

Pracownia fizyczna i elektroniczna dla Inżynierii Nanostruktur oraz Energetyki i Chemii Jądrowej,

Ćwiczenie 1

Prawo Ohma dla przewodnika oraz graficzna prezentacja wyników pomiarowych.

Cel

Wyniki pomiarów wielkości fizycznych zwykle prezentowane są na wykresach. Celem tego ćwiczenia jest opanowanie podstaw posługiwania się wybranym oprogramowaniem do sporządzania wykresów naukowych oraz wykonanie serii pomiarów prądu I płynącego przez przewodnik elektryczny w funkcji napięcia U panującego na przewodniku i sprawdzenie słuszności prawa Ohma dla przewodnika (opornika elektrycznego) oraz odstępstwa od tego prawa dla świecącej żarówki. Wyniki pomiarów $I = f(U)$ będą przedstawiane na wykresach. Następnie do punktów pomiarowych na wykresach zostaną dopasowane funkcje „najlepiej” opisujące wyniki pomiaru. Na ich podstawie zostanie wyznaczona wartość oporności elektrycznej mierzonego opornika oraz wykładnik funkcji potęgowej $I = f(U)$ dla żarówki. Poznane zostaną laboratoryjny zasilacz regulowany prądu stałego, miernik uniwersalny Brymen 805 oraz oprogramowanie Scidavis.

Wstęp

Zgodnie z **prawem Ohma** różnica potencjałów U , czyli napięcie elektryczne, między dwoma końcami przewodnika jest proporcjonalne do natężenia I prądu płynącego przez przewodnik, czyli

$$U = RI,$$

gdzie współczynnik proporcjonalności R zwany jest **oporem** lub **opornością** przewodnika. Jednostką oporności w układzie SI jest 1 Ohm (1Ω). Opór jednorodnego przewodnika w kształcie drutu o jednakowym przekroju wzdłuż całej jego długości L jest proporcjonalny do długości odcinka drutu i odwrotnie proporcjonalny do pola jego przekroju poprzecznego S

$$R = \rho \frac{L}{S}.$$

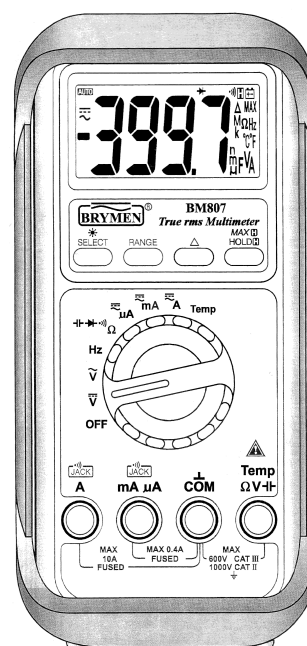
Wielkość ρ nazywamy **opornością właściwą** i wyrażamy ją w jednostkach $\Omega \cdot m$. Zależy ona od rodzaju materiału, z jakiego wykonany jest opornik i temperatury.

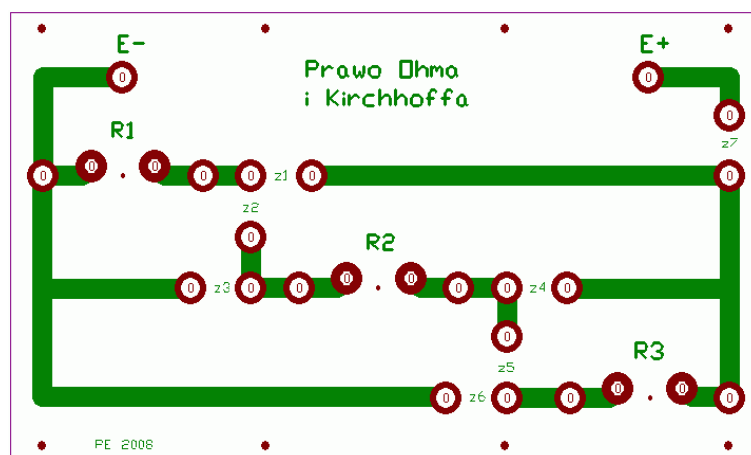
Układ pomiarowy

Do dyspozycji masz:

