoda rekonstrukcji kąta  $\varphi_r$  płaszczyzny reakcji z danych eksperymentalnych składa się z dwóch etapów:

1. Zbudowanie wektora  $\mathbf{Q}$  złożonego ze składowych pędu  $p_{\{x,y\}}$  poprzecznych do osi wiązki. W ten sposób uzyskuje się wektor w płaszczyźnie reakcji. Składowe  $Q_x, Q_y$  są definiowane:

$$Q_{\{x,y\}} = \sum_i w_i p_{\{x,y\}i} \quad (10)$$

$$w_i = \begin{cases} 1 & \text{dla } y_{NN} > 0,3 \\ -1 & \text{dla } y_{NN} < -0,3 \end{cases}, \quad (11)$$

gdzie  $p$  jest składową pędu cząstki-uczestnika,  $w$  współczynnikiem. W związku z tym, cząstki ze środkowego fragmentu *strefy zderzenia* wykazują bardzo słabą anizotropię rozkładu, stosuje się ich odcięcie. Zostało to umownie określone poprzez zakres pośpieszności cząstek  $|y_{NN}| > 0,3$ . Wartość dodatnia (1) lub ujemna (-1) współczynnika  $w$  powoduje, że cząstki po stronie dodatniej i ujemnej względem środka układu CM dają dodatni wkład do sumy, powodując zwiększenie liczby cząstek jako składników sumy.

Pośpieszność jest definiowana następująco:

$$y_{NN} = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}. \quad (12)$$

2. Obliczenie kąta  $\varphi_r$  zgodnie ze wzorem:

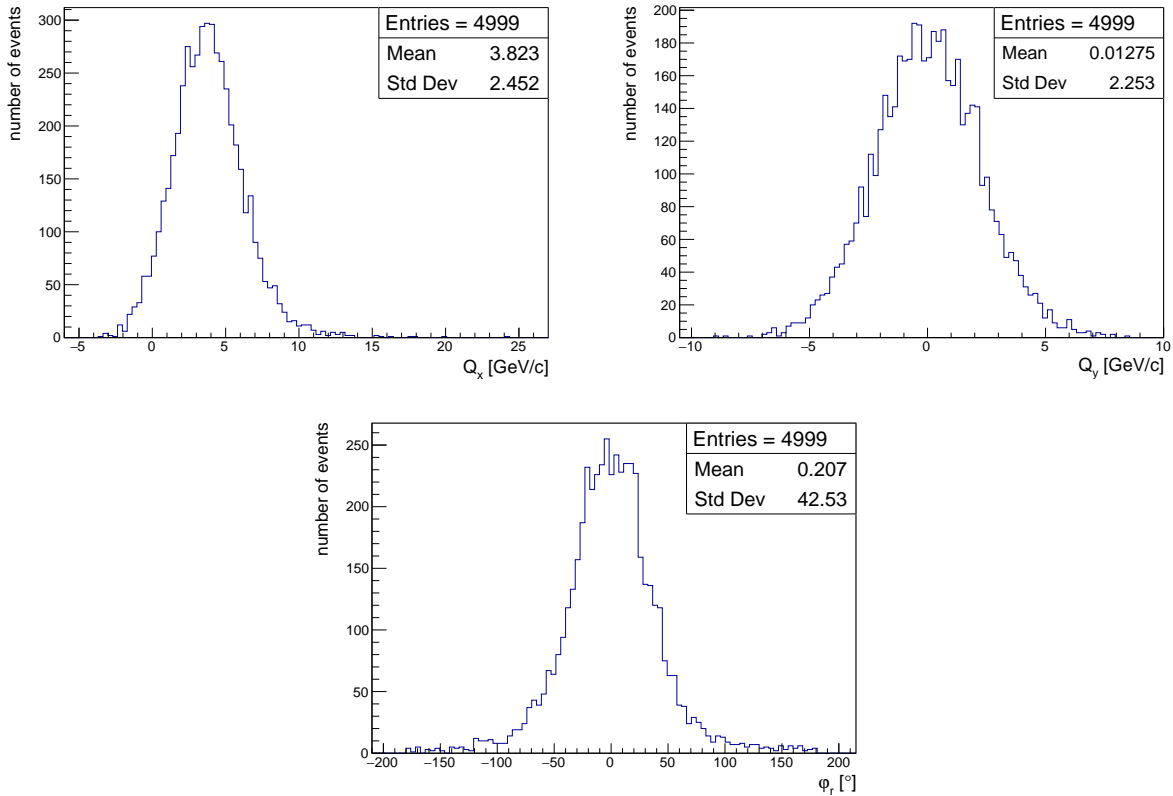
$$\varphi_r = \arctan\left(\frac{Q_y}{Q_x}\right). \quad (13)$$

