

Elementy elektroniki półprzewodnikowej – dioda, tranzystor

Tomasz Słupiński
Zakład Fizyki Ciała Stałego IFD UW

6.04.2016

Pracownia Fizyczna i Elektroniczna,
dla Inżynierii Nanostruktur oraz
Energetyki i Chemii Jądrowej

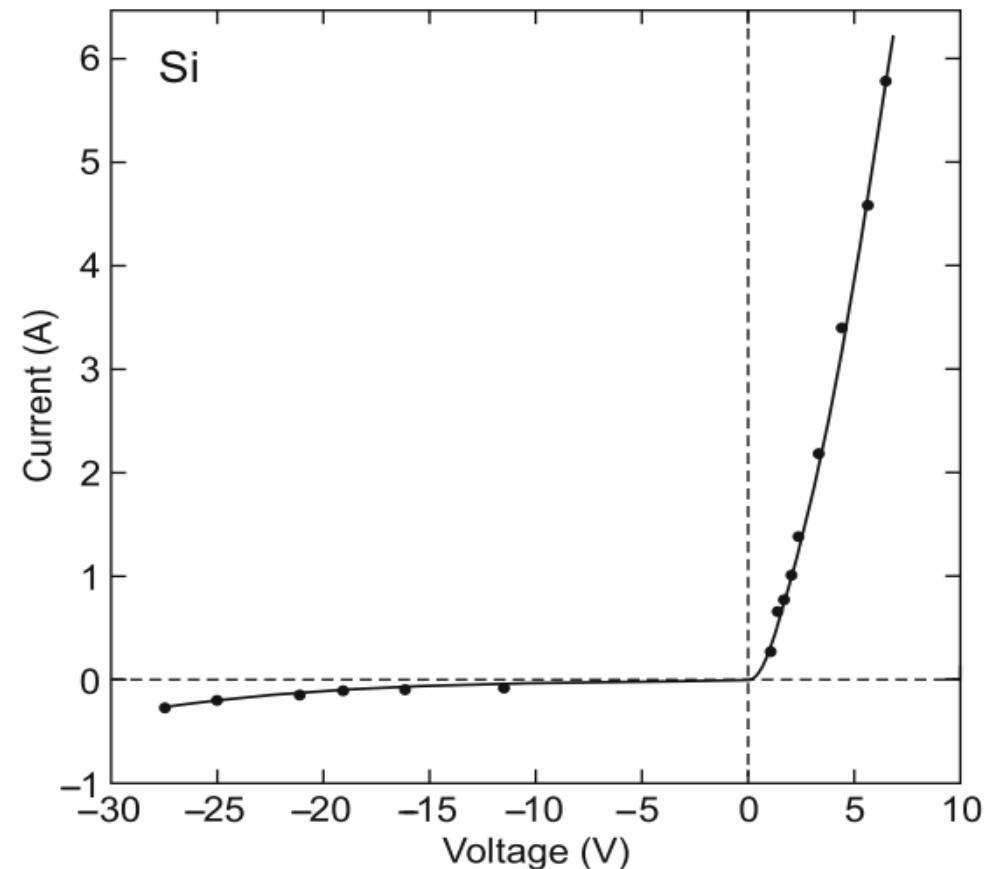
Plan wykładu

- 1. Przewodnictwo ciał stałych – przewodniki, izolatory, półprzewodniki**
- 2. Dioda półprzewodnikowa**
 - zasada działania
 - rodzaje diod półprzewodnikowych i ich zastosowania (prostownicza, pojemnościowa, Zenera, LED, fotodiody, ogniwo fotowoltaiczne)
 - element nieliniowy jako mieszacz częstotliwości prądu przemiennego
 - omówienie ćwiczenia dot. diody
- 3. Tranzystor**
 - zasada działania tranzystora bipolarnego (nnp, pnp)
 - podstawowe układy wzmacniacza z tranzystorem
 - omówienie ćwiczenia dot. tranzystora
 - kilka słów o tranzystorach unipolarnych (MOSFET)
- 4. Krótkie omówienie technologii wytwarzania przyrządów półprzewodnikowych** (- będzie przeniesione na wykład W4)

Podczas tego wykładu chcemy zrozumieć skąd pochodzi skrajnie nieliniowa zależność natężenia prądu od napięcia dla diody półprzewodnikowej p-n oraz jakie to ma dalsze konsekwencje dla tzw. elektroniki półprzewodnikowej

Patent dot. diody półprzewodnikowej pn krzemowej

R.S. Ohl, Alternating current rectifier,
US patent 2,402,661,
filed 1941, awarded 1946



Mikroskopowy opis prądu elektrycznego

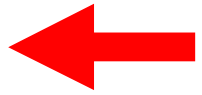
Natężenie prądu [A - amper]

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}; \quad I = \frac{dQ}{dt}$$

Gęstość prądu w przewodniku [A/m²]

$$j = \frac{I}{S} = n \cdot q \cdot v$$

pole przekroju przewodnika \rightarrow S \leftarrow j
 koncentracja nośników ładunku w przewodniku [1/cm³] = ilość nośników na jednostkę objętości \rightarrow n
 ładunek nośnika, dla elektronu $q = -e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C \rightarrow q
 prędkość nośników prądu \rightarrow v



Prawo Ohma

$$j = \sigma \cdot E; \quad E = -\frac{\Delta V}{\Delta l}$$

- natężenie pola elektrycznego = (różnica potencjałów) / (odległość)

oporność właściwa [$\Omega \cdot m$]

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

przewodnictwo właściwe

$$\frac{1}{\rho} = \sigma = n \cdot q \cdot \mu$$

$$v = \mu \cdot E$$

ruchliwość nośnika prądu
 - wiąże prędkość nośnika z natężeniem pola elektrycznego, opisuje hamowanie ruchu nośnika (rozpraszanie nośników),
 $\mu = \text{const}$ dla małych natężeń pola E

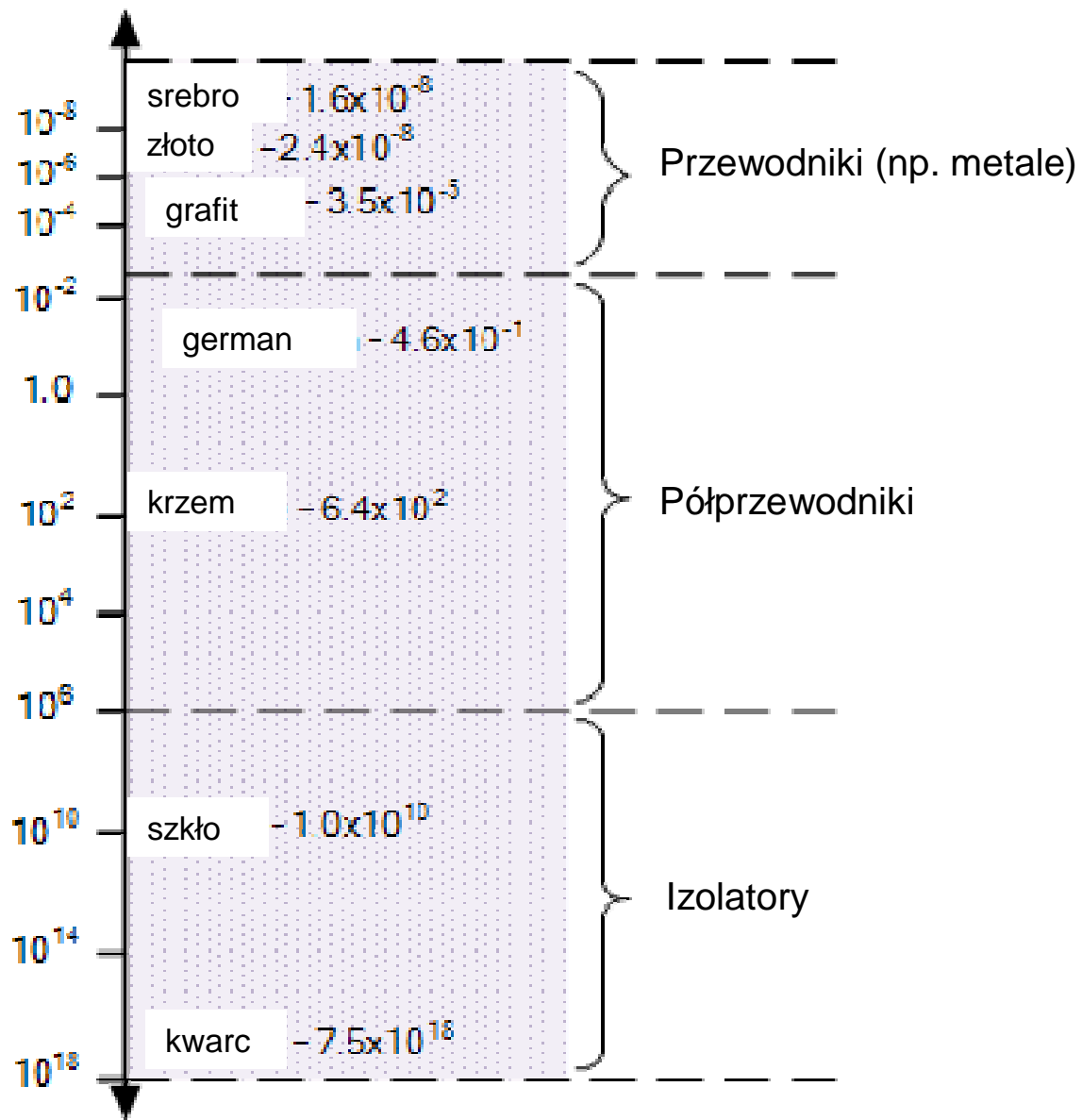
W **metalach** ruchliwość maleje ze wzrostem temperatury (silniejsze rozpraszanie przez drgające atomy) - oporność właściwa rośnie.

W **półprzewodnikach** rośnie koncentracja nośników prądu przy wzroście temperatury – oporność właściwa maleje.

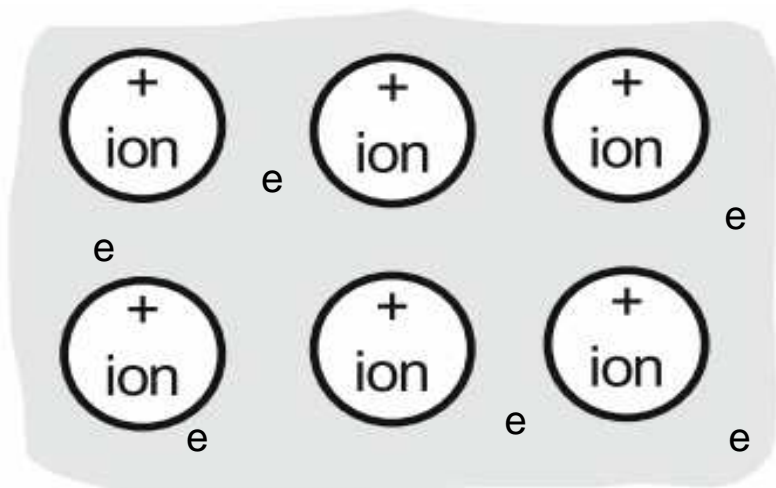
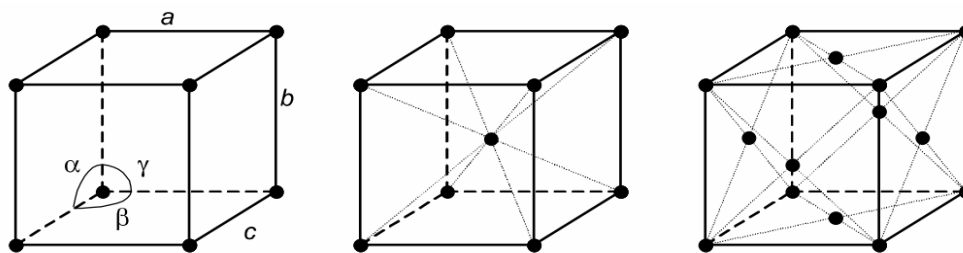
Przewodnictwo ciał stałych – przewodniki, izolatory, półprzewodniki

Oporność właściwa

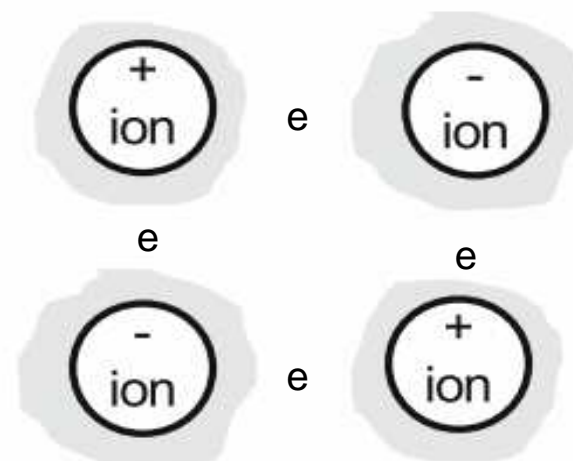
$\Omega\cdot m$



Ciało stałe – ma postać krystaliczną
- atomy ułożone w periodyczną sieć przestrzenną

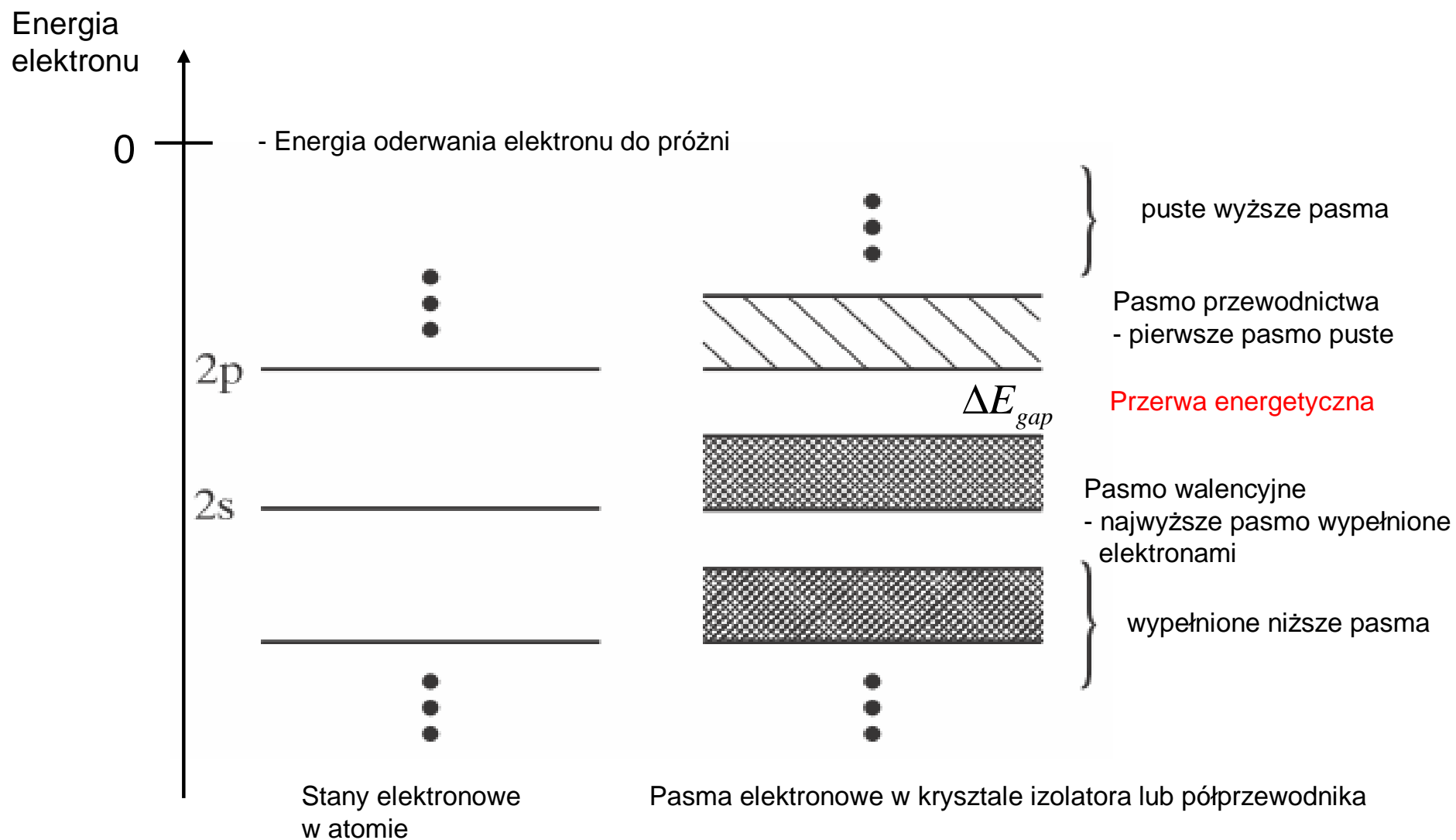


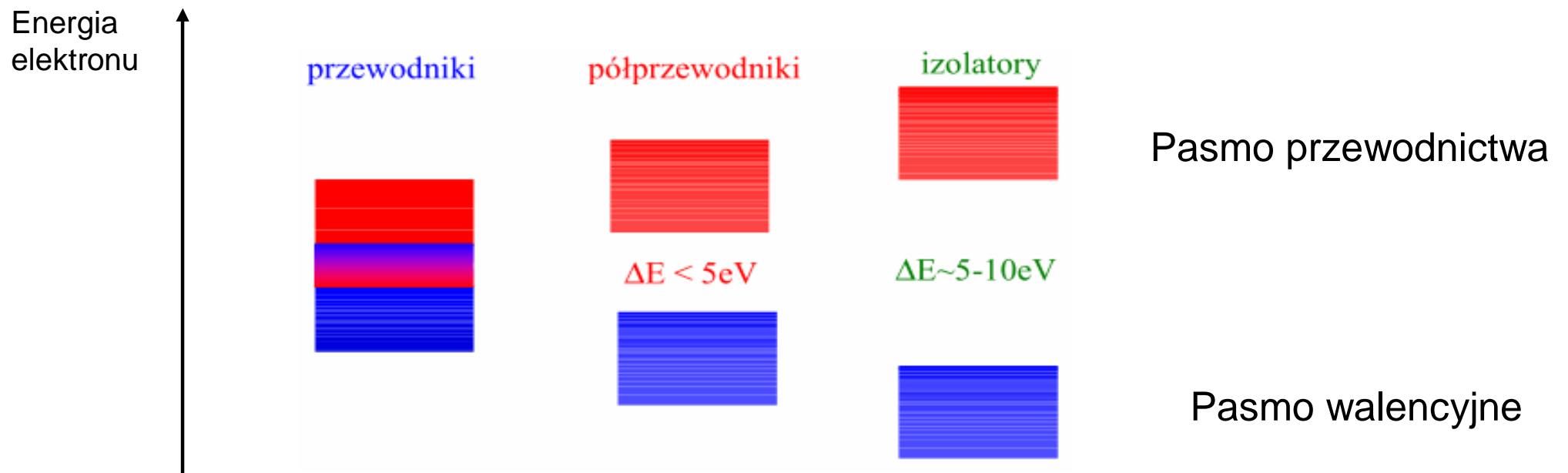
Model kryształu metalu
- istnienie elektronów swobodnych
przemieszczających się po całym
kryształe



Model kryształu kowalencyjno-jonowego
- elektrony walencyjne są zlokalizowane w
wiązaniach między atomami

W kryształach elektrony mogą mieć energie z pewnych zakresów (pasma energetyczne)





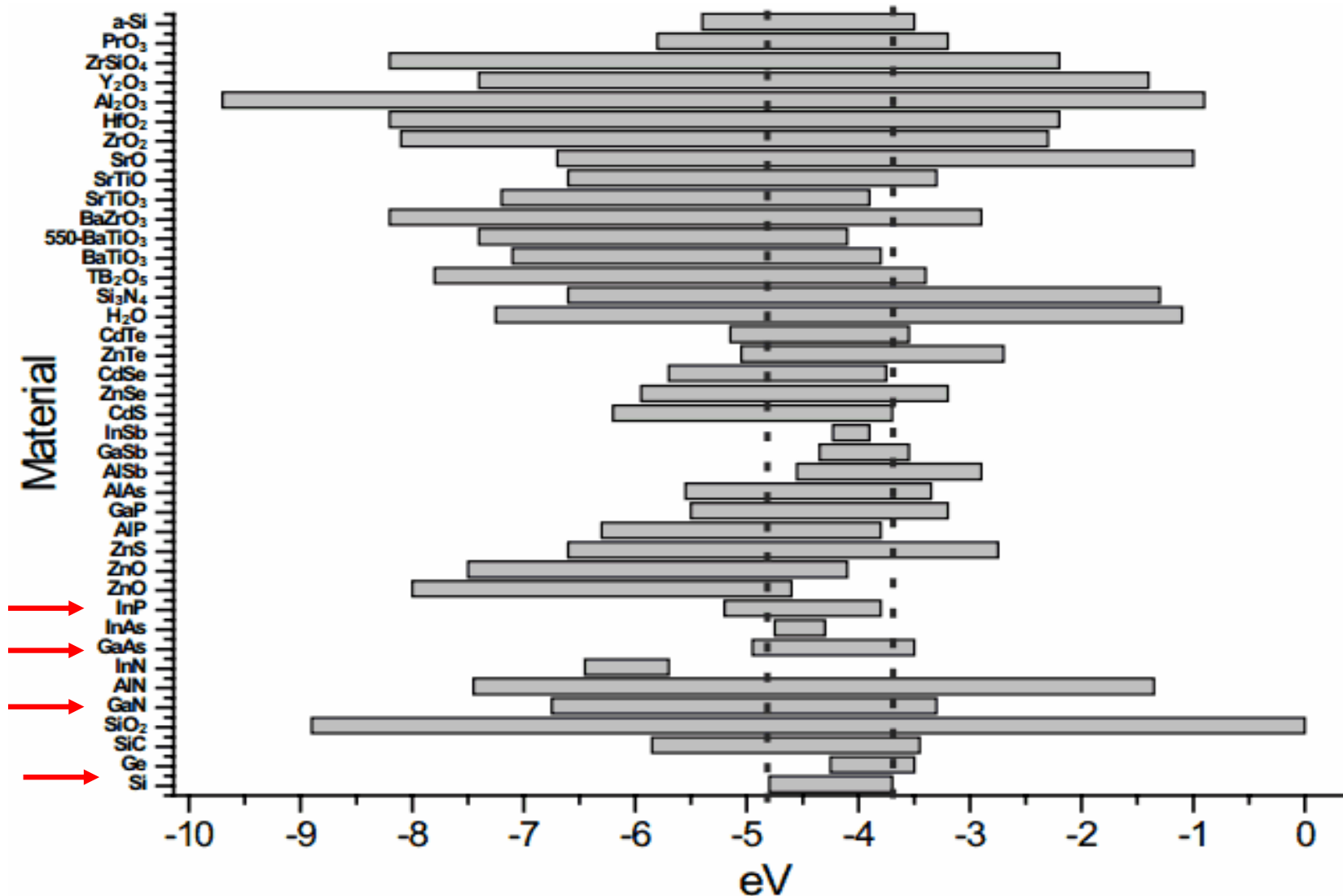
Przewodniki (metale) – pasmo wypełnione częściowo (np. Na) lub pasma wypełnione i puste częściowo przekrywają się (np. Zn), ilość nośników prądu $n \sim 10^{22} \text{ cm}^{-3} \sim$ = koncentracji atomów w kryształe