- miernik uniwersalny Brymen 805 (Rysunek 1);
- przewody z końcówkami;
- płytkę drukowaną z gniazdami służącą do połączenia obwodu (Rysunek 2),
- oporniki o opornościach około $1 \text{ k}\Omega$,
- regulowany zasilacz stałego napięcia;

Rys. 1. Widok miernika uniwersalnego Brymen 805. Miernik służy m.in. do pomiaru napięcia stałego lub zmiennego, natężenia prądu stałego lub zmiennego oraz oporności elektrycznej. 4 gniazdka u dołu służą do podłączania miernika do obwodu pomiarowego. Do pomiaru napięcia i oporności miernik podłącza się korzystając z gniazdek COM i $V\Omega$, do pomiaru natężenia prądu o wartościach do 1000 mA z gniazdek COM i mA.





Rys. 2. Widok płytki podłączeniowej do połączenia obwodów do badania praw Ohma i Kirchhoffa. Przerwy w obwodzie, zaznaczone jako R1, R2 oraz R3, to miejsca, gdzie można wpiąć oporności, zaś przerwy z1 do z7 służą do wpinania specjalnych zworek pozwalających uzyskać połączenia szeregowo lub równoległe tych oporów lub przyłączania mierników. Punkty E- oraz E+ to miejsce przyłączenia zasilania.

Wykonanie ćwiczenia

1. Korzystając z omomierza zmierz oporności otrzymanych oporników.
2. Korzystając z woltomierza stałego napięcia zmierz napięcie uzyskiwane z regulowanego zasilacza stałego napięcia i zobacz, w jakim zakresie może być zmieniane napięcie wyjściowe z zasilacza.
3. Przy użyciu kabli z końcówkami „bananowymi” oraz otrzymanej płytki montażowej podłącz równoległe wyjście zasilacza i opornik.
4. Podłącz równoległe do opornika **woltomierz** Brymen 805 i zmierz napięcie na oporniku. Następnie odłącz woltomierz od opornika, przestaw miernik Brymen na pomiar natężenia prądu, podłącz **szeregowo** amperomierz w obwód zasilacza i opornika i zmierz natężenie prądu płynącego przez opornik.
5. Powtarzaj pomiary z punktu 4 dla różnych napięć ustawionych na zasilaczu w zakresie 0.1-15 voltów. **Pamiętaj**, że omyłkowe podłączenie **amperomierza równoległe** do źródła napięcia powoduje uszkodzenie amperomierza – być może jedynie spalenie bezpiecznika, jeśli amperomierz jest nim zabezpieczony (Brymen 805 jest, ale wymiana bezpiecznika to ~10min).
6. Przedstaw w programie Scidavis wyniki pomiaru na wykresie $I = f(U)$ gdzie: U – napięcie mierzone na oporniku, I – prąd płynący przez opornik. Czy punkty pomiarowe układają się wzdłuż linii prostej? Wyznacz równanie prostej $y = a \cdot x + b$ dopasowanej do punktów pomiarowych korzystając z funkcji z menu Analysis → Quick Fit → Fit Linear programu Scidavis. Z równania tej prostej odczytaj wartość oporności opornika. Porównaj tę wartość ze zmierzoną omomierzem.
Program Scidavis posiada możliwość dopasowania zależności funkcyjnych „najlepiej” oddających przebieg punktów z pomiaru, wykorzystuje do tego metodę najmniejszych kwadratów, czyli dla funkcji wybranego przez nas typu (np. funkcja liniowa, wielomian stopnia n , ...) dobrania takich wartości współczynników tej funkcji, aby jej wykres był „najmniej odległy” od wszystkich punktów pomiarowych. Metodę najmniejszych kwadratów poznasz szczegółowo na wykładzie ze *Wstępu do analizy danych*.
7. Podobne pomiary $I = f(U)$ przeprowadź dla żarówki. **Ważna uwaga:** zacznij zasilać żarówkę od napięć poniżej 1V, stopniowo zwiększaj napięcie, ale nie przekrocz napięć ok. 5-5.5 Volta (żarówka wtedy już mocno świeci), aby nie spalić żarówki.