W modelach transportu każda płaszczyzna reakcji powinna być zgodna z układem laboratoryjny, zatem kąt  $\varphi_r$  powinien wynosić 0.

Analizowano dane z 5000 przypadków zderzeń  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  przy energii wiązki 1,2A GeV, parametrze zderzenia  $b = 8$  fm i w chwili czasu  $t = 200$  fm/c.

Napisano program `TTree_Q.C`, który, w oparciu o drzewo ROOT z podziałem na uczestników i obserwatorów, liczył w każdym ewencie  $Q_x$ ,  $Q_y$  (wzór (10)) oraz kąt  $\varphi_r$  (wzór (13)). Za pomocą programu `cQ.C` uzyskano histogramy  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $\varphi_r$  (Rysunek 29).

Uzyskano rozkład kąta  $\varphi_r$  o środku  $0,2^\circ$ . Potwierdzono, że w modelu SMASH płaszczyzna reakcji jest zgodna z układem laboratoryjnym. Rozkład  $\varphi_r$  cechuje jednak spora szerokość ( $\text{StdDev} = 42^\circ$ ), która jest miarą niedokładności wyznaczenia tego kąta w dowolnym pojedynczym ewencie. Niedokładność wyznaczenia kąta  $\varphi_r$  jest efektem znanym i nieredukowalnym przy względnie niskiej statystyce nukleonów emitowanych ze zderzeń przy energiach wiązek poniżej ultrarelatywistycznych.



Rysunek 29: Rozkłady  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $\varphi_r$  w zderzeniu  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  o parametrach: energia wiązki 1,2A GeV, parametr zderzenia  $b = 8$  fm i chwila czasu  $t = 200$  fm/c

### 6.3 Pływ protonów

Kolejnym tematem rozważanym w tym projekcie było badanie preferencji kierunku lotu w płaszczyźnie poprzecznej do osi wiązki, dla konkretnego rodzaju cząstek-uczestników. Zjawisko to nazywane jest pływem (ang. *flow*). Zmienną analizowaną w tym rozkładzie jest kąt  $\varphi$ , czyli kąt azymutalny cząstki względem płaszczyzny reakcji, definiowany następująco:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right), \quad \varphi \in [0; 2\pi) . \quad (14)$$

Rozkład cząstek  $dN/d\varphi$  jest periodyczny, dlatego można rozłożyć go na szereg Fouriera:

$$\frac{dN}{d\varphi} \sim \frac{1}{2\pi} \left( 1 + 2 \sum_n v_n \cos(n\varphi) \right), \quad (15)$$

gdzie  $v_n$  określają wagi wkładów kolejnych harmonicznych do rozkładu,  $v_n$  zwane są współczynnikami pływu (ang. *flow coefficients*), które można obliczyć według wzoru:

$$v_n = \langle \cos(n\varphi) \rangle, \quad v_n \in [-1; 1] . \quad (16)$$

Analizowano dane z 5000 przypadków zderzeń  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  przy energii wiązki 1,2A GeV, parametrze zderzenia  $b = 8$  fm i w chwili czasu  $t = 200$  fm/c. Badano pływ protonów w kolejnych przedziałach pośpieszności  $y_{NN}$  (wzór (12)).