Izolatory – pasmo przewodnictwa rozdzielone dużą przerwą energetyczną od pasma walencyjnego $n < \sim 10^7 \text{ cm}^{-3}$

Półprzewodniki – pasma przewodnictwa i walencyjne są rozdzielone niewielką przerwą energetyczną $n \sim 10^{13} \div 10^{19} \text{ cm}^{-3}$

Elektrony w pasmie **całkowicie zapełnionym** nie przewodzą prądu elektrycznego !!!
 - muszą być dostępne niezapełnione stany elektronowe w pasmie aby móc rozpędzić elektrony polem elektrycznym. $j = n \cdot e \cdot v$

W półprzewodnikach jest pewna ilość nośników prądu w pasmie przewodnictwa wzbudzonych termicznie (koncentracja samoistna) lub dostarczając elektronom energię $> \Delta E_{gap}$ przez oświetlenie



Przerwa energetyczna w różnych materiałach półprzewodnikowych lub izolatorach

Ge: 0.66 eV, Si: 1.1 eV,
 GaAs 1.4eV, AlAs: 2.2 eV, InAs: 0.4 eV
 GaN: 3.4 eV, AlN: 6.2 eV, InN: 0.8 eV

$$1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

			13	14	15	16	17			
			5 B 2p1	6 C 2p2	7 N 2p3	8 O 2p4	9 F 2p5			
			13 Al 3p1	14 Si 3p2	15 P 3p3	16 S 3p4	17 Cl 3p5			
10	11	12	28 Ni 3d8 4s2	29 Cu 3d10 4s1	30 Zn 4s2	31 Ga 4p1	32 Ge 4p2	33 As 4p3	34 Se 4p4	35 Br 4p5
			46 Pd 4d10	47 Ag 5s1	48 Cd 5s2	49 In 5p1	50 Sn 5p2	51 Sb 5p3	52 Te 5p4	53 I 5p5
			78 Pt 5d9 6s1	79 Au 5d10 6s1	80 Hg 6s2	81 Tl 6p1	82 Pb 6p2	83 Bi 6p3	84 Po 6p4	85 At 6p5
			110 Unn 6d9 7s1	111 Unu 6d10 7s1						

Legend ✕

Metal

Non-metal

Metalloid

Najszerzej wykorzystywane materiały półprzewodnikowe (grupa IV; związki III-V; II-VI):

Si - produkowane jest 10^{20} tranzystorów krzemowych rocznie !!!

SiC, Ge,

GaAs, AlAs, InAs, GaSb, AlSb, InSb

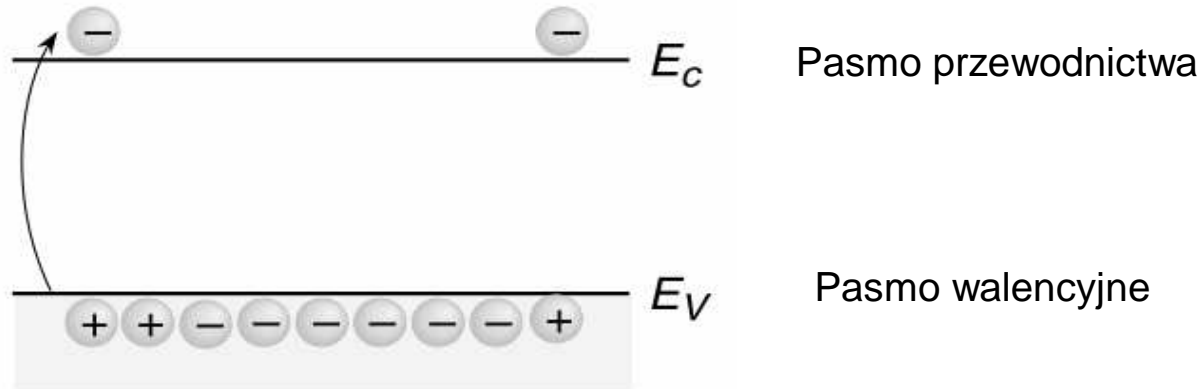
GaN, AlN, InN

CdTe, HgTe, ZnTe, ZnSe, CdSe

Elektrony i dziury – dwa rodzaje nośników prądu

- Zabranie elektronu z całkowicie wypełnionego pasma walencyjnego umożliwia przeniesienie prądu w pasmie walencyjnym

dziura – zachowuje się jak dodatni nośnik prądu elektrycznego



Koncentracje elektronów i dziur równowagowe w temperaturze T:

$$n \cdot p = (const) \cdot e^{-\frac{E_g}{kT}} \quad k = \frac{R}{N_A} \text{ - stała Boltzmana} \quad kT = 0.025 \text{ eV} \quad \text{dla} \quad T = 300 \text{ K}$$

n – koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa

p – koncentracja dziur w pasmie walencyjnym

$$\sigma = n \cdot e \cdot \mu_{elektron} + p \cdot e \cdot \mu_{dziura} \quad \text{- przewodnictwo elektronowe i dziurowe}$$



Można tworzyć nierównowagowe (chwilowe) koncentracje elektronów i dziur przez:

- **oświetlenie** fotonami o energii $> E_{\text{gap}}$ (**generacja** światłem)
- **wstrzykiwanie** elektronów lub dziur z innego materiału (metal, półprzewodnik)

Nierównowagowe elektrony i dziury **rekombinują** (elektron „zapełnia” dziurę) po czasie życia $\sim \text{ns} - \mu\text{s}$.

W swoim czasie życia elektrony i dziury mogą się przemieszczać i przenosić prąd.

Domieszkowanie półprzewodnika

– możliwość trwałego **domieszkowania elektrycznego** (przez dodawanie innych chemicznie atomów) to najważniejsza cecha umożliwiająca zastosowania półprzewodników !!!

Nie każdy związek chemiczny w postaci krystalicznej daje się domieszkować elektrycznie – i nie do końca wiadomo dlaczego !!!

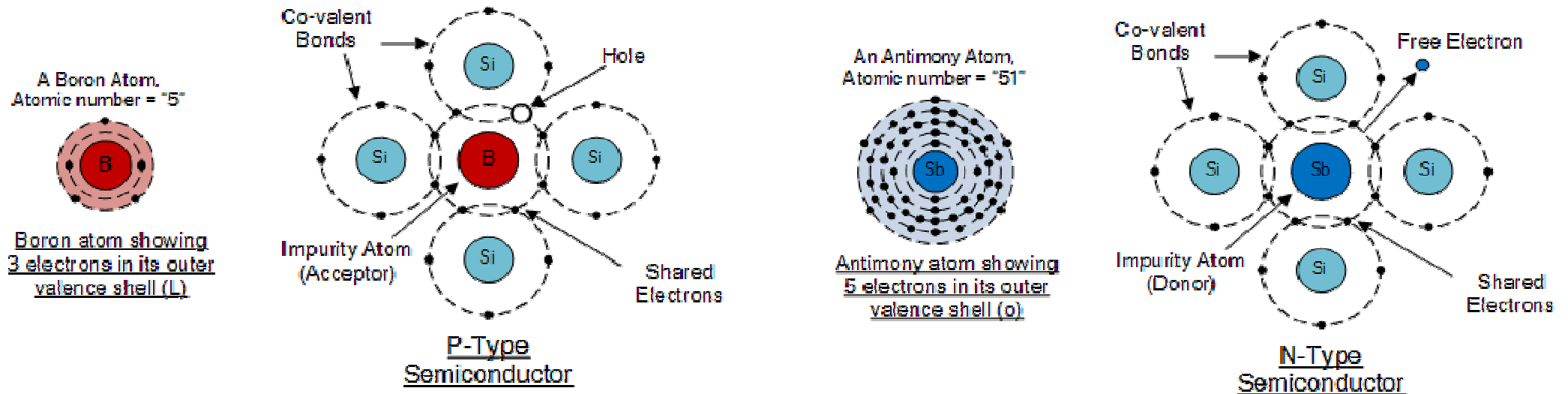
Użyteczne półprzewodniki to tylko takie materiały, które dają się trwale domieszkować elektrycznie np.: Si, Ge, AlGaInAs, GaAlInN, itp.

Domieszkowanie – zwiększanie koncentracji nośników prądu i zmiana typu nośników poprzez dodanie domieszek: donorów (dających przewodnictwo typu n – elektronowe) lub akceptorów (przewodnictwo typu p – dziurowe):

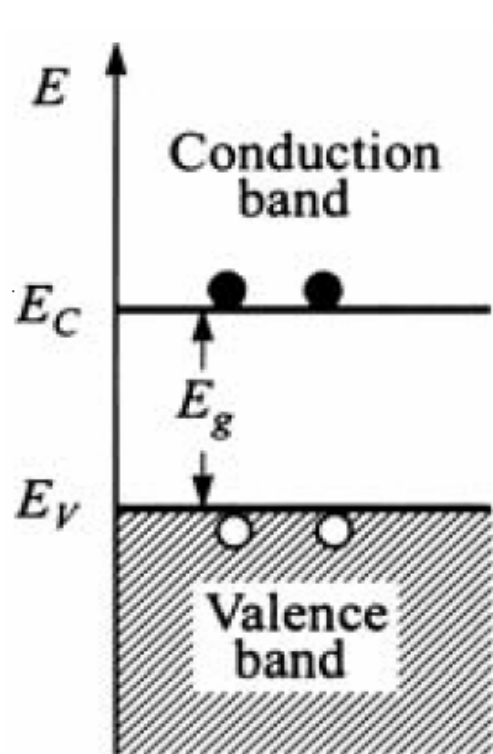
- półprzewodnik typu n - większościami nośnikami prądu są elektrony, np. Si:Sb (Sb jest donorem w Si)
- półprzewodnik typu p - większościami nośnikami są dziury, np. Si:B (bor B jest akceptorem w Si)

Półprzewodnik typu p,
np. Si domieszkowany borem Si:B

Półprzewodnik typu n,
np. Si domieszkowany antymonem Si:Sb



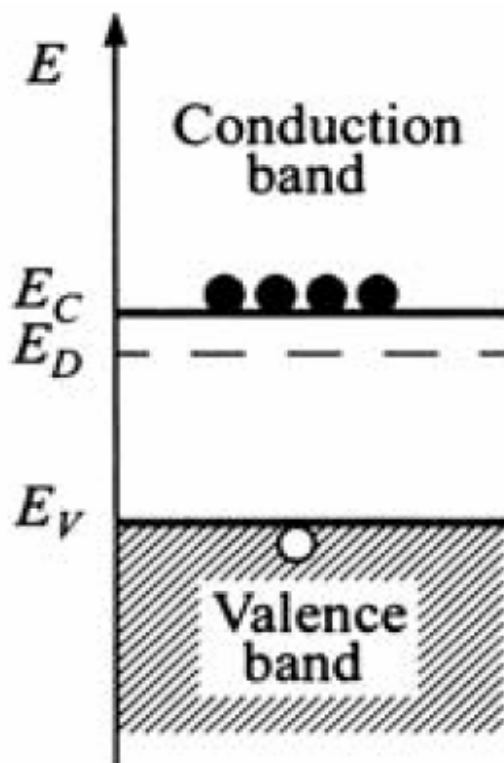
Pasmo walencyjne (E_V) – pasmo przewodnictwa (E_C) – przerwa energetyczna - domieszkowanie



Półprzewodnik samoistny

$$n = p = n_i$$

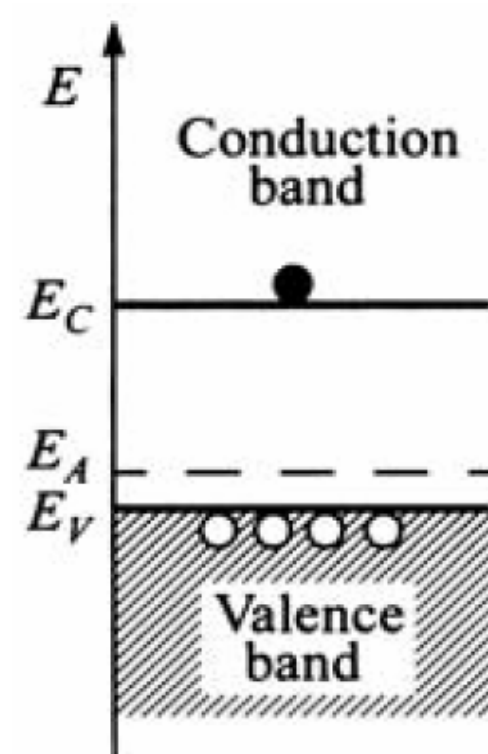
n_i – koncentracja samoistna



Półprzewodnik domieszkowany typu n

$$n = p + N_D$$

N_D – koncentracja atomów donora



Półprzewodnik domieszkowany typu p

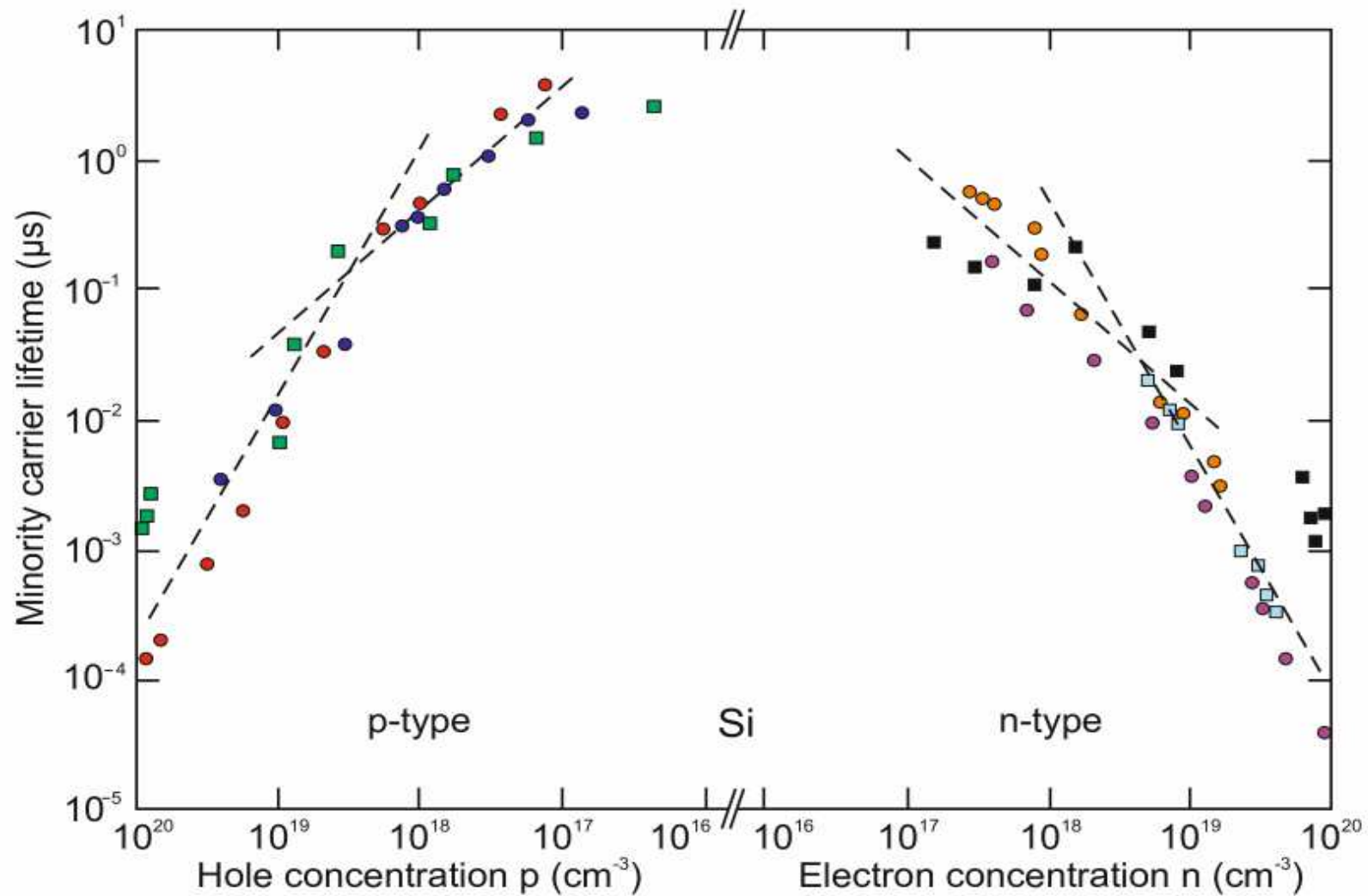
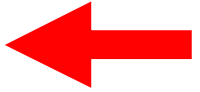
$$p = n + N_A$$

N_A – koncentracja atomów akceptora

Czas życia nośników mniejszościowych (po ich wstrzyknięciu lub generacji światłem)

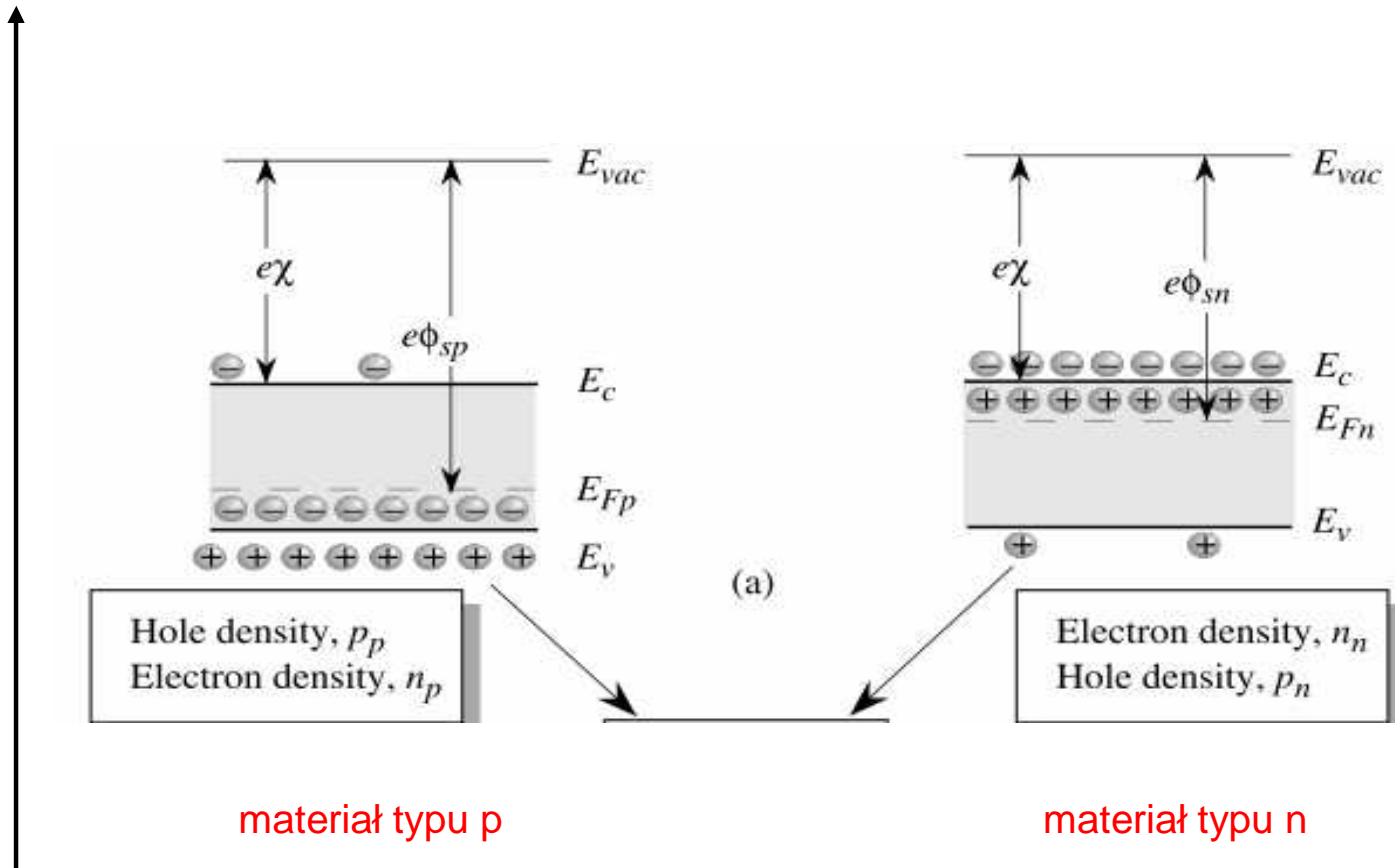
Nośniki mniejszościowe:

- dziury w półprzewodniku typu n, koncentracje: $p_n \ll n_n$
- elektrony w półprzewodniku typu p, $n_p \ll p_p$