8. Przedstaw na wykresie punkty pomiarowe $I = f(U)$ dla żarówki. Czy układają się one na linii prostej, czy umiesz wskazać przyczynę takiego przebiegu punktów?
9. W tabeli wartości z pomiaru dla żarówki w programie Scidavis utwórz dwie nowe kolumny danych liczbowych. Wpisz do nich wartości logarytmów napięć i prądów zmierzonych dla żarówki, korzystając z zakładki Formula tabeli danych oraz dostępnej tam funkcji $\log_{10}(\text{col}("1"))$, która wstawi do tej kolumny wartości logarytmu dziesiętnego liczb z kolumny "1". Wcześniej usuń puste końcowe wiersze tabeli, aby wykorzystując funkcję $\log_{10}$, dotyczącą całej kolumny, nie liczyć wartości logarytmu dla pustych komórek tabeli (prowadzi to do błędu). Dla większej czytelności tabeli możesz zmienić nazwy kolumn tabeli w zakładce Description. Sporządź z tych danych nowy wykres $\log I$ w funkcji $\log U$. Dopasuj linię prostą do punktów $\log I$ w funkcji $\log U$, jak poprzednio. Na podstawie uzyskanego równania prostej odnajdź postać zależności $I = f(U)$ dopasowanej do punktów pomiarowych dla żarówki.
10. Wykresy i dopasowania z punktów 6-10 powinny znaleźć się w sprawozdaniu z tego ćwiczenia. Staraj się zachować **krótką** formę sprawozdania, ograniczając treść opisową do celu ćwiczenia, podania wykorzystanej aparatury, krótkiego opisu metody pomiaru, a skupienia się głównie na starannym wykonaniu wykresów i dopasowań funkcji do pomiarów. Sprawozdanie podsumuj krótkimi wnioskami na temat tego, co wynikało z pomiarów i wykonanych dopasowań funkcji.

Opis programu Scidavis do rysowania wykresów danych i funkcji

Istnieje wiele pakietów oprogramowania do sporządzania wykresów zależności fizycznych oraz analizy danych pomiarowych. Obszerna lista takiego oprogramowania znajduje się np. tutaj:

http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_information_graphics_software

Dobrymi reprezentantami oprogramowania do rysowania wykresów dwuwymiarowych, czyli zależności typu $y = f(x)$, lub trójwymiarowych $z = f(x, y)$, są programy Gnuplot oraz SciDAVis, dostępne na licencjach typu freeware. Nie ustępują one pod względem podstawowej funkcjonalności popularnym lecz drogim pakietom typu Origin, IgorPro, SigmaPlot, EasyPlot czy QtiPlot. Znane pakiety MS Excel czy Calc z OpenOffice nie są specjalizowane dla grafiki naukowej.

Zasady pracy z programami do graficznej prezentacji wyników pomiarowych poznamy na przykładzie programu Scidavis. Jest on dostępny do pobrania i zainstalowania na stronie:

<http://scidavis.sourceforge.net/> - wersje dla systemów Windows, Linux i Mac OS X.

Jest tam również podręcznik online. Angielski podręcznik napisany przez autorów programu można pobrać m.in. pod adresem: <http://www.fuw.edu.pl/~tomslu/Scidavis-manual.pdf> (plik 8MB).

W tej instrukcji przedstawiamy podstawowe informacje pozwalające efektywnie rozpocząć pracę z programem Scidavis. Program oferuje dużo więcej możliwości, niż te najprostsze podane.