Napisano program `TTree_Phi.C`, który, w oparciu o drzewo `ROOT` z podziałem na uczestników i obserwatorów, liczył kąt  $\varphi$  cząstek. W ten sposób uzyskano dane, umożliwiające narysowanie histogramu kąta  $\varphi$  tylko dla protonów-uczestników. Jednakże uzyskany rozkład kąta  $\varphi$  w zakresach pośpieszności, w których znajdują się obserwatorzy, nie zgadzał się ze spodziewanymi rozkładami [6] uzyskanymi w eksperymencie, ponieważ był widoczny istotny wkład drugiej harmonicznej, a spodziewany jest przeważający udział pierwszej harmonicznej. Może to wynikać z niedokładności zastosowanej metody podziału „participants-spectators”, polegającej na wizualnym narzuceniu parametrów elipsoidy. Spowodowało to, że protony-obszawatorzy także miały wkład w histogram kąta  $\varphi$  protonów-uczestników. Zatem przystąpiono do analizy opierającej się na innym parametrze – pędzie poprzecznym  $p_T$ .

Zaczęto od analizy cząstek o pędzie poprzecznym  $p_T > 0,6$  GeV/c. Wartość ta została zaczerpnięta z [5]. Tam zostało przedstawione, że dla wyższych wartości pędu poprzecznego  $p_T$  uzyskiwane są większe wartości bezwzględne współczynników pływu  $v_1$  i  $v_2$ , więc wkład tych harmonicznych jest większy (bardziej zauważalny). Za pomocą programu `cphi.C` uzyskano histogramy  $\varphi$  w kolejnych przedziałach pośpieszności  $y_{NN}$  (Rysunek 30(a)). Uzyskane rozkłady zgadzały się z [6] otrzymanymi w eksperymencie. Zatem następnie złagodzone warunek i rozważono cząstki o pędzie poprzecznym  $p_T > 0,3$  GeV/c. Wybór tej wartości, wynikał z następującego rozumowania. W układzie własnym jądra nukleony w jądrze atomowym poruszają się z pędem Fermiego o wartości do około 270 MeV/c. Zatem wszystkie protony o pędzie większym od pędu Fermiego są cząstkami-uczestnikami. Jednakże, w celu uniknięcia transformacji Lorentza, skorzystano z niezmiennika – pędu poprzecznego  $p_T$ . Dokonano cięcia dla  $p_T > 0,3$  GeV/c, które jest dokonywane z pewnym nadmiarem, ponieważ pęd poprzeczny jest częścią całkowitego pędu cząstki. Za pomocą programu `cphi.C` uzyskano histogramy  $\varphi$  w kolejnych przedziałach pośpieszności  $y_{NN}$  dla warunku  $p_T > 0,3$  GeV/c (Rysunek 30(b)).

