

Wstęp do Optyki i Fizyki Materii Skondensowanej

Ćwiczenia 4

Zadanie 1

Układ poziomów energetycznych jednoelektronowego stanu $n = 2$ w atomie litu różni się istotnie od obserwowanego w atomie wodoru. Występujące ekranowanie jądra przez zamkniętą powłokę $n = 1$ powoduje zaburzenie potencjału kulombowskiego i zdjęcie przypadkowej degeneracji stanów o danym n ale różnych l .

Ponieważ energia potencjalna elektronu w pobliżu jądra jest równa

$$V_0 = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

natomiast w dużej odległości

$$V_\infty = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

więc prostym przybliżeniem takiego potencjału jest funkcja:

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} - \frac{(Z-1)e^2}{4\pi\epsilon_0 r} e^{-\frac{b}{a}r}$$

gdzie b jest parametrem, który należy dobrać na podstawie danych doświadczalnych.

Znaleźć zaburzenie energii stanów $n = 2$ atomu wodoropodobnego o $Z = 3$ wywołane powyższą modyfikacją energii kulombowskiej.

Wyznaczone doświadczalnie energie stanów w atomie litu wynoszą:

$E_{2p} = -3.53$ eV, $E_{2s} = -5.37$ eV, $E_{3s} = -2.00$ eV, $E_{3p} = -1.54$ eV, $E_{3d} = -1.51$ eV.

Funkcje falowe atomu wodoru

$\psi_{nlm} = R_{nl}(r) \cdot Y_{lm}(\theta, \varphi)$, gdzie:

$$R_{10} = 2 \left(\frac{Z}{a} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{Zr}{a}\right)$$

$$R_{20} = 2 \left(\frac{Z}{2a} \right)^{3/2} \left(1 - \frac{Zr}{2a} \right) \exp\left(-\frac{Zr}{2a}\right)$$

$$R_{30} = 2 \left(\frac{Z}{3a} \right)^{3/2} \left(1 - 2\frac{Zr}{3a} + \frac{2}{3} \left(\frac{Zr}{3a} \right)^2 \right) \exp\left(-\frac{Zr}{3a}\right)$$

$$R_{21} = \left(\frac{Z}{2a} \right)^{3/2} \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{Zr}{2a} \exp\left(-\frac{Zr}{2a}\right)$$

$$R_{31} = \left(\frac{Z}{3a} \right)^{3/2} \frac{4\sqrt{2}}{3} \frac{Zr}{3a} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{Zr}{3a} \right) \exp\left(-\frac{Zr}{3a}\right)$$

$$Y_{00} = \sqrt{\frac{1}{4\pi}}, \quad Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta, \quad Y_{1\pm 1} = \sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta \cdot e^{\pm i\varphi}$$

Przydatna całka: $\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$