Instalacja programu Scidavis pod systemem Windows XP

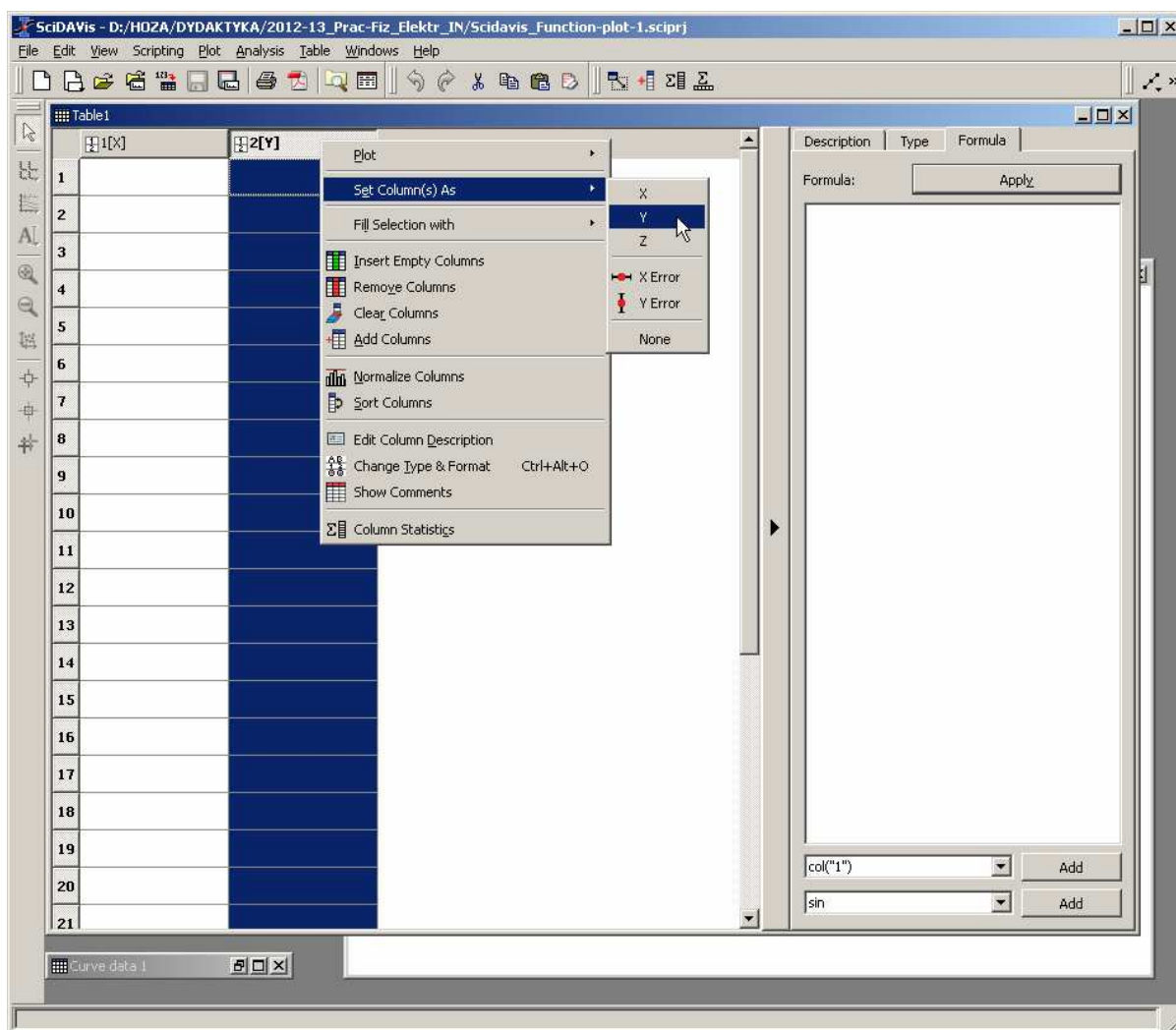
Scidavis korzysta z języka Python (<http://www.python.org>) i biblioteki Python-a powinny zostać zainstalowane przed instalacją Scidavis-a. Program Scidavis w wersji 0.2.4 wymaga wersji Pytona 2.6 (nie nowszej) dostępnej tutaj: <http://www.python.org/download/releases/2.6/>.