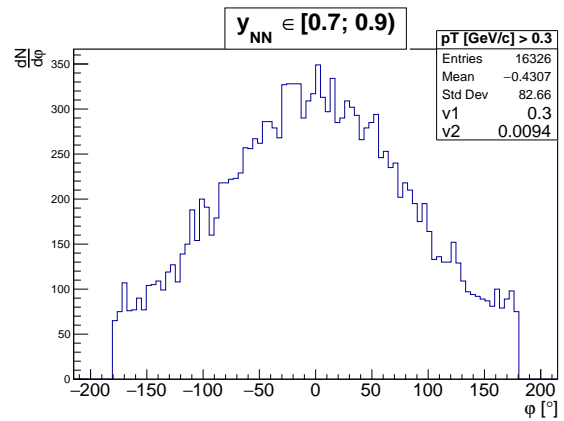
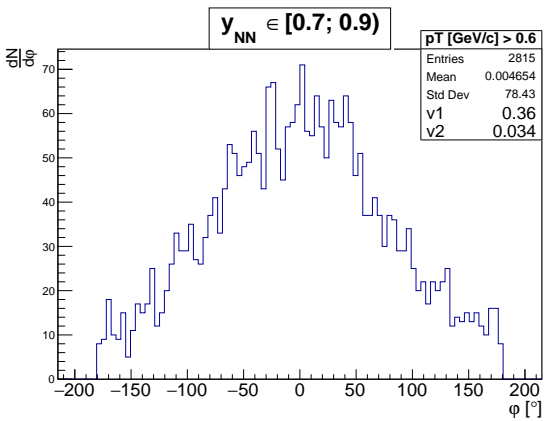
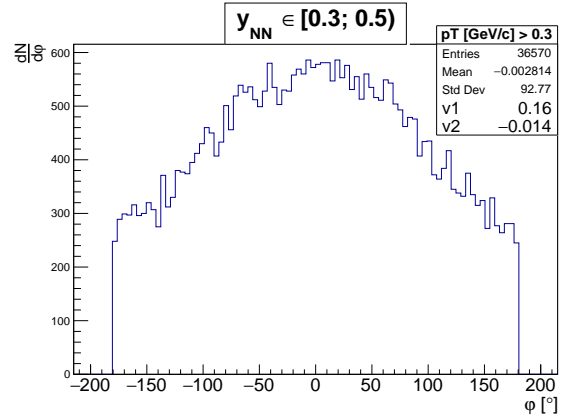
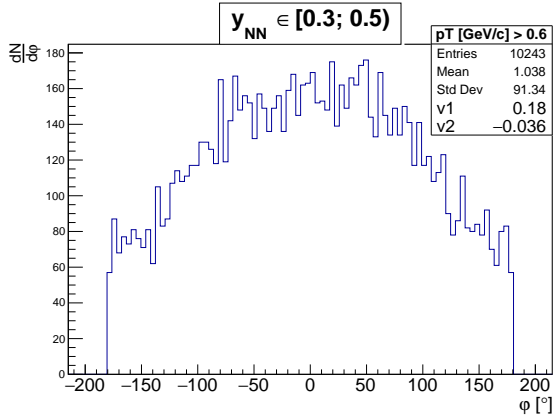
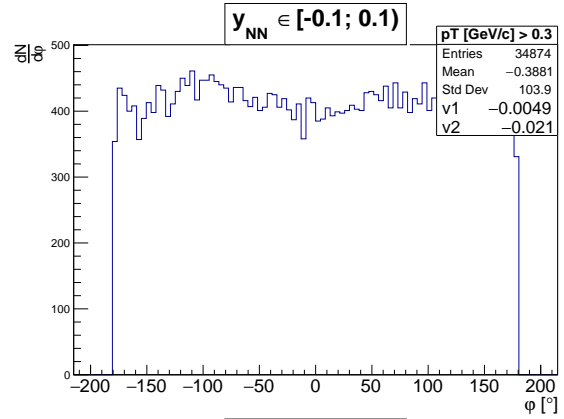
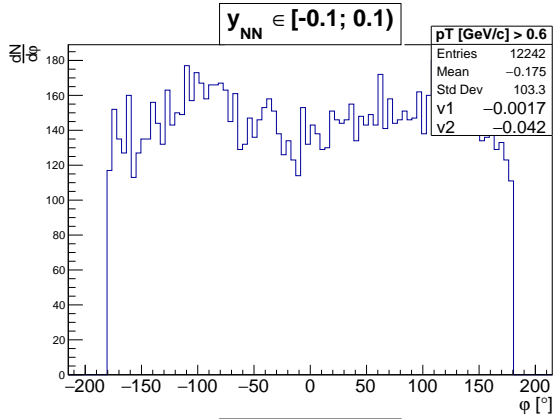
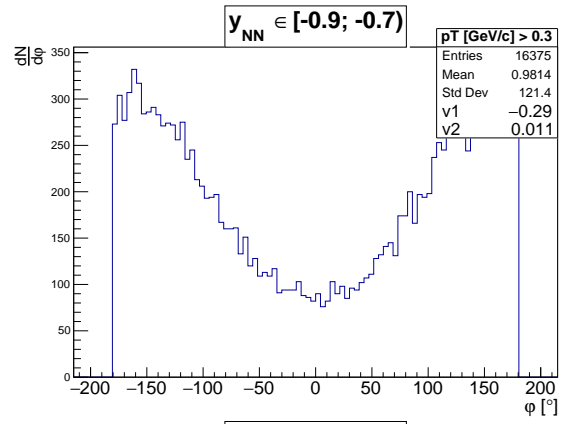
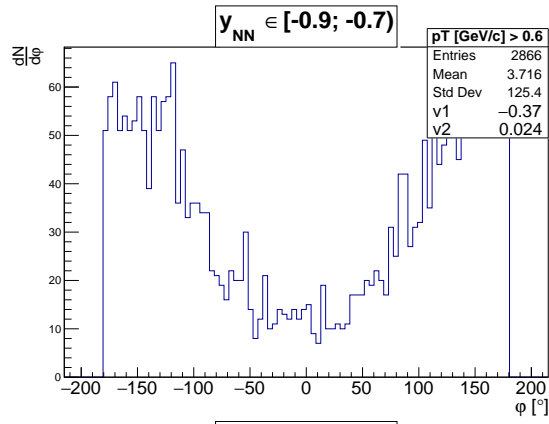
Protony-uczestnicy w zakresie pośpieszności  $y_{NN} \in [-0,9; -0,7)$  tzn. w okolicy obserwatora-tarczy preferują emisję pod kątem  $\varphi \approx 180^\circ$ , czyli przed płaszczyzną  $x < 0$ . Są to cząstki emitowane preferencyjnie przez obserwatora, którego tor ruchu po zderzeniu jąder jest przed płaszczyzną. Protony-uczestnicy w zakresie pośpieszności  $y_{NN} \in [0,7; 0,9)$  tzn. w okolicy obserwatora-wiązki preferują emisję pod kątem  $\varphi \approx 0^\circ$ , czyli za płaszczyzną  $x > 0$ . Są to cząstki emitowane