Tworzenie złącza pn z półprzewodnika typu p i typu n

Energia elektronu

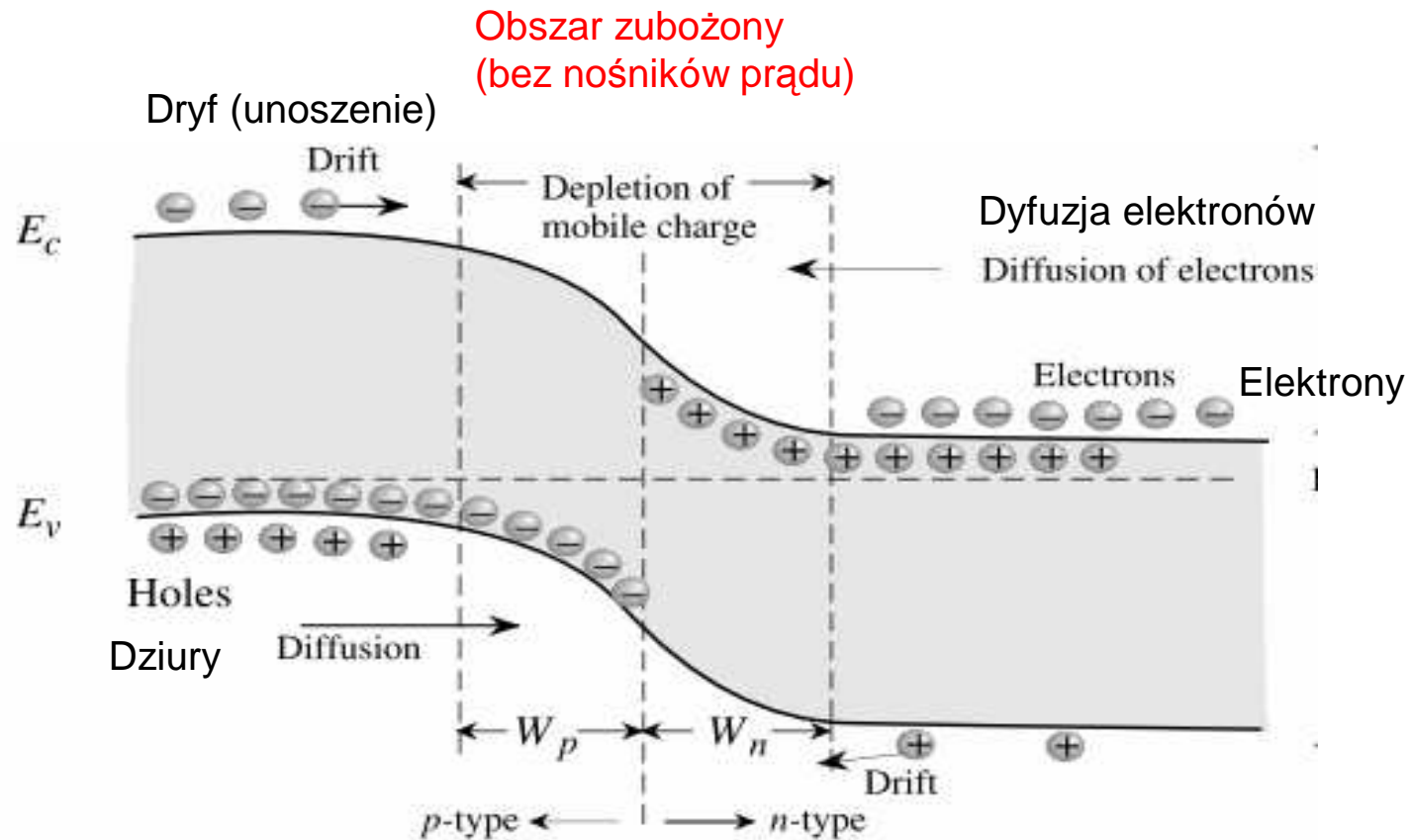


materiał typu p

materiał typu n

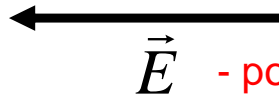
Złącze pn

Energia elektronu



materiał typu p

materiał typu n

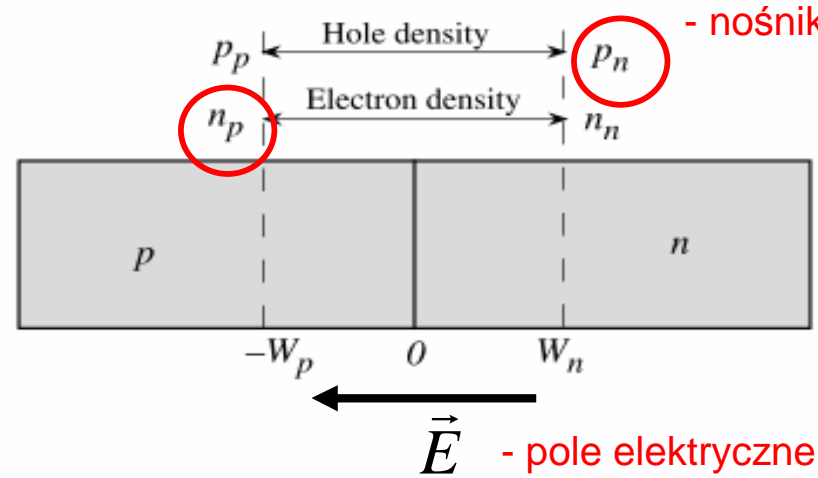


\vec{E} - pole elektryczne w obszarze zubożonym złącza

Dyfuzja – przepływ cząstek z obszaru o większej koncentracji cząstek do obszaru o mniejszej
 Dryf – unoszenie cząstek naładowanych w polu elektrycznym

W złączu wytwarza się równowaga między przepływem elektronów i dziur przez dyfuzję i przez dryf, prąd dyfuzji (nazywany też rekombinacji) = prąd dryfu (nazywany też generacji)

Złącze pn bez zasilania

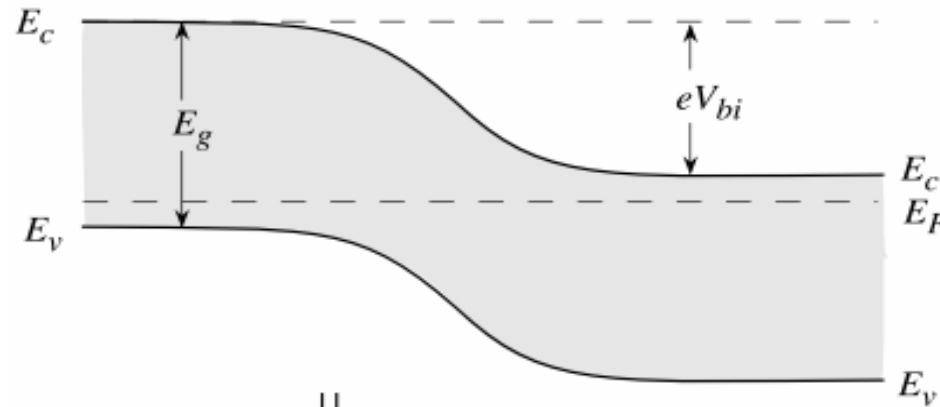


- nośniki mniejszościowe

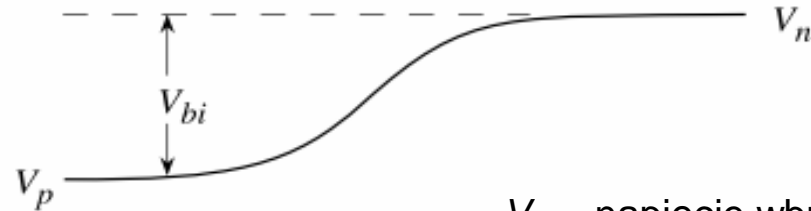
Szerokość obszaru zubożonego w złączu:

$$W_n + W_p \sim 100nm \div 10\mu m$$

Energia elektronu



Potencjał elektryczny

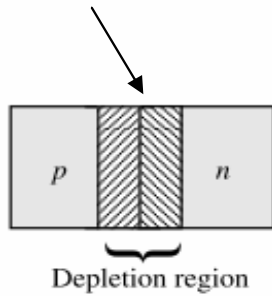


V_{bi} – napięcie wbudowane w złączu

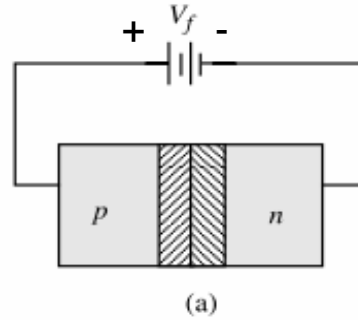


Złącze pn przy zewnętrznym zasilaniu

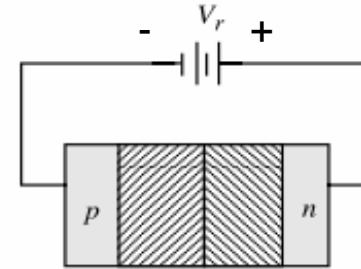
Obszar zubożony
(bez nośników prądu)



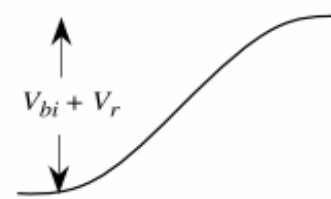
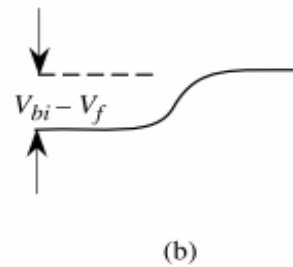
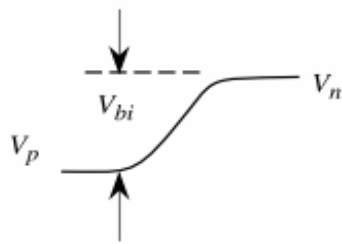
Zasilanie w kierunku
przewodzenia



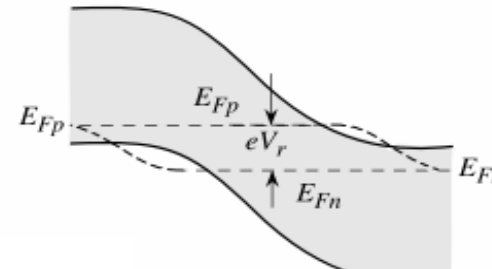
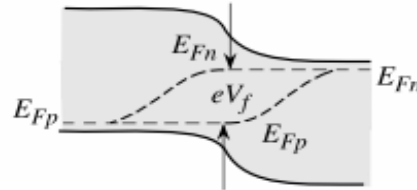
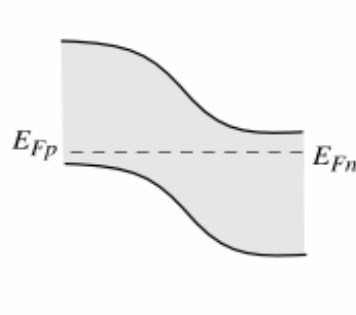
Zasilanie w kierunku
zaporowym



Potencjał
elektryczny

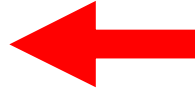


Energia
elektronu



- zmniejsza się szerokość obszaru zubożonego,
- zmniejsza się bariera energii do pokonania przez nośniki,
- **wzrasta** prąd dyfuzji nośników

- zwiększa się szerokość obszaru zubożonego,
- zwiększa się bariera energii do pokonania przez nośniki,
- **maleje** prąd dyfuzji nośników



Chcemy zrozumieć jak zależy prąd płynący przez złącze pn od przyłożonego napięcia – zaczynamy od odrobiny termodynamiki:

Rozkład Boltzmana – dotyczący statystyki cząstek w polu sił

(użyteczny dla nas zanim poznacie to na wykładach z termodynamiki)

Jeśli cząstki mogą być w położeniach o energiach E_1 lub $E_2 > E_1$, to ile cząstek będzie w równowadze w temperaturze T w każdym z tych położzeń?

Boltzman stwierdził, że:

(N_1 – ilość cząstek będących w położeniach o energii E_1 ,
 N_2 – ilość cząstek będących w położeniach o energii E_2)

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$$

Przykład – powietrze o temperaturze T w polu grawitacyjnym Ziemi

$$\begin{array}{c}
 \overline{h_0 + dh} \\
 \overline{h_0} \\
 \downarrow \vec{g} \\
 p(h_0 + dh) = p(h_0) + dp \\
 p(h_0)
 \end{array}$$

Gęstość gazu:

ilość cząsteczek gazu w objętości V

$$pV = \frac{N}{N_A} RT = NkT \quad k = \frac{R}{N_A} \text{ - stała Boltzmana}$$

$$\rho = \frac{m \cdot N}{V} = \frac{m \cdot p}{kT}$$


$$dp = -\rho g \cdot dh = -\frac{mgp}{kT} dh \quad \frac{dp}{p} = -\frac{mg}{kT} dh$$

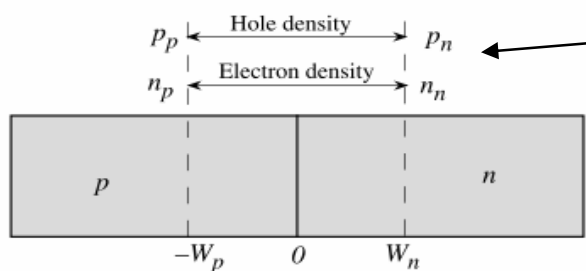
Rozwiązanie równania:

$$p(h_2) = p(h_1) \cdot e^{-\frac{mg(h_2 - h_1)}{kT}}$$

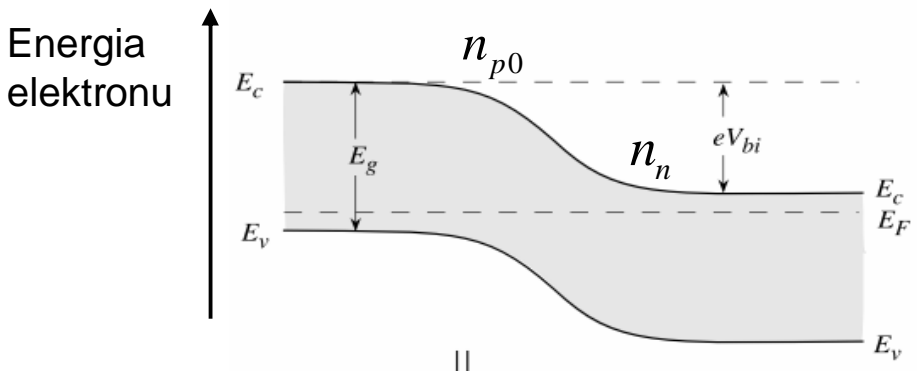
- wzór barometryczny,
 przy powierzchni Ziemi: $\frac{\Delta p}{\Delta h} = -1/9 \text{ mbar} / \text{m}$

Ilość cząsteczek w gazie jest proporcjonalna do ciśnienia, więc:

$$N_2 = N_1 \cdot e^{-\frac{mg(h_2 - h_1)}{kT}} = N_1 \cdot e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$$




koncentracje dziur i elektronów na granicach warstwy zubożonej po stronie p i n złącza



Z rozkładu Boltzmana:

$$\frac{n_{p0}}{n_n} = e^{-\frac{eV_{bi}}{kT}} \quad \frac{n_p}{n_n} = e^{-\frac{e(V_{bi}-V_f)}{kT}}$$

Indeks 0 oznacza przypadek bez przyłożonego napięcia V_f do złącza pn.

Czyli przyłożenie napięcia V_f w kierunku przewodzenia (forward) zwiększa koncentrację elektronów (nośników mniejszościowych po stronie p) o:

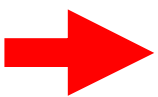
$$\Delta n_p = n_p - n_{p0} = n_{p0} \left(e^{\frac{eV_f}{kT}} - 1 \right)$$

i tak samo zwiększa ilość dziur po stronie n :

$$\Delta p_n = p_n - p_{n0} = p_{n0} \left(e^{\frac{eV_f}{kT}} - 1 \right)$$

Prąd płynący przez złącze w funkcji V_f :

$$I = I_e + I_h; \quad I_e \sim \Delta n_p; \quad I_h \sim \Delta p_n$$

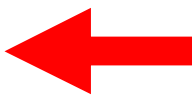


$$I(V_f) = I_0 \cdot \left(e^{\frac{eV_f}{kT}} - 1 \right)$$

- Wzór Shockley'a dla diody pn

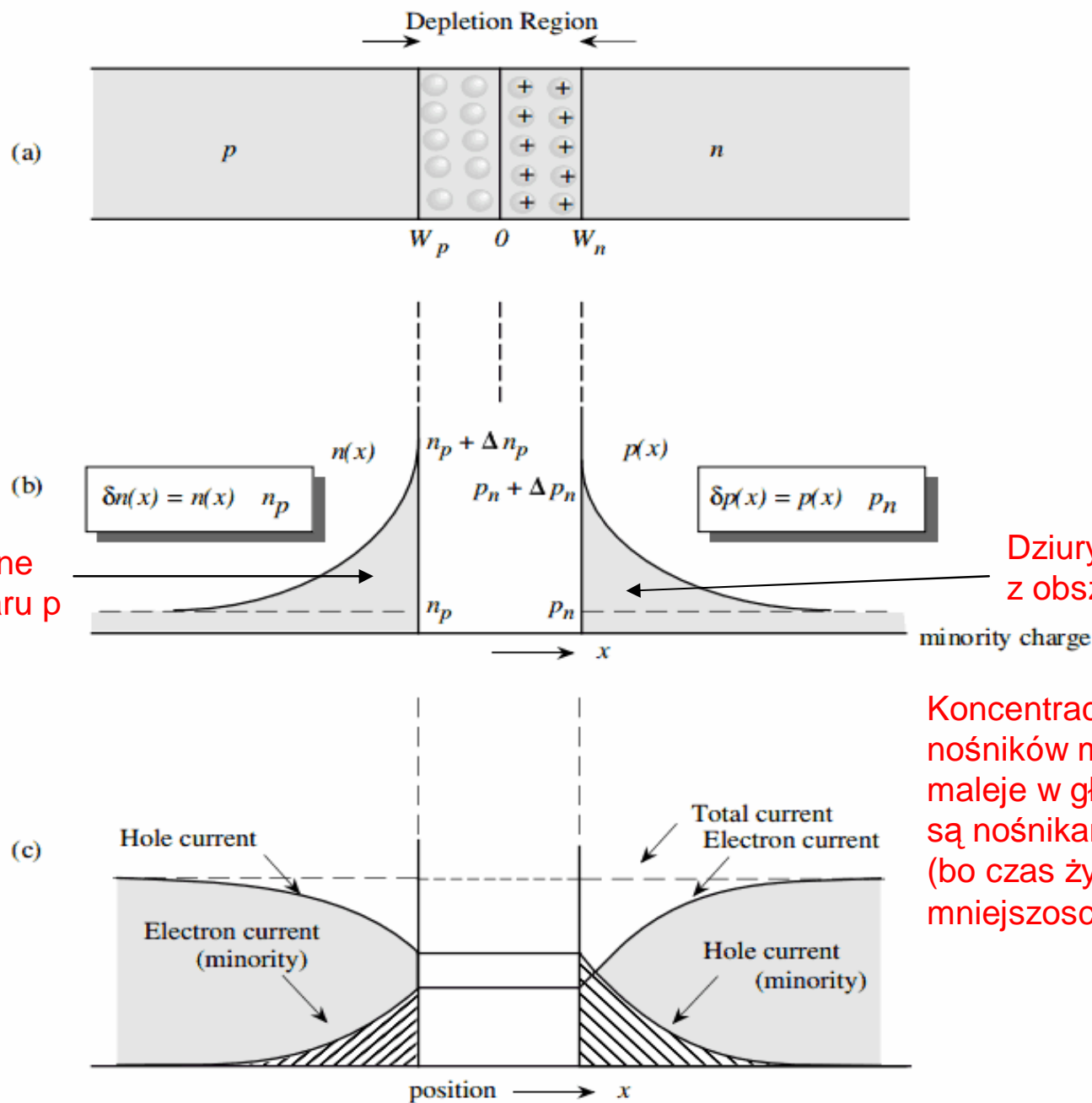
W temp. pokojowej $T=300K$ jest:

$$\frac{kT}{e} = 25 \text{ mV} = V_T$$



I_0 - prąd wsteczny nasycenia, $\sim 10^{-12}-10^{-15}$ A dla diody z Si

Dioda pn zasilana w kierunku przewodzenia – rozkład koncentracji nośników

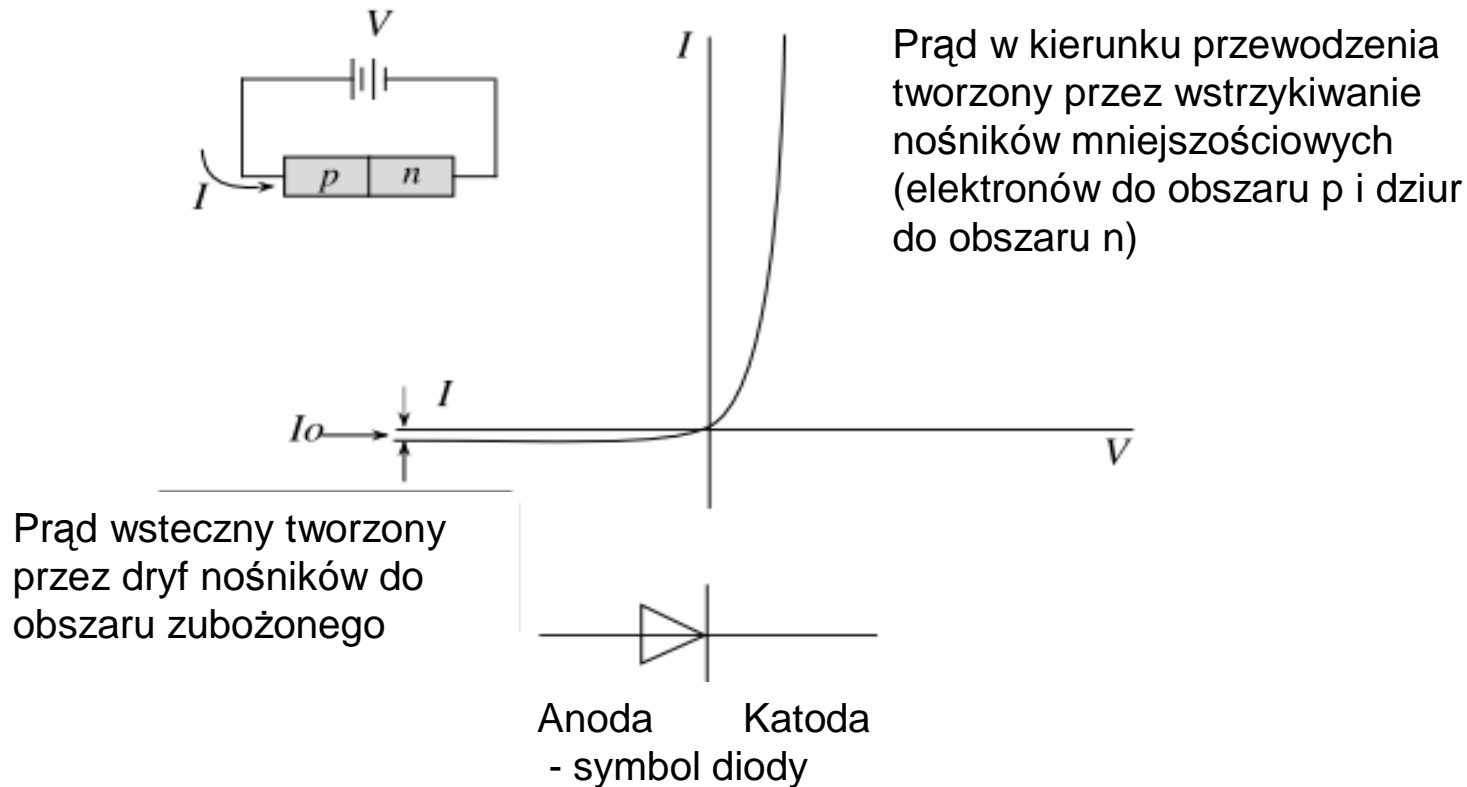


Elektrony wstrzykiwane z obszaru n do obszaru p

Dziury wstrzykiwane z obszaru p do n

Koncentracja wstrzykiwanych nośników mniejszościowych maleje w głąb warstwy, w której są nośnikami mniejszościowymi (bo czas życia nośników mniejszościowych $\sim ns-\mu s$)

Charakterystyka prąd – napięcie diody półprzewodnikowej



Równanie diody rzeczywistej:

$$I(U) = I_0 \cdot \left(e^{\frac{e(U-I \cdot r)}{M \cdot kT}} - 1 \right)$$

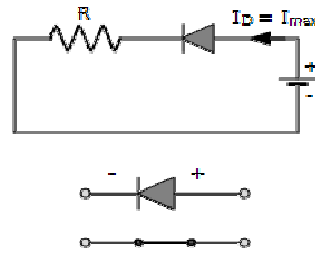
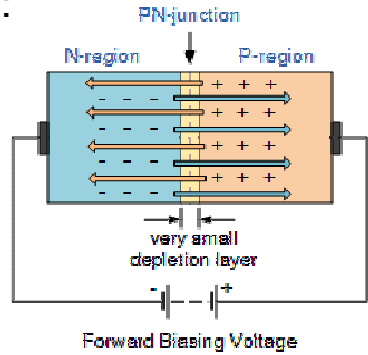
r – opór szeregowy (wewnętrzny) diody, istotny przy dużych prądach

M – współczynnik nieidealności diody (uwzględnia rekombinację nośników prądu na defektach), zwykle $M=1-2$ (ale może też być 5-7 np. dla niektórych diod elektroluminescencyjnych LED)

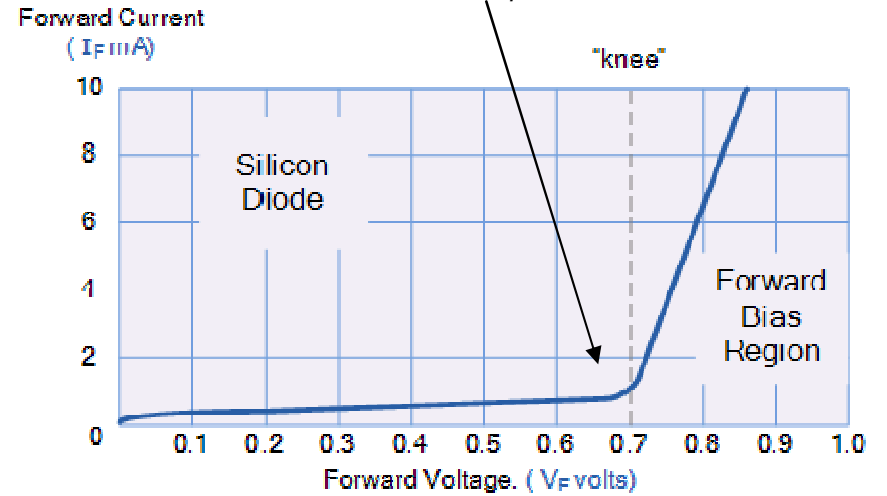
Napięcie przewodzenia diody U_p – umowna wartość napięcia w kierunku przewodzenia, przy którym prąd diody silnie rośnie. Dla diody krzemowej wynosi ok. 0.6-0.7V.

W dokumentacji technicznej katalogowej diod (datasheet) zwykle jest określone natężenie prądu, dla którego jest podawane napięcie przewodzenia diody.

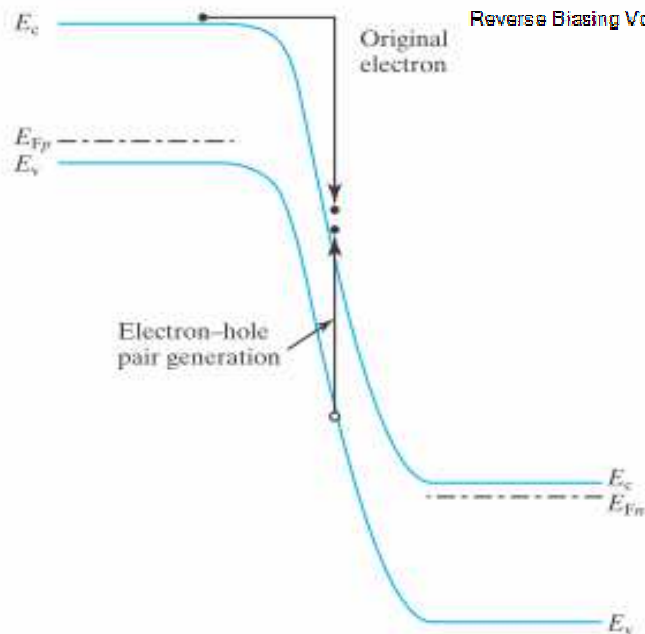
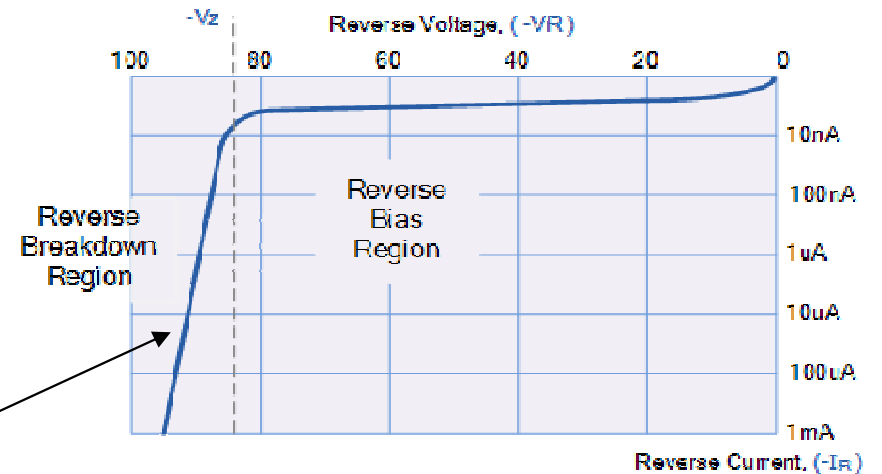
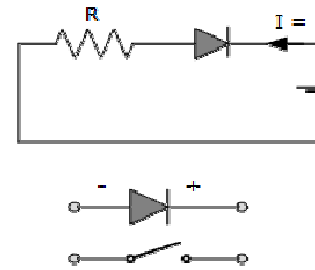
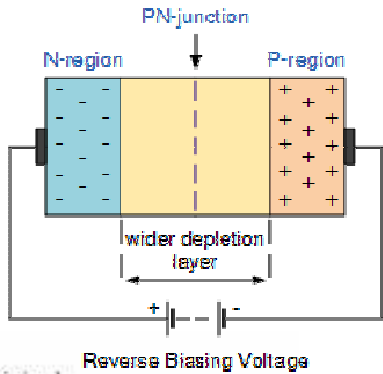
Kierunek przewodzenia:



Napięcie przewodzenia U_p



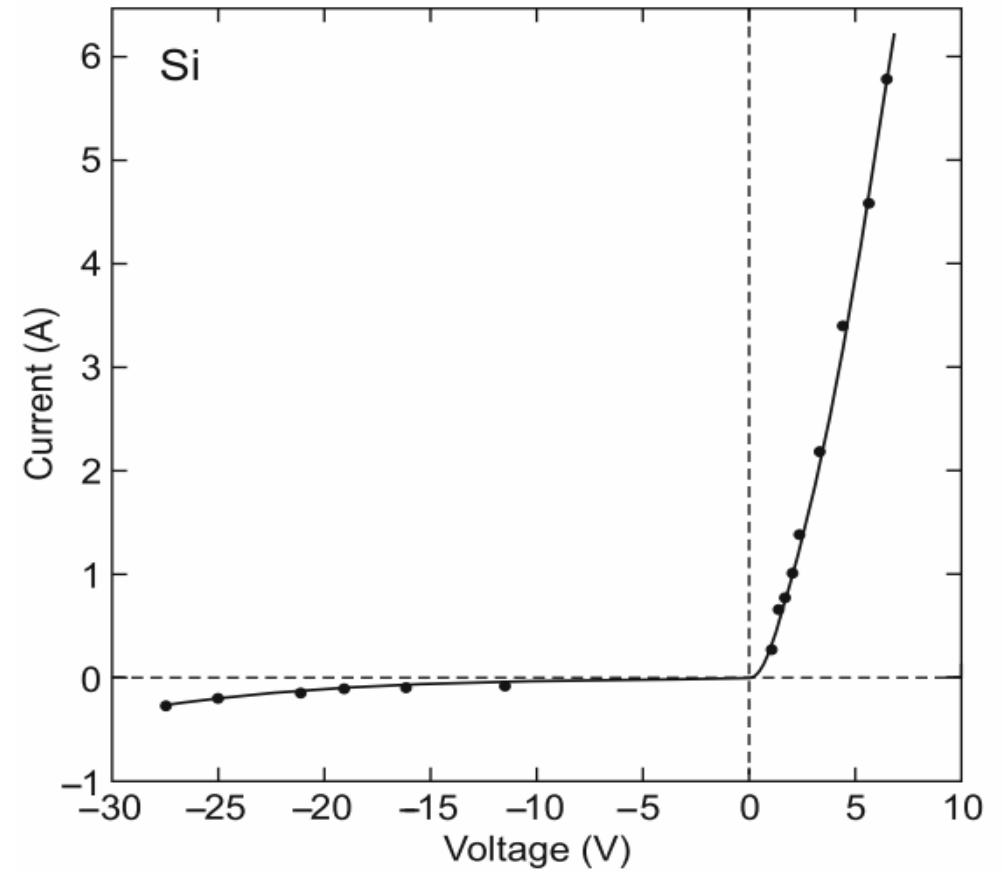
Kierunek zaporowy:



Dla bardzo dużych napięć w kierunku zaporowym pole elektryczne w obszarze zubożonym złącza jest silne i przyspiesza generowane tam termicznie elektrony i dziury do tak wysokich energii, że one dalej generują kolejne pary elektron-dziura, następuje **przebiec lawinowe** i płynie duży prąd. Ten efekt jest wykorzystywany np. w diodzie Zenera i w tyrystorze.

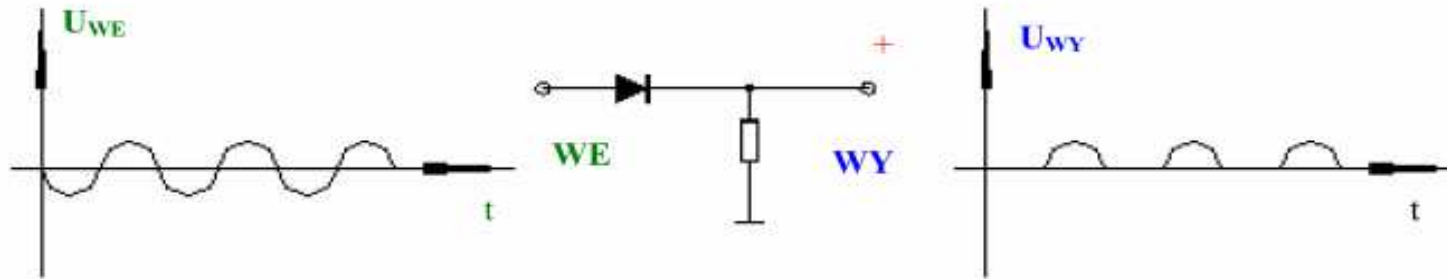
Patent dot. diody półprzewodnikowej pn krzemowej

R.S. Ohl, Alternating current rectifier,
US patent 2,402,661,
filed 1941, awarded 1946



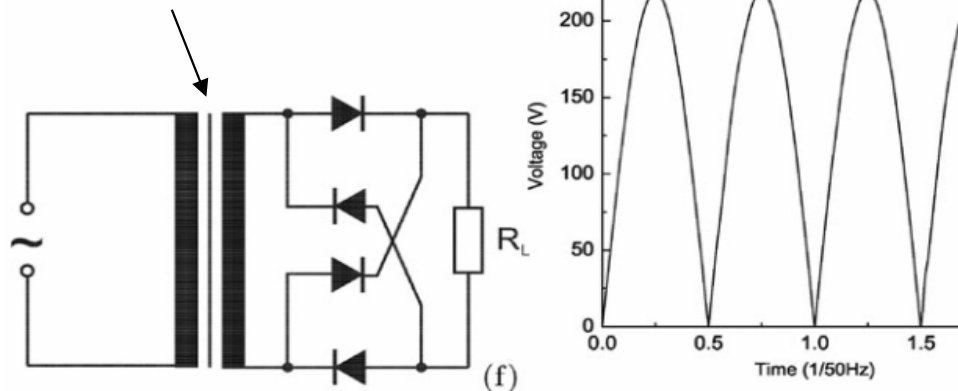
Zastosowania diód

- 1) Dioda prostownicza – nie przepuszcza ujemnej połówki prądu przemiennego, przetwarzanie prądu przemiennego na prąd płynący w jednym kierunku



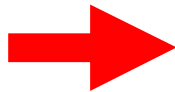
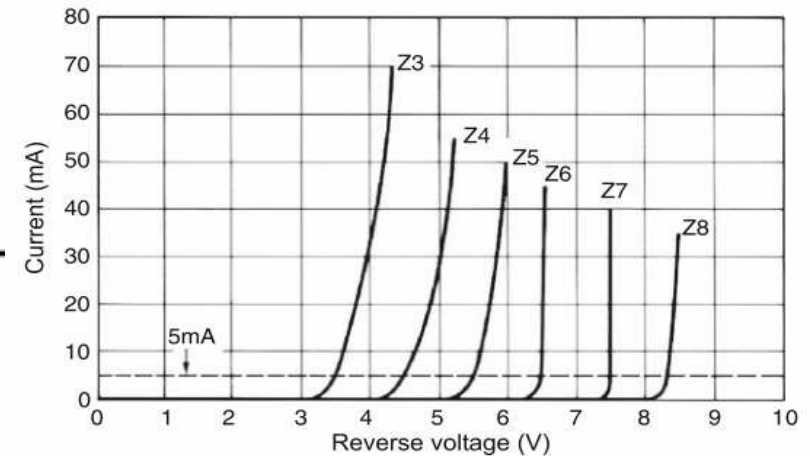
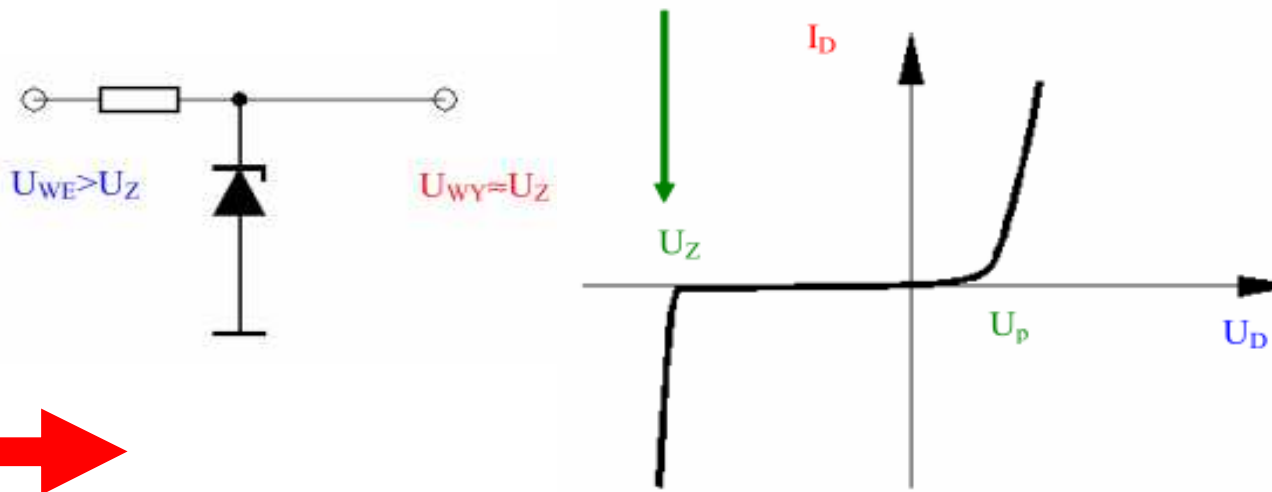
Prostowanie jednopółkowe

Transformator
(zmienia wartość
napięcia zmiennego)



Prostowanie dwupółkowe

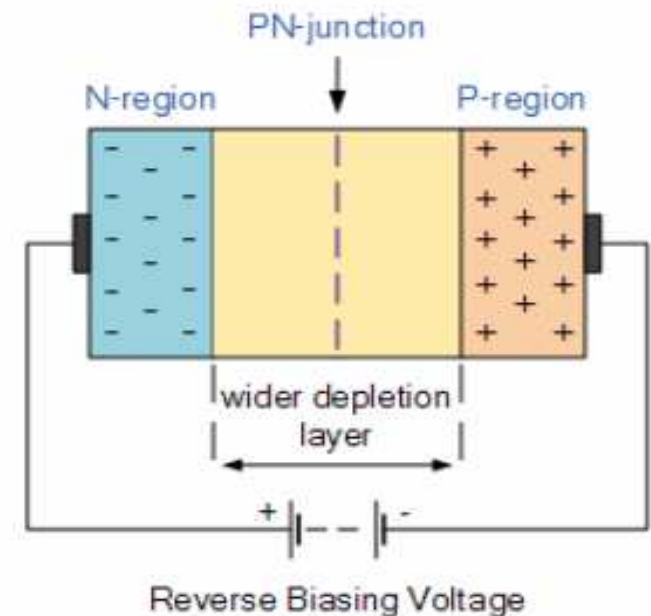
2) Dioda Zenera – wykorzystywana jako wzorce napięcia, pracuje w kierunku zaporowym i wykorzystuje efekt przebicia lawinowego



3) Dioda pojemnościowa – wykorzystuje fakt, że dioda pn w kierunku zaporowym ma naładowany obszar nieprzewodzący (warstwa zaporowa). Jego szerokość zależy od napięcia.

Pojemności złącza są ~ 2-20 pF i zależą od napięcia polaryzacji diody.

Wykorzystywane do strojenia obwodów rezonansowych LC napięciem stałym, np. w odbiornikach radiowych automatycznie strojonych.

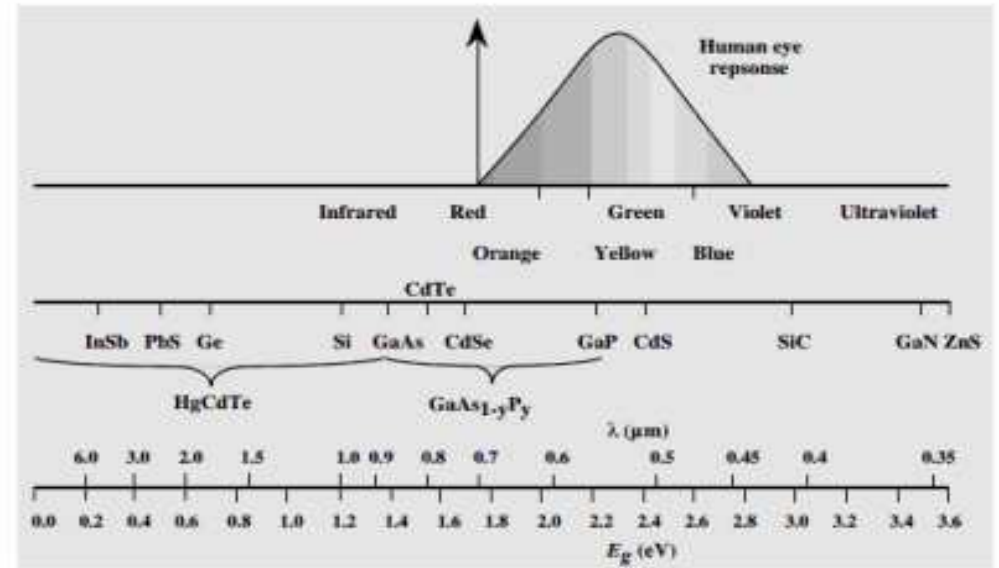


4) Fotodioda – czujnik światła, pracuje w kierunku zaporowym. Wykorzystuje fakt, że światło generuje pary elektron-dziura w obszarze zubożonym, pole elektryczne w warstwie zaporowej rozdziela elektron i dziurę w przeciwnych kierunkach – daje prąd (fotoprąd)

5) Ogniwa słoneczne fotowoltaiczne – działają na tej samej zasadzie co fotodiody, ale są wytwarzane jako duże powierzchnie.

6) Dioda elektroluminescencyjna LED – pracuje w kierunku przewodzenia. Konstrukcja jest optymalizowana dla uzyskania rekombinacji „światłej” elektron-dziura w obszarze zubożonym. Wytwarzana z niektórych materiałów półprzewodnikowych, które mogą świecić. Si nie świeci, mogą świecić np. GaAs i GaAlAs, GaAsP, GaN, GaInN,... Długość fali świecenia jest zależna od wartości energii przerwy zabronionej półprzewodnika (stąd różne kolory świecenia diod LED).