preferencyjnie przez obserwatora, którego tor ruchu po zderzeniu jąder jest za płaszczyzną. Zatem protony-uczestnicy emitowani przez obserwatorów preferują ruch w tym samym kierunku co obserwatorzy. Dla pośpieszności w okolicy obserwatorów tzn.  $y_{NN} \in [-0,9; -0,7]$  i  $y_{NN} \in [0,7; 0,9]$ , widoczny jest wiodący wkład pierwszej harmonicznej. Duży wkład pierwszej harmonicznej jest zauważalny zarówno dla pośpieszności  $y_{NN} < 0$  jak i dla  $y_{NN} > 0$ , co jest związane z preferencją kierunku protonów-uczestników zgodną z torem obserwatorów.

Jedynie w zakresie pośpieszności  $y_{NN} \in [-0,1; 0,1]$  tzn. w *strefie zderzenia* (ang. *midrapidity*) rozkład kąta  $\varphi$  pływu protonów różni się od pozostałych, rozkład jest bardziej jednorodny, ale można dostrzec, że kąt  $\varphi \approx \pm 90^\circ$  jest bardziej preferowany (jest to bardziej widoczne dla  $p_T > 0,6$  GeV/c niż  $p_T > 0,3$  GeV/c). Zatem protony-uczestnicy w *strefie zderzenia* preferują ruch wzdłuż osi OY. Dla tego przedziału pośpieszności zaczyna być zauważalny wkład drugiej harmonicznej w rozkładzie pływu protonów.