7) Lasery półprzewodnikowe – podobne jak diody LED, ale o większej wydajności świecenia i wytwarzane z rezonatorem optycznym (ze zwierciadłami półprzepuszczalnymi). Mają zastosowanie w czytnikach CD/DVD/BlueRay i łączności światłowodowej (np. przesyłanie sygnałów Internetowych na dużych odległościach np. kable światłowodowe podoceaniczne)

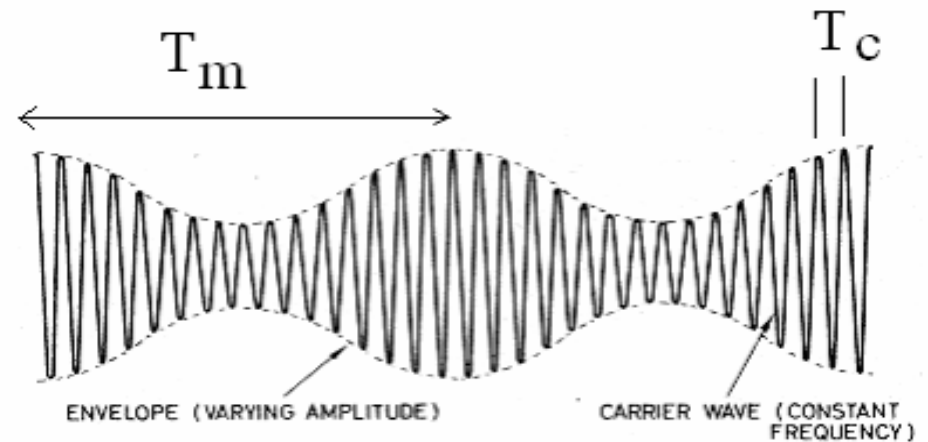


8) Dioda jako mieszacz częstotliwości (wpływ nieliniowości $I(U)$), zastosowania w wytwarzaniu fali zmodulowanej w komunikacji radiowej

$$I(U) = I_0 \cdot \left(e^{\frac{U}{V_T}} - 1 \right) =$$

$$= I_0 \left[\frac{U}{V_T} + \frac{1}{2} \left(\frac{U}{V_T} \right)^2 + \dots \right]$$

$$U(t) = U_1 \cos(\omega_1 t) + U_2 \cos(\omega_2 t)$$

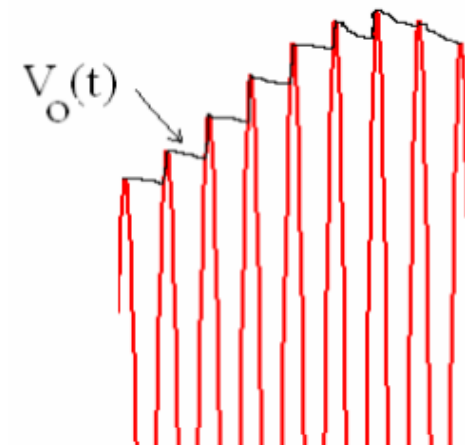
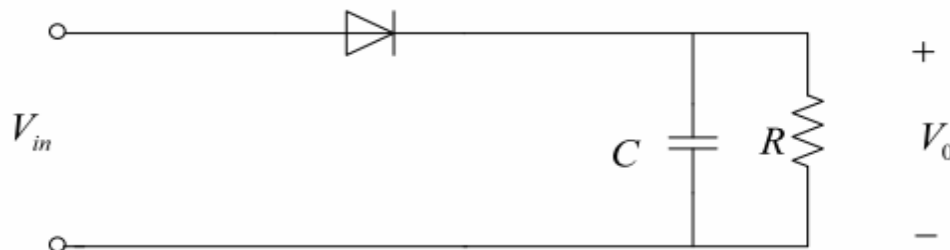


W prądzie płynącym przez diodę pojawiają się składowe o częstościach zmieszanych np.:

$$\sim \cos(\omega_1 t) \cdot \cos(\omega_2 t) \sim \cos((\omega_1 + \omega_2) t) + \cos((\omega_1 - \omega_2) t)$$

Sygnaly o pożądaných częstościach można odfiltrować od niepożądaných (filtrem pasmowym), uzyskując np. sygnał o częstościach radiowych zmodulowany sygnałem akustycznym –
- transmisja radiowa

9) Dioda detekcyjna – wysokoczęstotliwościowa, wydziela częstości modulujące z fali nośnej radiowej, przepuszcza tylko dodatnią połówkę sygnału i wybiera razem z kondensatorem C obwiednię modulującą $V_o(t)$.



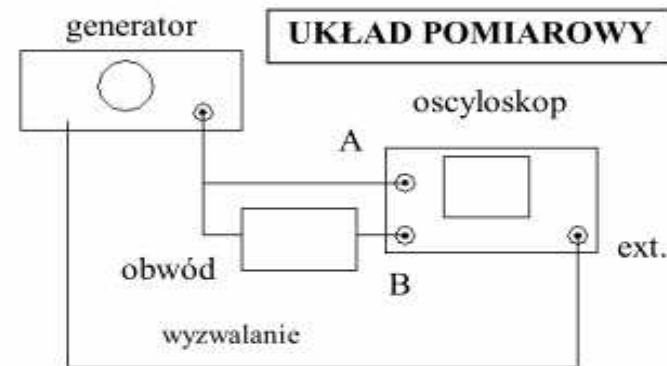
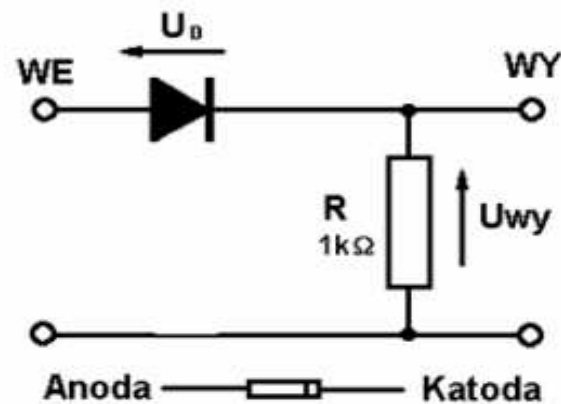
Podsumowanie dot. diody pn

- dioda półprzewodnikowa to złącze półprzewodnika typu n i typu p,
- w półprzewodniku typu n znacznie więcej jest nośników prądu o ładunku ujemnym (elektronów przewodnictwa), niż nośników o ładunku dodatnim (dziur przewodnictwa), elektrony są nośnikami większościowymi, a dziury – mniejszościowymi w półprzewodniku typu n,
- w półprzewodniku typu p znacznie więcej jest dziur (nośniki większościowe) niż elektronów przewodnictwa (nośniki mniejszościowe),
- nośniki mniejszościowe mogą być wytworzone w półprzewodniku (generacja światłem lub wstrzyknięcie z innego materiału) i „żyją” one przez pewien czas ($ns - \mu s$) zanim zrekombinują, czyli elektrony „zapełnią” dziury.
- w obszarze bliskim granicy pn nie ma ani dziur, ani elektronów przewodnictwa, powstaje warstwa o dużej oporności trudno przewodząca prąd elektryczny (obszar zubożony). W tym obszarze powstaje pole elektryczne i napięcie elektryczne „wbudowane” V_{bi} . Wytwarza się tam równowaga przepływów dyfuzyjnego i dryfu obu rodzajów nośników (elektronów i dziur). Elektrony aby dyfundować z obszaru typu n do obszaru p muszą pokonać stopień energii o wysokości eV_{bi} . Podobnie dziury z obszaru p aby dostać się do obszaru typu n muszą pokonać stopień energii o wysokości eV_{bi} . Ten stopień do pokonania nazywa się barierą energii.
- przyłożenie do diody zewnętrznego napięcia w „kierunku przewodzenia” (+ do p, - do n) powoduje obniżenie bariery energii dla elektronów i dziur, przy pewnej wartości napięcia zewnętrznego (nazywanego napięciem przewodzenia, równego w przybliżeniu V_{bi}) zaczyna płynąć prąd przez złącze. Zmniejsza się też szerokość obszaru zubożonego.
- przyłożenie zewnętrznego napięcia w kierunku zaporowym (- do p, + do n) podnosi wysokość bariery energii – płynie jedynie bardzo niewielki prąd (prąd wsteczny nasycenia) np. $\sim 10^{-12} A$
- prąd płynący przez złącze (w bliskości granicy p-n) jest tworzony przez nośniki mniejszościowe,
- zależność natężenia prądu od przyłożonego napięcia (umownie dodatniego w kierunku przewodzenia) opisuje wzór Shockley'a
- przyłożenie bardzo dużego napięcia w kierunku zaporowym powoduje powstanie tak dużego natężenia pola elektrycznego w obszarze zubożonym, że obecne tam niewielkie ilości nośników zostają rozpędzone do dużych energii i mogą one wywołać lawinową generację elektronów i dziur – płynie wtedy prąd, następuje przebicie lawinowe złącza. Jest to wykorzystane w diodach Zenera, używanych jako wzorce napięcia (także w tyrystorach, czyli w półprzewodnikowych przełącznikach używanych dla wysokich natężeń prądu).

Ćwiczenie: „Badanie diod półprzewodnikowych”

1. Cel ćwiczenia.

Zapoznanie się z różnymi rodzajami diod półprzewodnikowych:
dioda prostownicza krzemowa, dioda świecąca (LED) oraz dioda Zenera



Zbudować układ pomiarowy

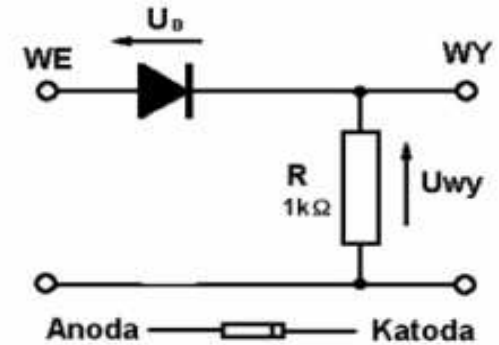
Wejście: **przebieg trójkątny** o napięciach szczytowych od -2.5V do $+2.5\text{V}$ i częstotności 1000Hz

Dioda prostownicza



Dokonać pomiaru charakterystyki diody $I_D = f(U_D)$

Dzielnik napięcia: $U_{WE} = U_D + U_{WY}$, $I_D = U_{WY} / R$



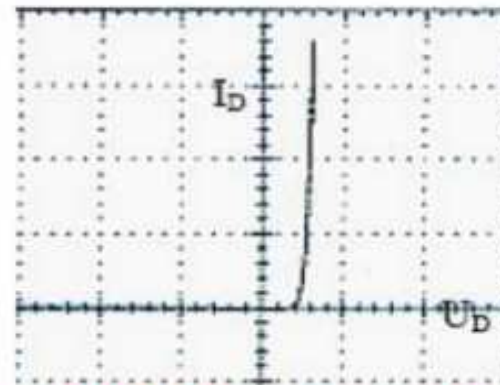
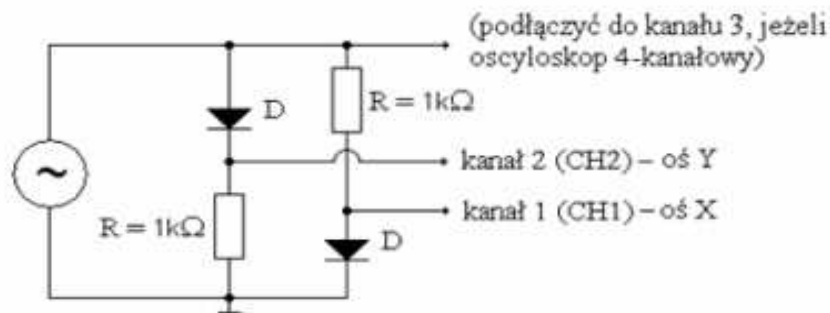
Wykreślić wyniki dla dodatnich napięć, stosując na osi prądów skalę logarytmiczną
Dopasować charakterystykę diody używając zmodyfikowanego równania Shockley'a

$$U_D = \frac{MkT}{e} \ln\left(\frac{I_D}{I_G} + 1\right) + I_D r$$

- pomijamy człon $I_D r$ (niewielki prąd)
- pomijamy składnik „1” (ponieważ $I_D \gg I_G$)
- dopasowywanie charakterystyki będzie równoważne dopasowywaniu prostej:

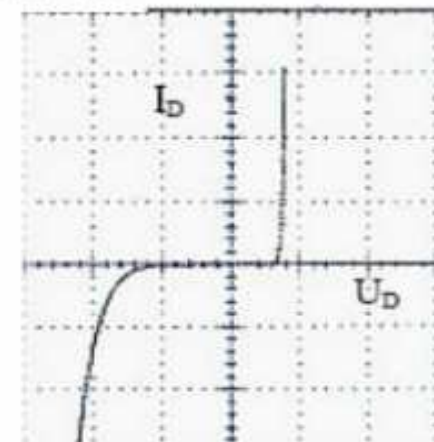
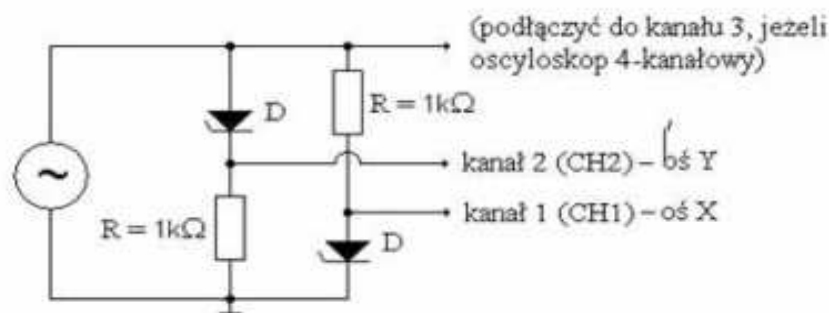
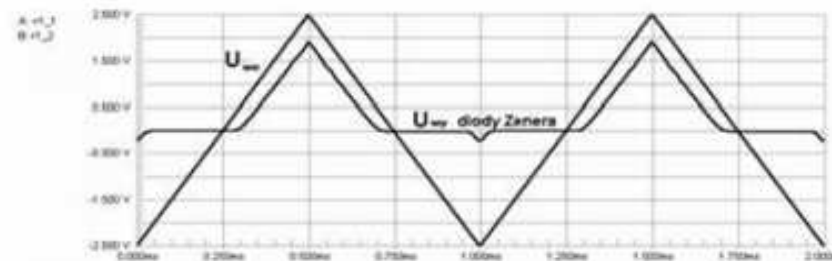


$$U_D = \frac{MkT}{e} (\ln I_D - \ln I_G)$$



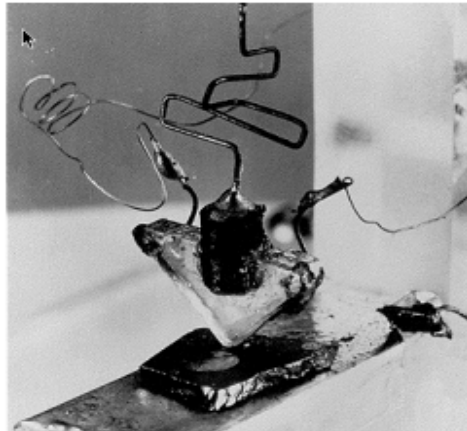
Zastąpić diody prostownicze diodami świecącymi LED i wyznaczyć tą samą metodą napięcie przewodzenia. Czy przekroczenie napięcia przewodzenia powoduje świecenie diody?

W tym samym obwodzie wykonać pomiar charakterystyki dla diody Zenera (BZX55, niebieska). Wyznaczyć napięcie Zenera i napięcie U_p



Tranzystor bipolarny - czyli wykorzystujący nośniki typu p i n

Prace nad tranzystorem były motywowane potrzebą znalezienia przełącznika i wzmacniacza sygnałów działającego szybciej i przy mniejszym zużyciu mocy elektrycznej niż lampy elektronowe, także prostszego w produkcji. Prace zakończone wynalezieniem tranzystora trwały kilkanaście lat i były prowadzone przez laboratoria badawcze kompanii telefonicznej Bell Telephone and Telegraph w USA.



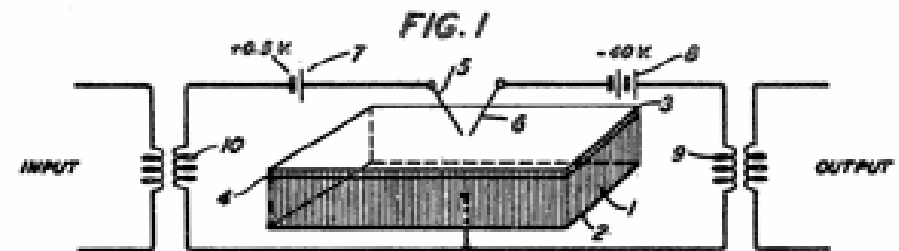
Oct. 3, 1950

J. BARDEEN ET AL
THREE-ELECTRODE CIRCUIT ELEMENT UTILIZING
SEMICONDUCTIVE MATERIALS

2,524,035

Filed June 17, 1948

3 Sheets-Sheet 1



The Nobel Prize in Physics 1956

"for their researches on semiconductors and their discovery of the transistor effect"



William Bradford Shockley

© 1/3 of the prize

USA

Semiconductor Laboratory of Beckman Instruments, Inc.



John Bardeen

© 1/3 of the prize

USA

University of Illinois Urbana, IL, USA



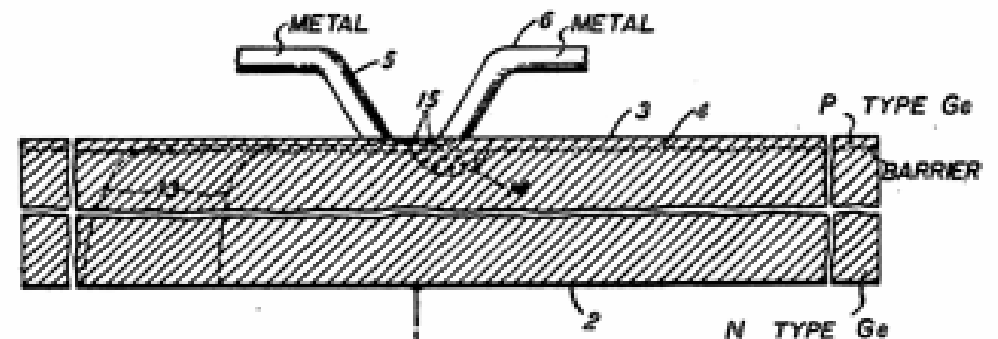
Walter Houser Brattain

© 1/3 of the prize

USA

Bell Telephone Laboratories Murray Hill, NJ, USA

FIG. 1A



Rysunek z patentu tranzystora germanowego

Tranzystor bipolarny - 2 złącza pn pozwalają uzyskać wzmacnienie sygnału

Tranzystor pnp

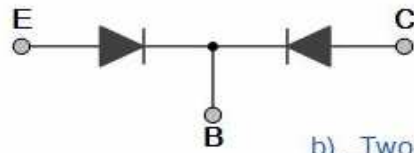
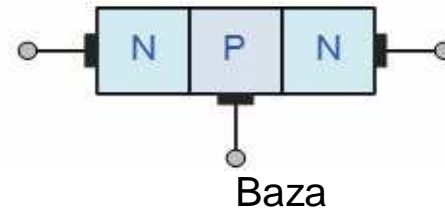
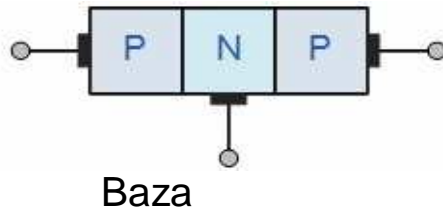
tranzystor npn

Emiter

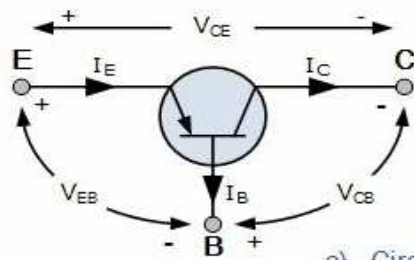
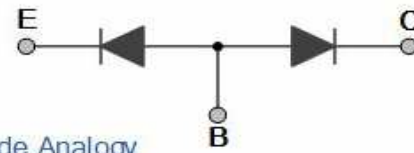
Kolektor

Emiter

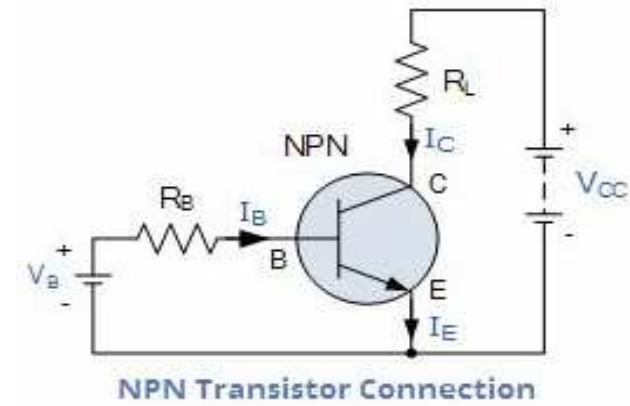
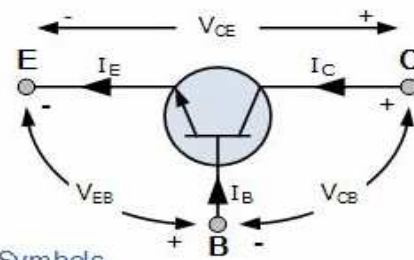
Kolektor



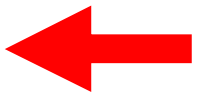
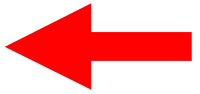
b). Two-diode Analogy



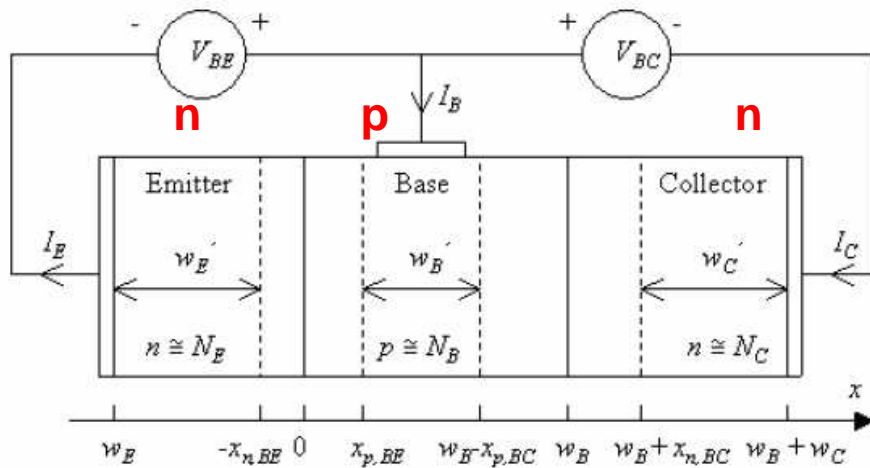
c). Circuit Symbols



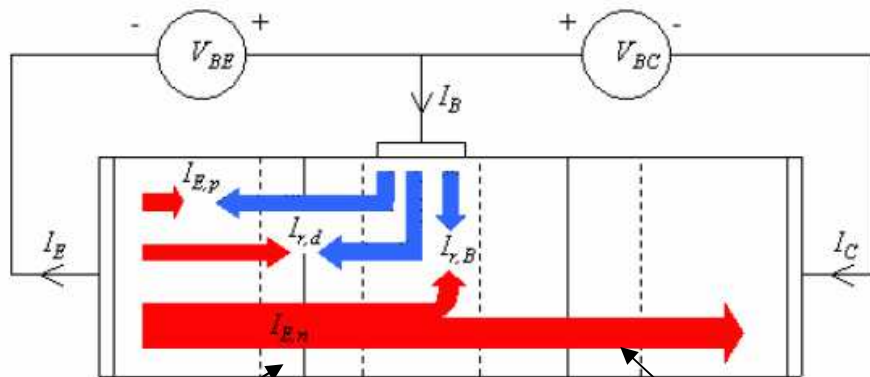
$$I_E = I_C + I_B$$



Zasady pracy tranzystora npn



(a)

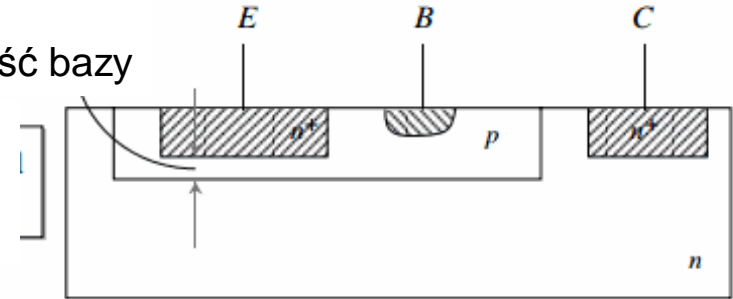


(b)

Złącze EB spolaryzowane w kierunku przewodzenia - wstrzykuje elektrony do obszaru bazy i kolektora

Złącze BC spolaryzowane w kierunku zaporowym

Mała grubość bazy



Grubość bazy B jest mała i elektrony wstrzykiwane z emitera E w większości nie rekombinują w bazie i są wstrzykiwane do kolektora C

$$I_B = \frac{I_C}{\beta} \quad I_E = I_C + I_B$$

$\beta \approx 100$ - współczynnik wzmacnienia prądowego

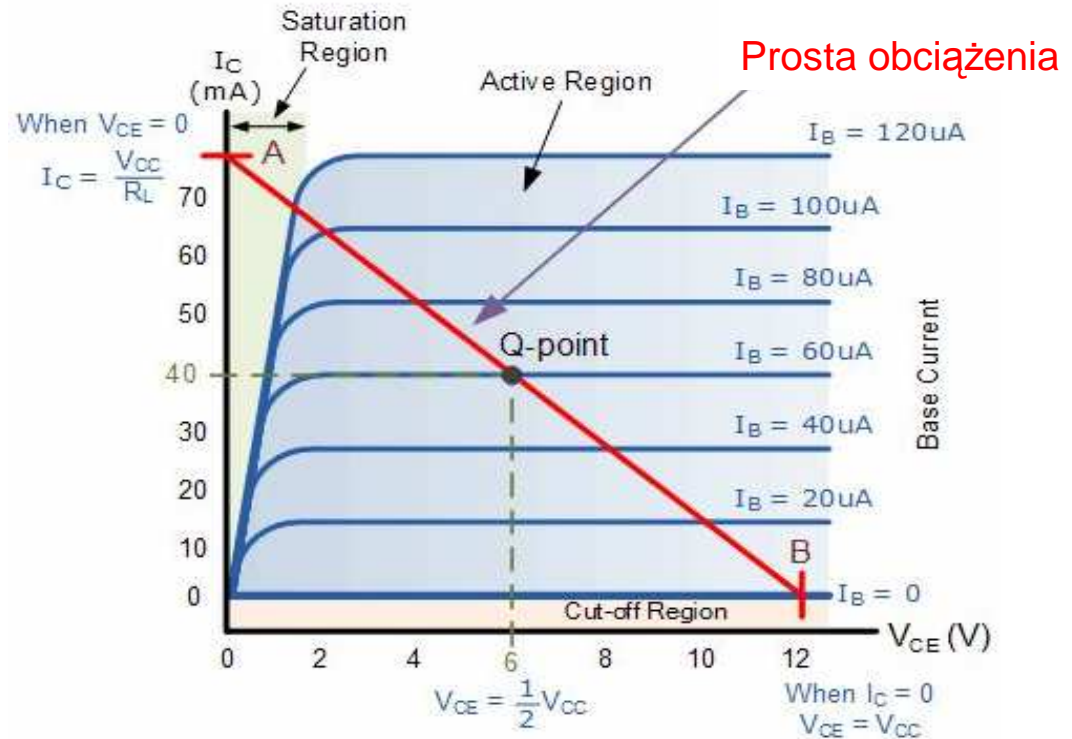
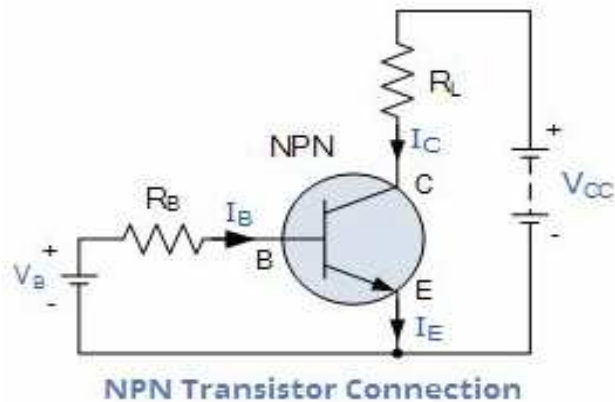
$$I_E(U) = I_{0EB} \cdot (e^{\frac{U_{BE}}{V_T}} - 1) = I_C \cdot \frac{\beta + 1}{\beta}$$

Ogólniej - dwa przeciwnie spolaryzowane złącza pn:

$$\begin{aligned} I_C(U) &= I_{0EB} \cdot (e^{\frac{U_{BE}}{V_T}} - 1) - I_{0CB} \cdot (e^{-\frac{U_{CB}}{V_T}} - 1) = \\ &= I_{0EB} \cdot (e^{\frac{U_{BE}}{V_T}} - 1) - I_{0CB} \cdot (e^{-\frac{U_{CE} - U_{BE}}{V_T}} - 1) \end{aligned}$$

czyli jeśli $U_{CE} > U_{BE}$, to I_C prawie nie zależy od U_{CE} ,
- to daje możliwość wzmacniania sygnału dla dużych I_C

Zasady pracy tranzystora npn



$$I_C(U) = I_{0EB} \cdot \left(e^{\frac{U_{BE}}{V_T}} - 1 \right) - I_{0CB} \cdot \left(e^{-\frac{U_{CE} - U_{BE}}{V_T}} - 1 \right) \quad \text{- model Ebersa-Molla}$$

W obszarze aktywnej pracy tranzystora (nie w stanie odcięcia, *cut-off*, ani nie w obszarze nasycenia *saturation*) jest:

$$I_C = I_B \cdot \beta$$

Moc w obwodzie wejściowym B-E: $\approx 0.65V \cdot I_B$ (gdzie $0.65V$ to napięcie przewodzenia złącza p-n B-E)

moc max. w obw. wyjściowym $= (I_{Cmax})^2 \cdot R_L$ - może być znacznie większa, niż moc w obwodzie wejściowym, więc tranzystor wzmacnia sygnały).

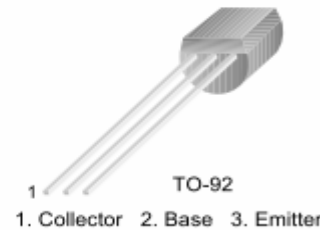
Z karty katalogowej (datasheet) przykładowego tranzystora BC547



BC546/547/548/549/550

Switching and Applications

- High Voltage: BC546, $V_{CE0}=65V$
- Low Noise: BC549, BC550
- Complement to BC556 ... BC560



Maximum dopuszczalne:

$$I_C = 100mA$$

$$U_{CE} = 65V$$

- większe prądy lub napięcia niszczą tranzystor

NPN Epitaxial Silicon Transistor

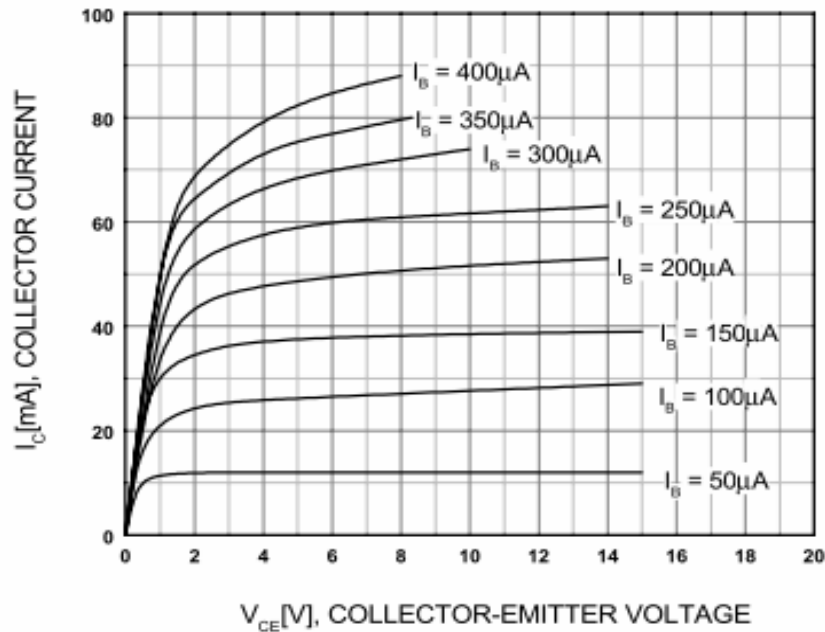


Figure 1. Static Characteristic

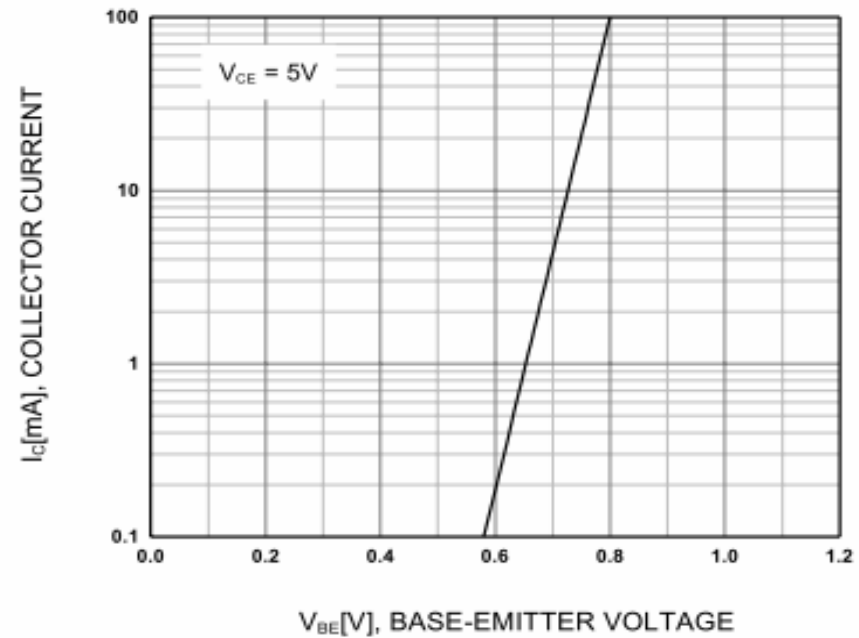
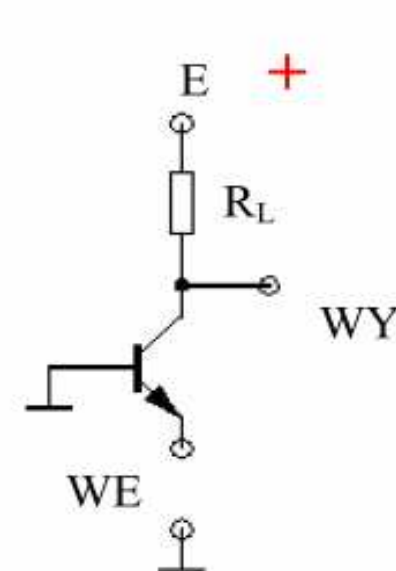
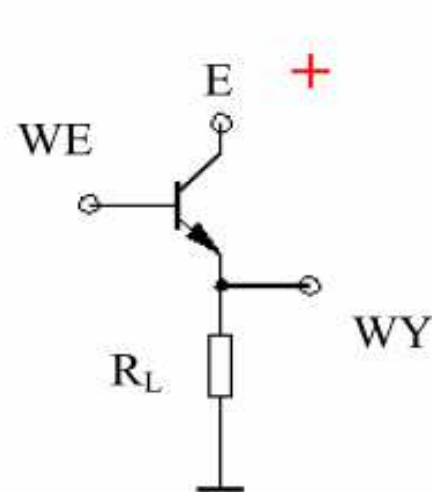
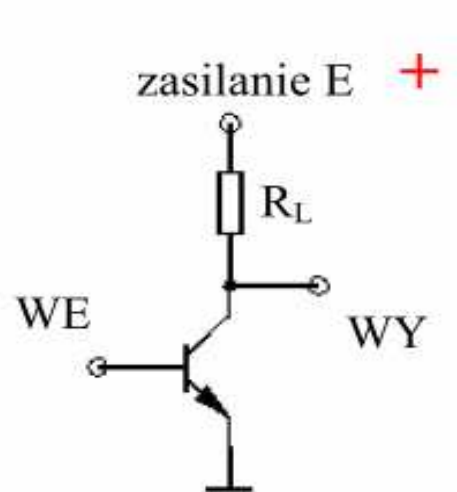


Figure 2. Transfer Characteristic

Trzy podstawowe układy wzmacniające z tranzystorem bipolarnym:



o wspólnym emiterze

o wspólnym kolektorze

o wspólnej bazie

Inne wyspecjalizowane wzmacniacze:

są modyfikacjami, ewentualnie kombinacjami układów podstawowych.

Przypomnienie: $I_C = \beta \cdot I_B$ $I_E = I_C + I_B$ $I_E = (\beta + 1) \cdot I_B$

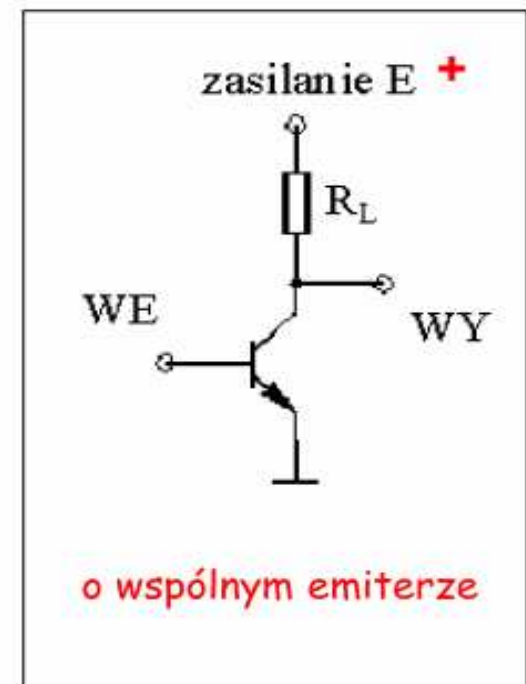
Wzmacniacz o wspólnym emiterze:

- prąd wejściowy = prąd bazy
- prąd wyjściowy = prąd kolektora

$$\Rightarrow I_{WY} = I_{WE} \cdot \beta$$

➔ duże wzmocnienie prądowe

$$U_{WY} = E - I_{WY} * R_L$$



Dla dużego oporu rezystora R_L następuje na nim duży spadek napięcia, a więc

➔ duże wzmocnienie napięciowe

➔ duże wzmocnienie mocy

➔ zachodzi **odwrócenie fazy** napięcia wyjściowego względem wejściowego

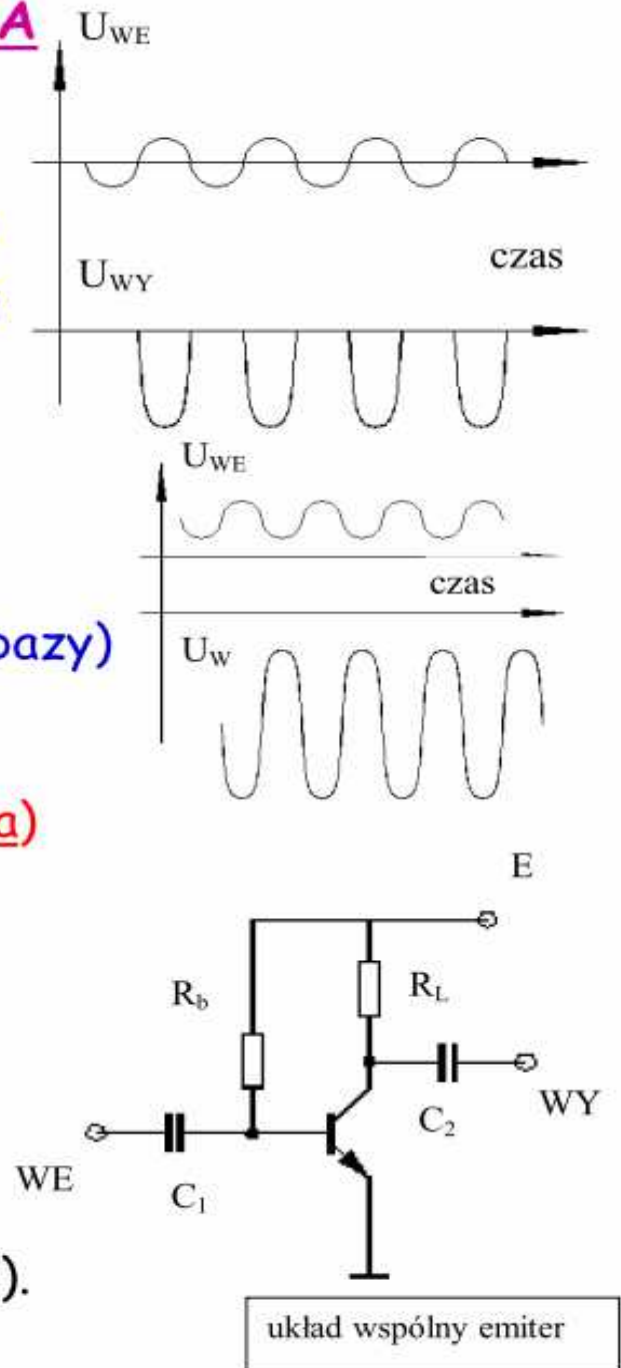
WYZNACZANIE PUNKTU PRACY TRANZYSTORA

1. (ustalanie wejściowego prądu składowej stałej)
 - efekt „prostowania jednopółwkowego” dla sygnałów sinusoidalnych, ponieważ tranzystor pracuje liniowo tylko wtedy, gdy napięcie U_{BE} przekroczy napięcie przewodzenia danego typu złącza (0.65 V)
 - uzyskanie wzmacniania pełno-okresowego wymaga dodania stałego podkładu (stały prąd bazy) do wzmacnianego sygnału zmiennego (zmiennego prądu bazy)

Układ automatycznego dodawania podkładu stałego jest układem polaryzacji (określenie punktu pracy tranzystora)

Przykład:

prąd polaryzacji bazy tranzystora ze źródła zasilania przez opornik R_b ustalający składową stałą na wejściu. Kondensatory C_1 i C_2 służą do odseparowania podkładu stałego od wejścia i wyjścia wzmacniacza (sprzężenie AC).