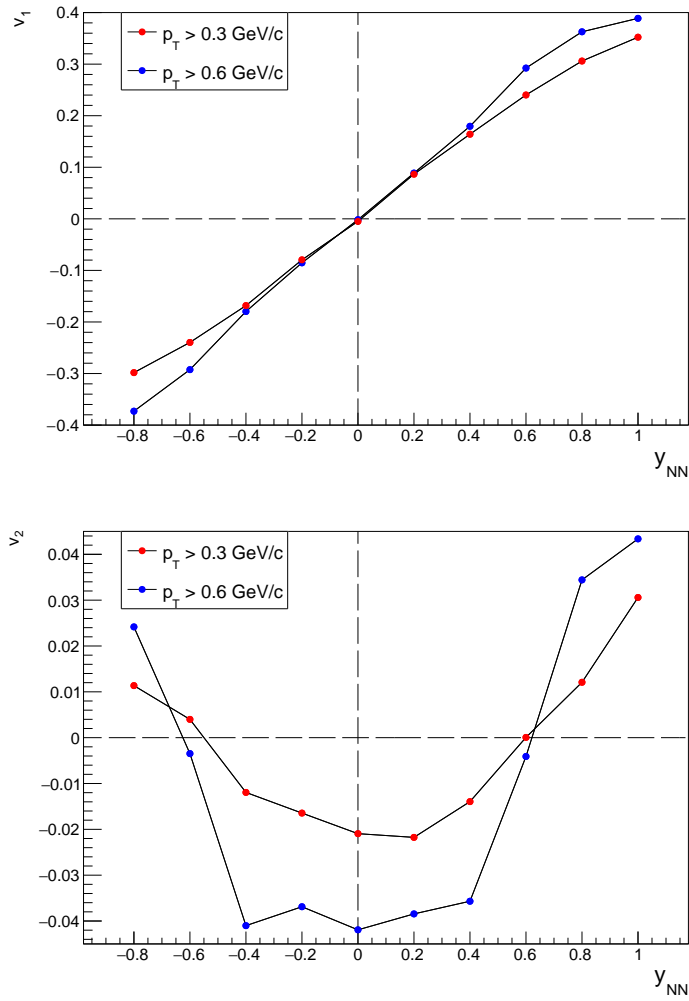
Następnie napisano program `TTree_flow.C`, który, w oparciu o drzewo ROOT z informacją o kącie  $\varphi$  cząstek, liczył współczynniki pływu  $v_1$  i  $v_2$  dla konkretnych przedziałów pośpieszności  $y_{NN}$ . Za pomocą programu `cV.C` uzyskano wykresy współczynników pływu  $v_1$  i  $v_2$  w funkcji  $y_{NN}$  (Rysunek 31). Otrzymano podobne zależności  $v_1$  i  $v_2$  od  $y_{NN}$  do wykresów w [5]. Wkład pierwszej harmonicznej  $v_1$  jest o rząd wielkości większy od wkładu drugiej harmonicznej  $v_2$ . Zaobserwowano następujące zależności:  $v_1 < 0$  dla  $y_{NN} < 0$ ,  $v_1 > 0$  dla  $y_{NN} > 0$  oraz  $v_1 \approx 0$  dla  $y_{NN} \approx 0$ . I właśnie dla  $y_{NN} \approx 0$  wartość współczynnika  $v_2$  staje się istotna dla pływu protonów. Wartości bezwzględne współczynników pływu  $v_1$  i  $v_2$  są większe dla  $p_T > 0,6$  GeV/c niż  $p_T > 0,3$  GeV/c.



(a)  $p_T > 0,6 \text{ GeV}/c$

(b)  $p_T > 0,3 \text{ GeV}/c$

Rysunek 30: Rozkłady kąta  $\varphi$  pływu protonów w zderzeniu  $^{197}\text{Au}+^{197}\text{Au}$  o parametrach: energia wiązki 1,2A GeV, parametr zderzenia  $b = 8 \text{ fm}$  i chwila czasu  $t = 200 \text{ fm}/c$ ; wraz z wartościami współczynników pływu  $v_1$   $v_2$



Rysunek 31: Wykres współczynników  $v_1$ ,  $v_2$  pływu protonów w zderzeniu  $^{197}\text{Au} + ^{197}\text{Au}$  o parametrach: energia wiązki  $1,2A$  GeV, parametr zderzenia  $b = 8$  fm i chwila czasu  $t = 200$  fm/c; punkt na osi  $y_{NN}$  jest środkiem badanego przedziału pośpieszczeni

## 7 Podsumowanie

W ramach Zespołowego Projektu Studenckiego realizowano projekt „Symulacje relatywistycznych zderzeń jąder atomowych”. Owe symulacje przeprowadzono w trzech modelach transportu: SMASH, PHSD oraz JAM/RQMD.RMF. Rozważano następujące zagadnienia:

- **Zasada zachowania pędu.** Tę zasadę sprawdzono w modelu SMASH i PHSD. W obu modelach jest spełniona zasada zachowania pędu.
- **Zasada zachowania energii.** Zachowanie tej zasady sprawdzono w modelu SMASH i jak wynika z przeprowadzonej w tym raporcie analizy, model SMASH spełnia zasadę zachowania energii.
- **Skład źródeł produkcji mezonów  $\pi$ .** W tym przypadku badano źródła, z których pochodzą mezony  $\pi$  podczas zderzenia w modelu SMASH. Z przeprowadzonej analizy wynika, że głównym źródłem produkcji jest rozpad barionów  $\Delta$  oraz  $N^*$ . Ponadto stwierdzono, że w skutek nieobsługiwania przez SMASH kanałów  $2 \rightarrow 3$  bezpośrednia produkcja pionów w kanałach  $NN \rightarrow NNX\pi$ , gdzie  $X \in [1, \dots]$ , jest śladowa.
- **Rozkłady energetyczne cząstek.** W tym zagadnieniu, w modelach: PHSD oraz SMASH, sprawdzano, czy rozkład energii kinetycznej można opisać rozkładem Boltzmanna. Przeprowadzona analiza pokazuje, że żaden z modeli nie opiuje w pełni rozkładu energetycznego cząstek  $\pi^+$  rozkładem Boltzmanna.
- **Sprawdzanie spistości jądra atomowego.** To zagadnienie miało na celu sprawdzenie, czy któryś z badanych modeli (SMASH, PHSD, JAM/RQMD.RMF) utrzymuje kształt i rozmiar jądra w czasie trwania symulacji. Jak wynika z przeprowadzonej analizy, w modelach SMASH i PHSD, następuje puchnięcie jądra.
- **Rekonstrukcja kąta  $\varphi_r$  płaszczyzny reakcji i wpływ protonów.** Analizę tę przeprowadzono w modelu SMASH. Wykonano wizualny podział cząstek na obserwatorów i uczestników (model geometryczny „participants-spectators”) dla zderzeń o różnych parametrach zderzenia. Przy pomocy tego podziału określono preferencję kątową emisji danego typu cząstek – cząstki-uczestnicy emitują w szerszym przedziale kątowym niż cząstki-obserwatorzy, które preferują emisję tylko pod mniejszymi kątami. Potwierdzono także, że w modelu SMASH płaszczyzna reakcji jest zgodna z układem laboratoryjnym. Zbadano też preferencję kierunku lotu protonów-uczestników w płaszczyźnie poprzecznej do osi wiązki. W tym przypadku podział wizualny cząstek na obserwatorów i uczestników okazał się niedokładny i zastosowano inny podział, a mianowicie, że w układzie własnym jądra nukleony w jądrze atomowym poruszają się z pędem Fermiego, zatem protony o pędzie większym od pędu Fermiego będą cząstkami-uczestnikami. Protony-uczestnicy w tzw. okolicy obserwatora-tarczy preferują emisję przed płaszczyzną  $x < 0$ , natomiast w tzw. okolicy obserwatora-wiązki preferują emisję za płaszczyzną  $x > 0$ . Jest to związane z tym, że cząstki te są emitowane przez obserwatorów i preferują ruch w tym samym kierunku co obserwatorzy. Protony-uczestnicy w *strefie zderzenia* preferują ruch wzdłuż osi OY.

## Literatura

- [1] Root – official website. <https://root.cern.ch/>.
- [2] Smash – official website. <https://smash-transport.github.io/>.
- [3] B. Hang *et al.* (FOPI Collaboration). *Phys. Lett. B*, 507(115), 1997.
- [4] B. Hang *et al.* (FOPI Collaboration). *Phys. Rev. C*, 71(034902), 2005.
- [5] J.Mohs *et al.* Collective flow at sis energies within a hadronic transport approach: Influence of light nuclei formation and equation of state. arXiv:2012.11454 [nucl-th], 2020.
- [6] C.Pinkenburg *et al.* (E895 Collaboration). *Phys. Rev. Lett.*, 83, 1295 (1999).
- [7] S. Eidelman *et al.* (Particle Data Group). Light unflavored mesons. <http://pdg.lbl.gov>, 2004.
- [8] J.Weil *et al.* (SMASH Collaboration). *Phys. Rev. C*, 94, 054905 (2016).
- [9] K. Piasecki. Fizyka zderzeń relatywistycznych jąder. Wykłady monograficzne z fizyki jądrowej.
- [10] The PHSD Team. Parton-hadron-string dynamics transport approach. user guide. <https://drive.google.com/file/d/1wXWP9j6nlihYkeTJZXITksJPpNf2vih8/view>, 2019.