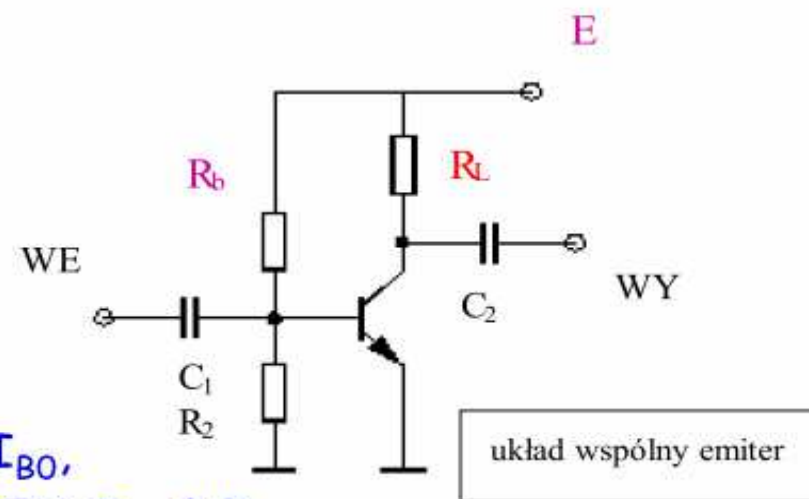
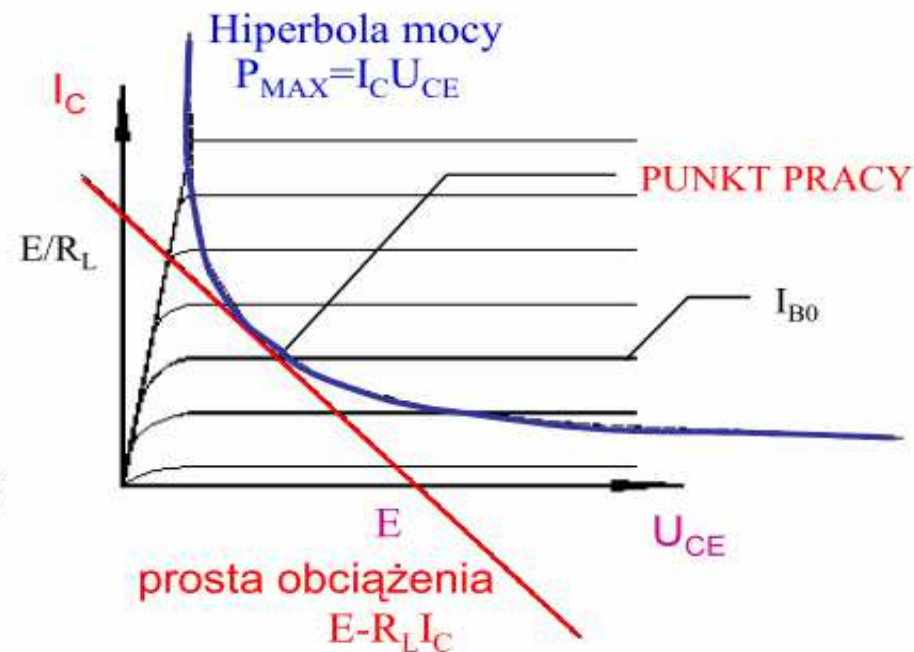


USTALANIE OPTYMALNEGO PUNKTU PRACY TRANZYSTORA

graficzna analiza charakterystyk

Schemat postępowania:

1. Przestrzeń punktów pracy (U_{CE} , I_C), w jakich może znajdować się tranzystor jest ograniczona przez **hiperbole maksymalnej dopuszczalnej cieplnej mocy strat** tranzystora, określonej w katalogu przez producenta: $P_{MAX}=I_C * U_{CE}$
2. Tranzystor pracuje w układzie dzielnika napięcia z rezystorem R_L
 - przestrzeń punktów pracy ogranicza się do **prostej opisanej równaniem: $U_{CE}=E - R_L * I_C$** (tzw. prosta obciążenia)
 - Napięcie zasilania E oraz opór R_L dobieramy tak, by prosta obciążenia była styczna do hiperboli mocy (lub przebiegała poniżej)
3. Odczytujemy optymalny prąd stałego podkładu I_{B0} ,
→ wyznaczamy wartość opornika R_b z r-nia : $E-0.65V=I_{B0} * R_b$



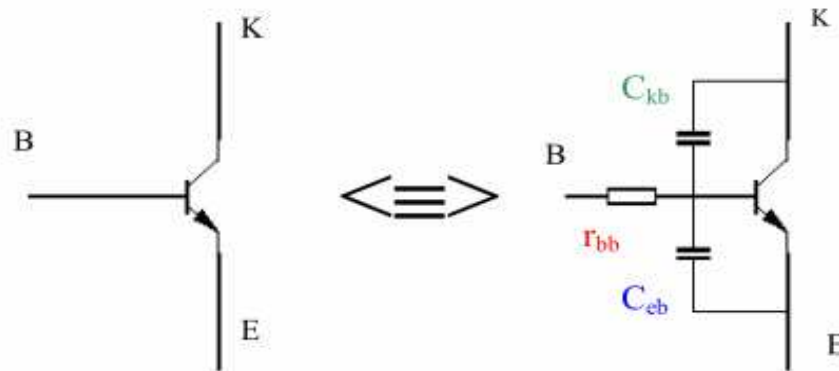
PASMO WZMOCNIENIA I PASMO PRZENOSZENIA

Pasmo wzmocnienia (przenoszenia) wzmacniacza określone jest przez:

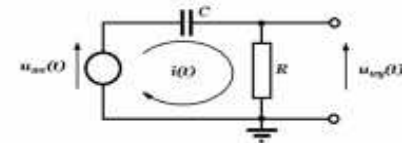
- własności tranzystora (**wielkości pasożytnicze**)
- sposób współdziałania tranzystora z obwodem wzmacniacza
- podłączenia wejścia i wyjścia wzmacniacza

Pasożytnicze elementy tranzystora rzeczywistego:

rozproszona rezystancja bazy r_{bb} , pojemności emiter-baza C_{eb} i kolektor-baza C_{kb}



r_{bb} i C_{eb} tworzą filtr górnoprzepustowy, który bocznikuje złącze baza-emiter

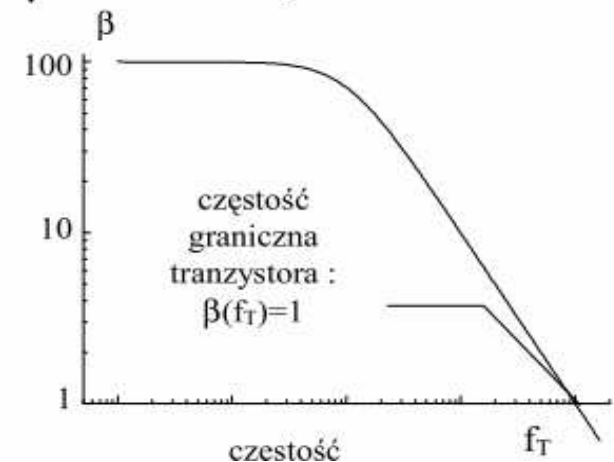


➔ zmniejszenie prądu sterującego tranzystor przy wysokich częstotliwościach

Skutek: **współczynnik wzmocnienia prądowego tranzystora maleje wraz ze wzrostem częstotliwości**

Pasmo wzmocnienia **tranzystora** jest ograniczone przez **częstość graniczną f_T** :

- powyżej częstości f_T współczynnik wzmocnienia prądowego $\beta < 1$



Podsumowanie dot. tranzystora

- tranzystor (bipolarny) to dwa złącza pn w jednej płytce kryształu utworzone w przeciwnych kierunkach, przy czym obszar środkowy (p w tranzystorze npn oraz n w tranzystorze pnp) jest bardzo cienki,
- takie dwa złącza mogą wzmacniać sygnały elektryczne (małe zmiany mocy sygnału przemiennego na wejściu mogą wywołać duże zmiany mocy sygnału przemiennego wyjściowego),
- tranzystor ma trzy elektrody: emiter E, bazę B i kolektor C,
- warunki pracy tranzystora, czyli wartości napięć stałych polaryzujących złącza EB i BC bez obecności zmiennego sygnału wejściowego tranzystora, określają, jak tranzystor będzie reagował na wejściowy sygnał zmienny, wybór tych napięć stałych polaryzujących złącza nosi nazwę wyboru punktu pracy tranzystora,
- złącze pn emiter-baza jest polaryzowane w kierunku przewodzenia, napięcie złącza pn E-B wytwarza prąd emitera I_E , prąd ten płynie do bazy dzięki wstrzykiwaniu nośników z emitera. Obszar bazy jest na tyle cienki, że większość wstrzykniętych do bazy nośników (mniejszościowych w bazie) przelatuje przez bazę i dociera do kolektora. Dzieje się tak prawie niezależnie od napięcia przyłożonego do złącza B-C. Znaczna większość prądu emitera dociera do kolektora – tworzy prąd kolektora. Pozostała część prądu emitera tworzy prąd bazy. Czyli prąd kolektora zależy głównie od napięcia E-B, jest prawie niezależny od napięcia B-C, innymi słowy napięcie odkładające się na złączu B-C (oraz między E i C) nie wpływa (prawie) na prąd płynący przez kolektor. Prąd kolektora jest $\beta \sim 100$ razy większy od prądu bazy. To jest źródłem wzmacniania, tzn. małe zmiany prądu bazy wywołują duże zmiany prądu kolektora. β nazywa się współczynnikiem wzmocnienia prądowego tranzystora.
- prąd kolektora może być opisany jako różnica prądów dwu złączy pn, zależność prądu kolektora od napięcia C-E nazywa się charakterystyką $I_C(U_{CE})$ dla prądu bazy I_B .
- sterowanie tranzystorem odbywa się przez zmiany prądu bazy, prąd kolektora jest w normalnych warunkach pracy tranzystora β razy większy od prądu dostarczanego do bazy,
- przekroczenie przez moc wydzielaną na tranzystorze, równą $I_C * U_{CE}$, wartości maksymalnej dopuszczalnej przez producenta dla tego typu tranzystora powoduje zniszczenie tranzystora,
- podstawowym układem wzmacniacza tranzystorowego jest układ ze wspólnym emiterem, to znaczy sygnał wejściowy jest podawany między E i B, zaś sygnał wyjściowy jest odbierany między E i C,
- wzmocnienie tranzystora spada ze wzrostem częstotliwości ze względu na pojemność złączy pn.

Instrukcja do ćwiczenia

„Tranzystor bipolarny - wzmacniacz tranzystorowy

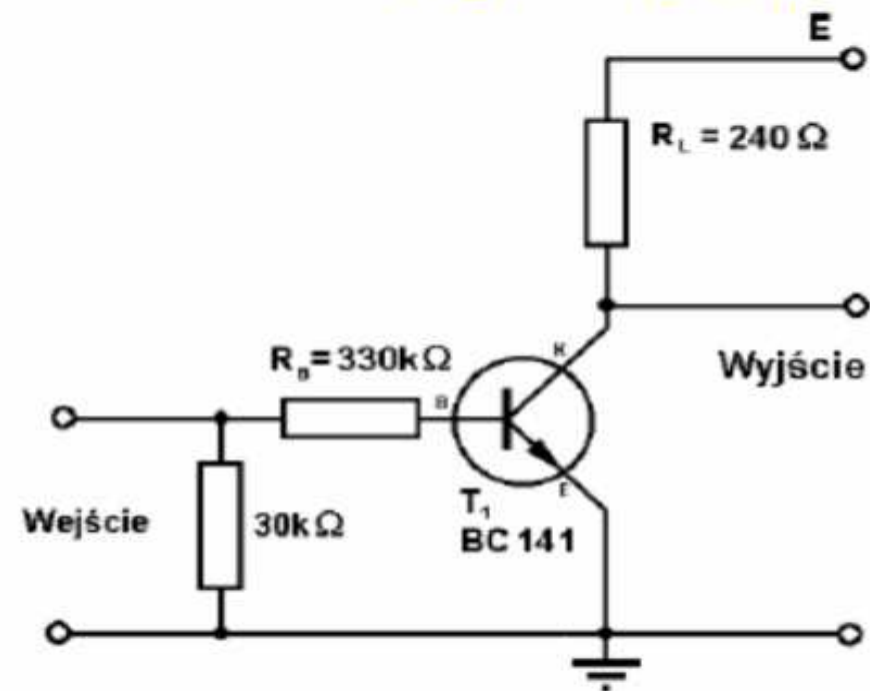
Część I

Napięcie E z generatora:

sygnał liniowo narastający od 0V do 5 V i

częstości około 1000 Hz (sygnał trójkątny)

Zbudować obwód:



Napięcie U_{WE} :

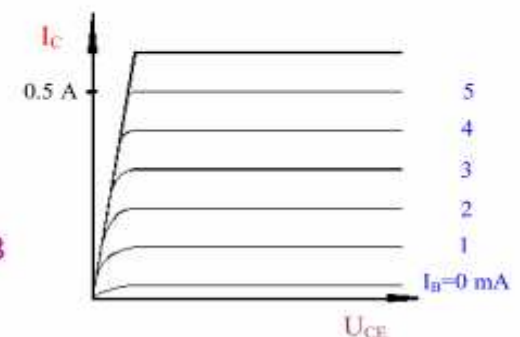
- stałe napięcie z zasilacza regulowane w zakresie od 0 do 10 V
- mierzymy za pomocą woltomierza

$$I_C = \frac{E - U_{WY}}{R_L} \quad I_B = \frac{U_{WE} - 0.65V}{R_B}$$

$$U_{CE} = U_{WY}$$

❑ wyznaczyć charakterystyki $I_C(U_{CE})$; parametr: prąd bazy I_B

❑ wykreślić rodzinę charakterystyk tranzystora.



Część II

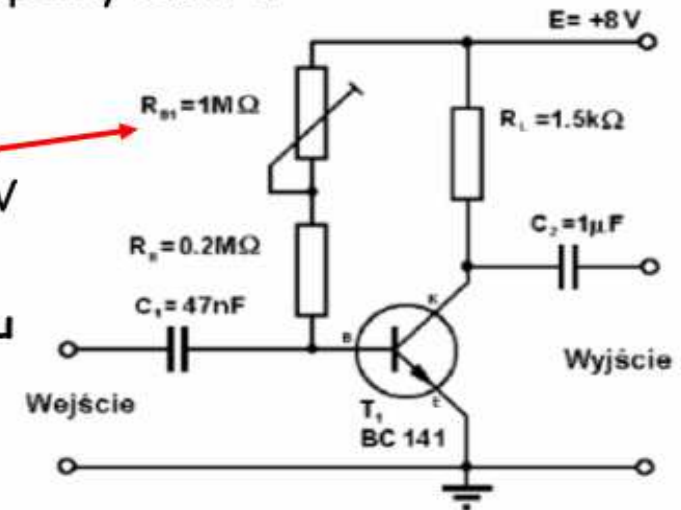
Zbudować wzmacniacz w układzie "wspólny emiter":

- ❑ zasilić układu napięciem stałym $E=+8\text{ V}$
- ❑ zmierzyć za pomocą woltomierza napięcie kolektora
- ❑ dobrać wartość opornika regulowanego R_{B1} by $U_{CE}=4\text{ V}$

➔ optymalny punkt pracy tranzystora we wzmacniaczu

U_{WE} - zmienny sygnał sterujący bazą

U_{WY} - napięcie na kolektorze



Wyznaczenie charakterystyki amplitudowej wzmacniacza - $U_{WY}(U_{WE})$

- ❑ Wejście układu: **sygnał sinusoidalny o częstotliwości około 1000 Hz**
- ❑ Mierzymy $U_{WY}(U_{WE})$ w całym zakresie mierzalnych amplitud wejściowych.
- ❑ Określamy zakres amplitud U_{WE} , dla których wzmacniacz pracuje liniowo.
- ❑ Dla tego zakresu wyznaczamy wzmacnienie wzmacniacza k , dopasowując do danych doświadczalnych prostą typu $U_{WY}=k * U_{WE}$

Wyznaczenie charakterystyki częstotściowej wzmacniacza:

wzmocnienie w funkcji częstotliwości: $k(\omega)$

Amplitudę sygnału wejściowego należy dobrać tak, by w całym zakresie badanych częstotliwości (10 Hz - 1 MHz) sygnał był przetwarzany **liniowo**

ANALIZA

Wyznaczyć częstotliwości graniczne

Układ różniczkujący

$$\frac{U_{WY}}{U_{WE}} = \frac{\left| \frac{j\omega}{\omega_{g1}} \right|}{\left| 1 + \frac{j\omega}{\omega_{g1}} \right|}$$

Pojemność i rezystancja wejściowa wzmacniacza

wzmocnienie k

$$2^{-1/2} k_{\max}$$

wpływ sprzężenia

wpływ tranzystora

ω_{g1}

pasmo

ω_{g2}

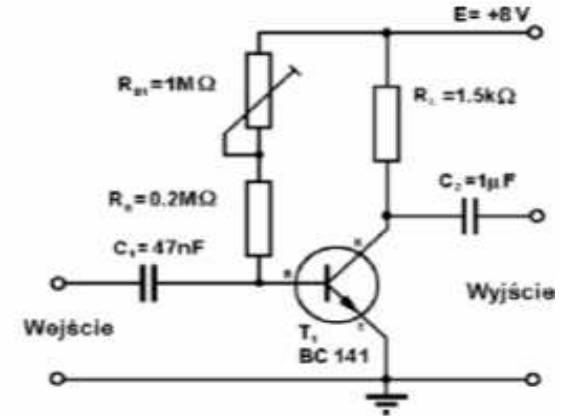
częstość

Układ całkujący

$$\frac{U_{WY}}{U_{WE}} = \frac{1}{\left| \frac{j\omega}{\omega_{g2}} \right|}$$

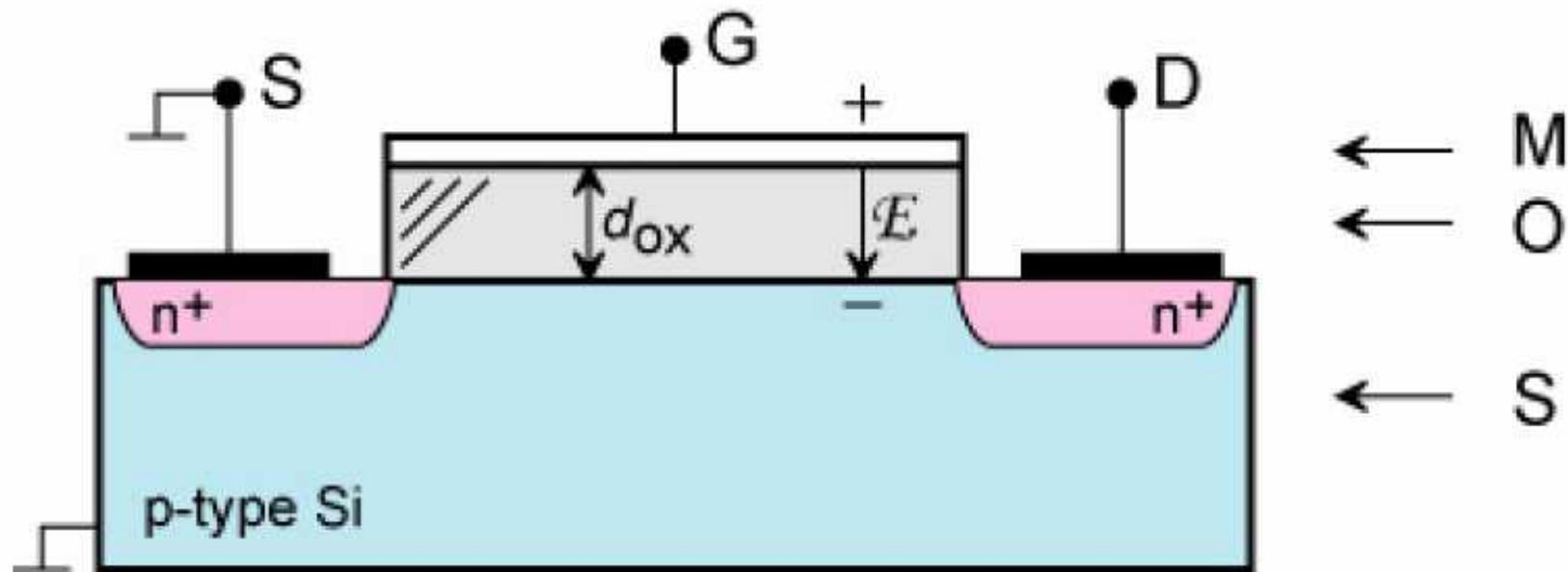
Pojemność i rezystancja wyjścia

Filtr górno- dolno-przepustowy: $\omega_g = \frac{1}{RC}$



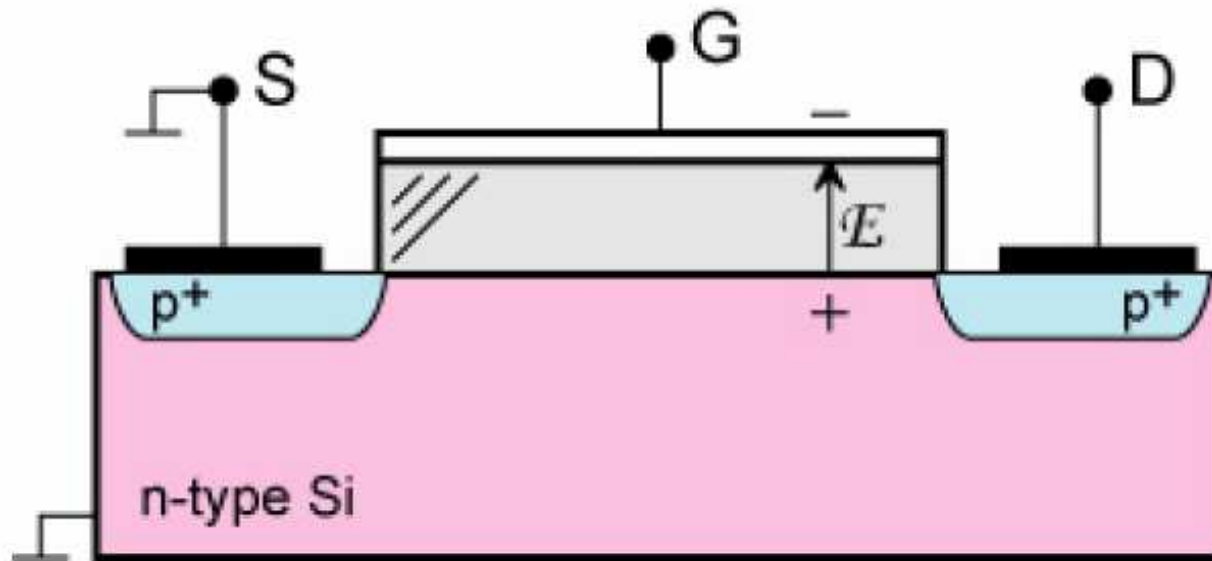
Tranzystor unipolarny MOSFET
w układach scalonych ~99% tranzystorów to tranzystory FET,

n-channel MOSFET



Półprzewodnik typu p między elektrodą Źródło (S- source), a elektrodą Dren (D- drain) jest długi i działa jako jedna z okładek kondensatora , którego drugą elektrodą jest Bramka (G – gate). Jeśli do bramki G przyłożymy napięcie dodatnie, to do obszary typu p między S i D zostaną przyciągnięte ładunki ujemne i obszar ten stanie się przewodzący między S i D.

p-channel MOSFET

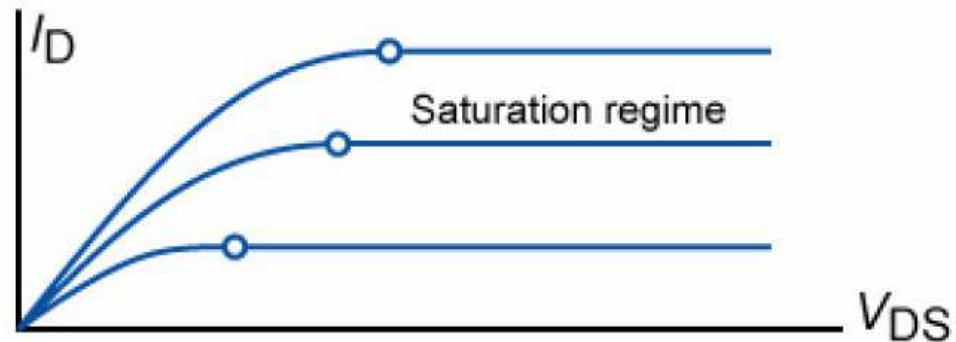


Tranzystory MOSFET są masowo stosowane w układach scalonych (ich produkcja i miniaturyzacja jest prostsza niż tranzystorów bipolarnych).

Także są wytwarzane jako duże pojedyncze tranzystory w wersjach wysokoprądowych i wysokonapięciowych (np. Power MOSFET) do pracy w przełączaniu sygnałów wysokiej mocy.

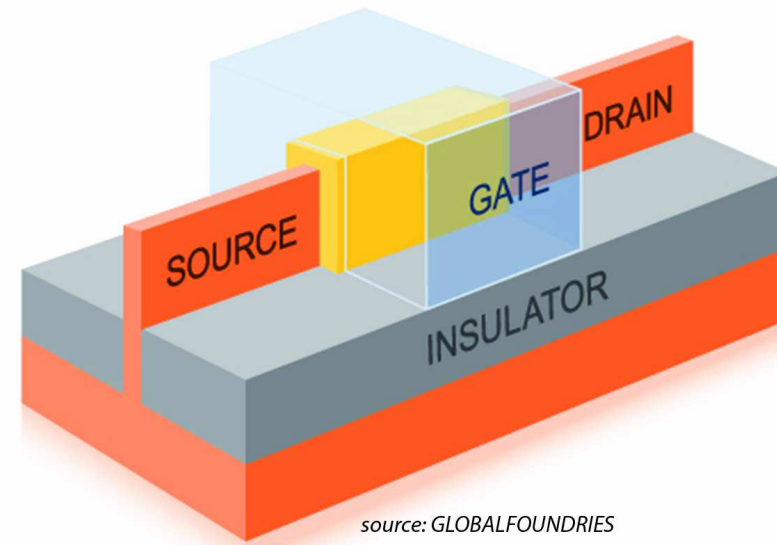
Inne przyrządy do pracy przy wysokich mocach (napięciach i prądach) to tyrystory i triaki –
- zawierają 4 warstwy p-n-p-n (ale niestety nie mamy czasu się o nich więcej dowiedzieć na tym wykładzie).
Znajdują one zastosowanie we współczesnych urządzeniach zasilających i sterujących np. obrotami silników elektrycznych, przetworników napięcia stałego DC na zmienne AC w elektrowniach fotowoltaicznych, itp.

Prąd D-S w funkcji napięcia D-S ma podobną zależność do charakterystyk $I_C(U_{CE})$ tranzystora bipolarnego I_C vs U_{CE}



Technologia CMOS będąca podstawą układów scalonych składa się z par tranzystorów MOSFET z kanałem typu p i z kanałem typu n.

Od lat ok. 2011 tranzystory o rozmiarach poniżej 32 nm są wytwarzane m.in. w technologii FinFET, gdzie kanał nie jest płaski, a 3-wymiarowy i bramka otacza kanał z trzech stron. Pozwoliło to uniknąć problemów z domieszkowaniem coraz bardziej zmniejszanych obszarów w tranzystorach oraz z niekontrolowanymi upływnościami prądu przy miniaturyzacji tranzystorów.

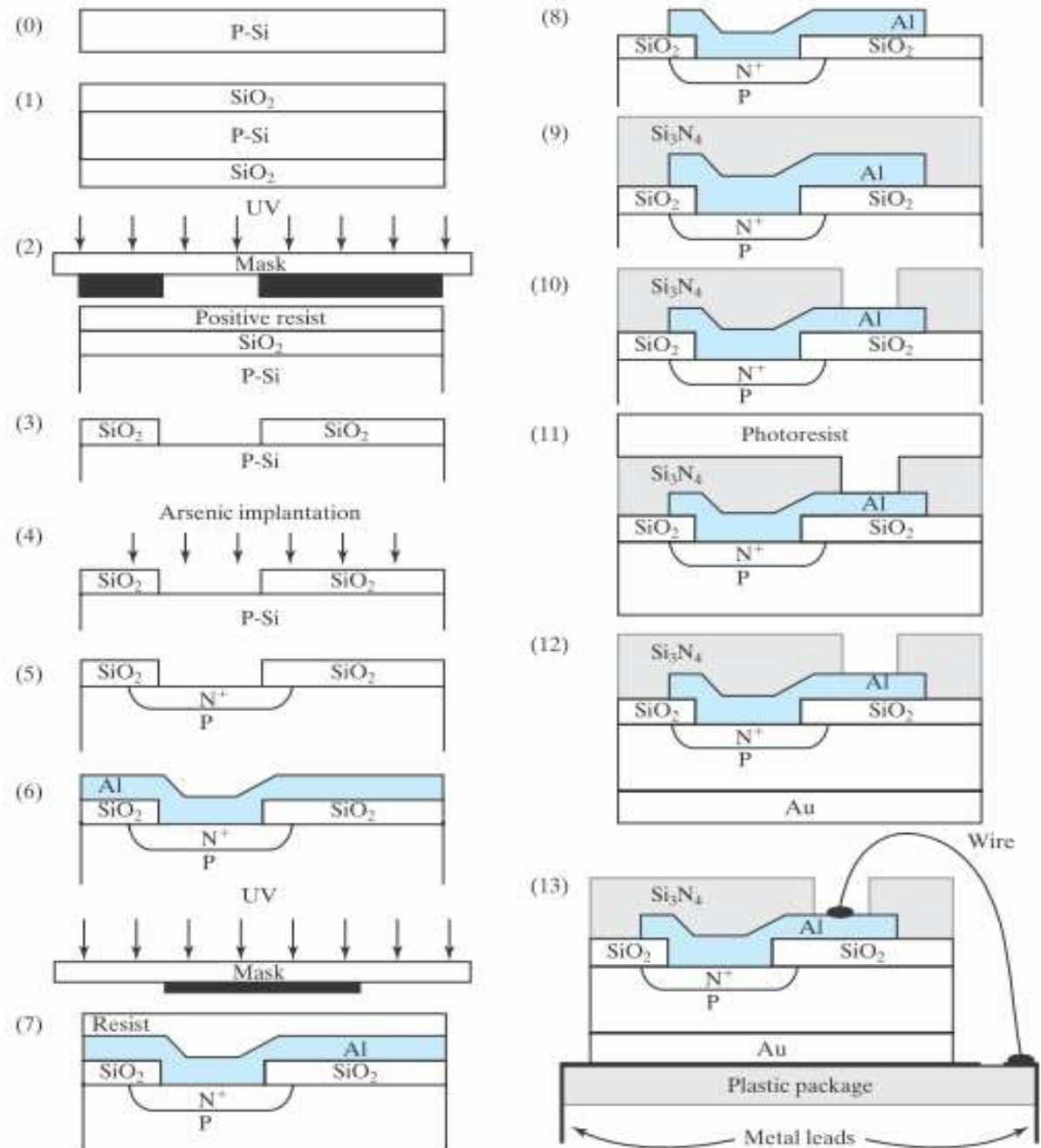


source: GLOBALFOUNDRIES

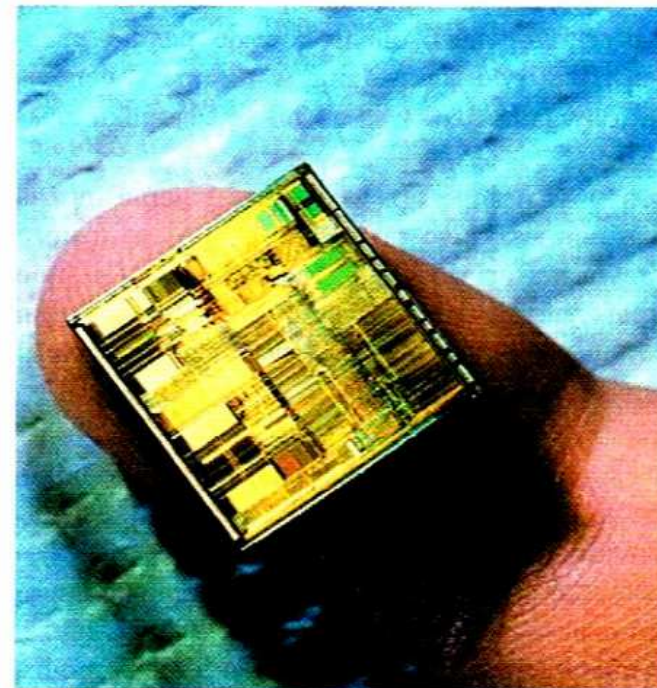
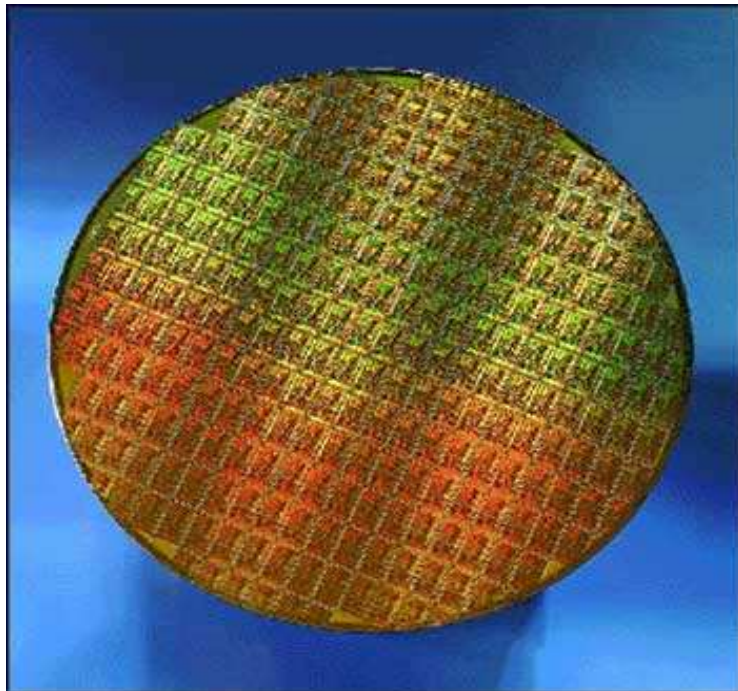
Współczesna technologia wytwarzania elementów półprzewodnikowych (np. złącza pn) w płytce z krzemu

- (0) płytka monokrystalicznego Si typu p
- (1) Przykrywana warstwą izolującą i maskującą SiO_2
- (2, 3) fotolitografia i trawienie SiO_2
- (4) lokalne wprowadzanie domieszek implantacja As = wbijanie wysokoenergetyczną wiązką z akceleratora
- (5) wygrzewanie poimplantacyjne dla aktywacji domieszek i usunięcia zniszczeń strukturalnych z implantacji – złącze pn
- (6,7,8) napyłanie lokalnie metalizacji, czyli kontaktu elektrycznego do obszaru n
- (10,11) nanoszenie warstwy Si_3N_4 zabezpieczającej diodę
- (12,13) podłączanie kontaktów elektrycznych i zamykanie w obudowie

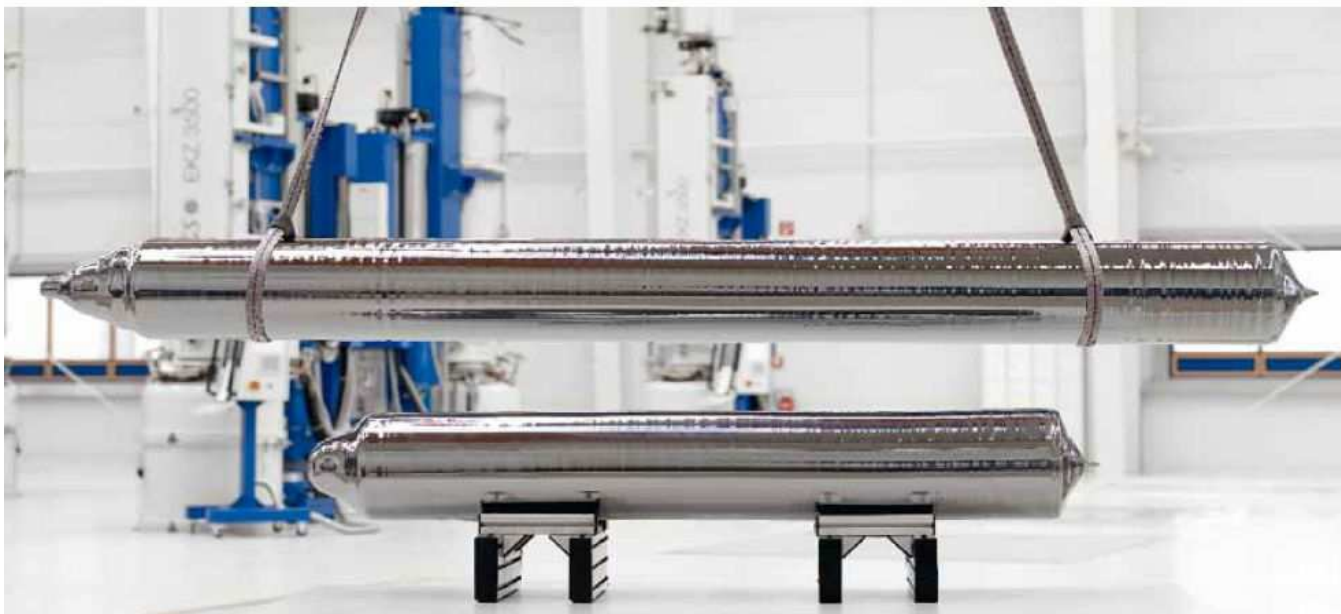
Takimi metodami wytwarzana jest obecnie cała elektronika półprzewodnikowa.



Wafel Si z wyprodukowanymi układami scalonymi

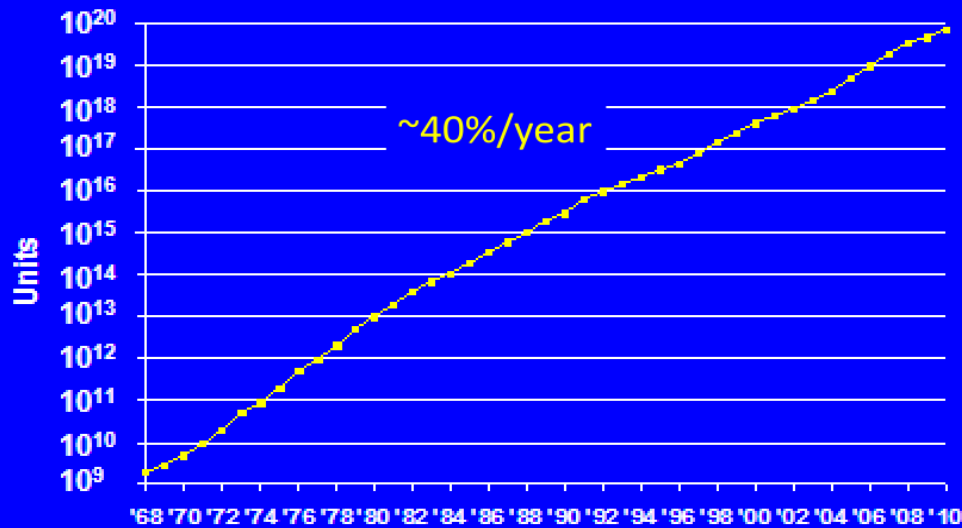


Rys 42.20. Układ scalony procesora Pentium wytwarzanego przez firmę Intel używany jest głównie w komputerach. Przed użyciem zostaje zamknięty w ceramicznej obudowie



Kryształy ultraczystego krzemu na potrzeby mikroelektroniki. Obecnie średnica może sięgać 30-40 cm.

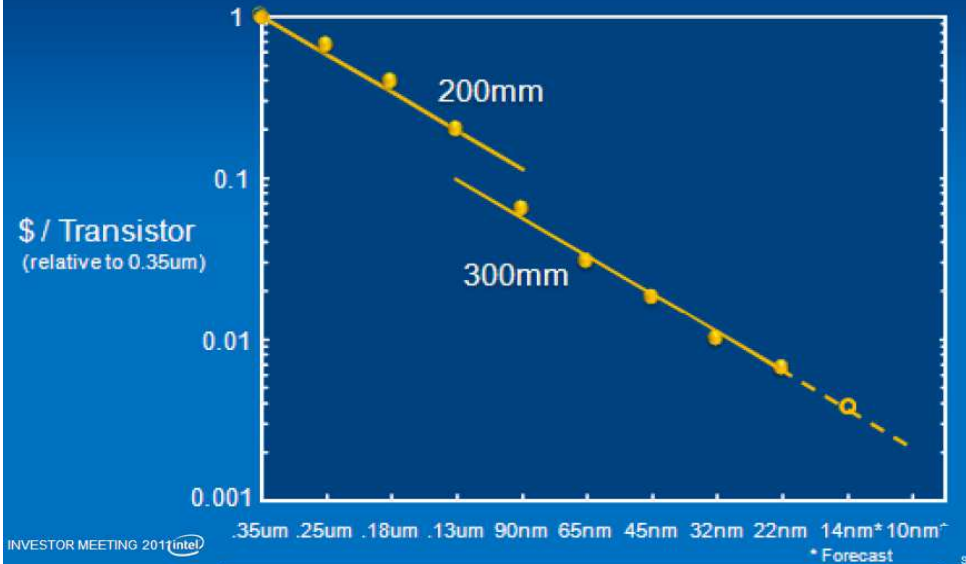
Transistors Shipped per Year



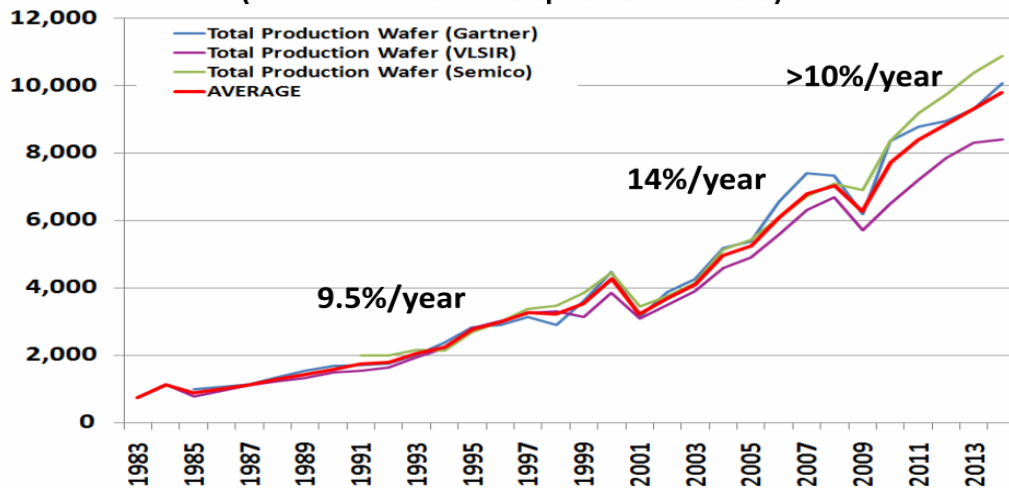
Source: Intel/WSTS, 3/11

P. Gargini

Transistor Innovations Enable Cost Benefits of Moore's Law to Continue



Worldwide Silicon Demand (in Millions of Square inches)



2010 Rank	2009 Rank	Company	Headquarters	2009 Tot Semi	2010 Tot Semi	10/09 % Change
1	1	Intel	U.S.	32,325	40,095	24%
2	2	Samsung	South Korea	21,273	32,287	52%
3	6	TSMC*	Taiwan	8,989	13,307	48%
4	3	TI	U.S.	9,697	13,022	34%
5	5	Toshiba	Japan	9,537	12,994	36%
6	4	Renesas	Japan	9,649	11,791	22%
7	7	ST	Europe	8,466	10,212	21%
8	9	Hynix	South Korea	6,320	10,200	61%
9	10	Micron	U.S.	5,450	8,977	65%
10	8	Qualcomm**	U.S.	6,409	7,098	11%
11	15	Elpida	Japan	3,948	6,690	69%
12	13	Infineon	Europe	4,617	6,662	44%
13	14	Broadcom**	U.S.	4,271	6,540	53%
14	11	AMD**	U.S.	5,403	6,460	20%
15	12	Sony	Japan	5,245	5,652	8%
16	16	NXP	Europe	3,547	4,431	25%
17	19	Freescale	U.S.	3,302	4,176	26%
18	18	Fujitsu	Japan	3,377	4,123	22%
19	24	UMC*	Taiwan	2,815	3,965	41%
20	20	Panasonic	Japan	3,237	3,907	21%
21	25	Marvell**	U.S.	2,690	3,602	34%
22	17	MediaTek**	Taiwan	3,500	3,590	3%
23	21	Nvidia**	U.S.	3,151	3,571	13%
24	26	GlobalFoundries*	U.S.	2,641	3,510	33%
25	22	Rohm	Japan	3,035	3,481	15%

Filmy od producenta krzemu dla elektroniki

Siltronic GmbH

<http://www.siltronic.com/int/en/press/film/film-overview.jsp>

Dużo filmów (nieco reklamowych) o metodach produkcji przemysłu mikroelektronicznego można znaleźć na YouTube szukając np.:
Intel, Global Foundries, AMD, TSMC, Infineon, ...

Micron, np: <https://www.youtube.com/watch?v=iYcJ1OBIDuI>

Global Foundries, np: <https://www.youtube.com/watch?v=UvluuAliA50>

Intel, np: <https://www.youtube.com/watch?v=PecKIm6VutU>

Prawo Moora rozwoju mikroelektroniki !!!: <https://www.youtube.com/watch?v=V-pk-A8lqE4>
- historia głównego trendu mikroelektroniki opowiadana przez założycieli Intel-a (ok. 30 min)