Po instalacji Python-a (z pliku python-2.6.msi) oraz po instalacji Scidavis-a w wersji 0.2.4 lub 1.0D (np. http://sourceforge.net/project/platformdownload.php?group_id=199120&sel_platform=8193) do katalogu zawierającego Scidavis-a należy skopiować bibliotekę python26.dll. Wersje instalatora Scidavis 1.0D dla Windows dostępne od stycznia 2014 samodzielnie pobierają z Internetu i instalują odpowiednie biblioteki Python-a, jeśli komputer jest podłączony do Internetu.

Metoda sporządzania wykresu w programie Scidavis

Dane liczbowe (x_i, y_i) do przedstawienia na wykresie, gdzie indeks i numeruje kolejne pomiary, są wpisywane jako kolumny X, Y w tabelę (Table) tworzoną z menu File→New→New Table. Po wpisaniu wartości (x_i, y_i) w dwie kolumny tabeli należy zdefiniować znaczenie każdej kolumny – jako zawierającą zmienną niezależną (X), zależną (Y) lub wartość błędu (niepewności) zmiennej X (X Error) lub zmiennej Y (Y Error) – Rys. 3. Aby to zrobić należy kliknąć prawym przyciskiem myszy na nagłówek kolumny – rozwinię się menu kontekstowe z takim wyborem – Rys. 3.

Warto już na wstępie zaznaczyć, że metoda menu kontekstowego (prawy klawisz myszy) jest szeroko wykorzystywana w programie dla wyboru opcji związanych z danym klikniętym elementem Tabeli czy Wykresu. Doradzamy studentom samodzielne klikanie w trakcie czytania tego miniprzewodnika.



Rys. 3.

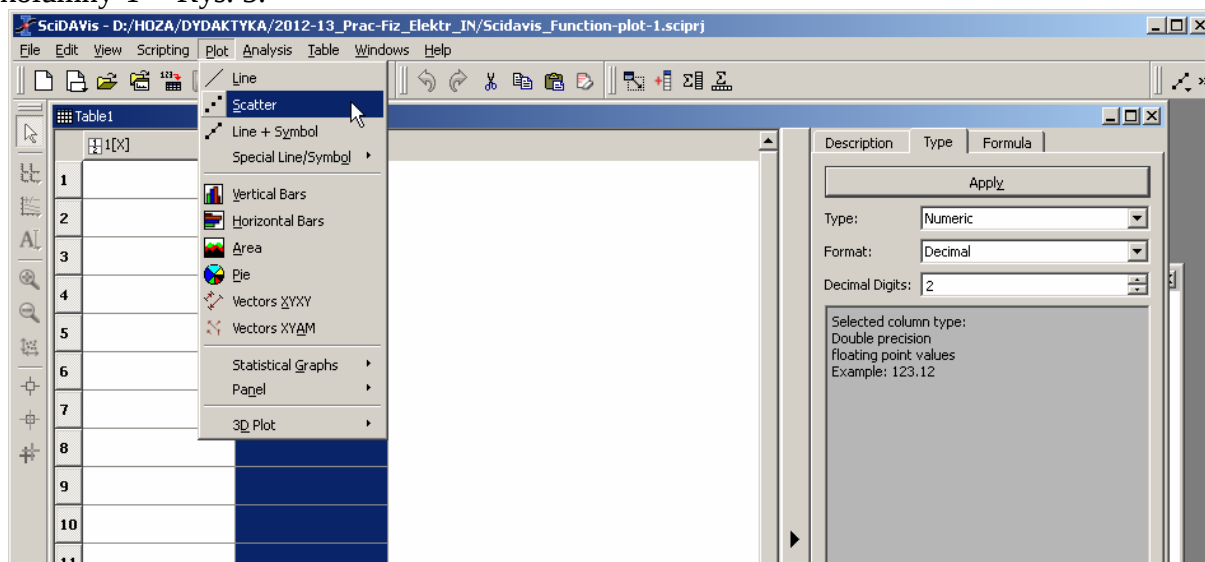
Tabela danych z rozwiniętym menu kontekstowym (prawy klawisz myszy) dla zdefiniowania znaczenia kolumn liczb.

W tabeli można zmieniać nazwy kolumn (zakładka Description). Można dodawać nowe kolumny (Insert Empty Columns, Add Columns) dla wpisania np. drugiej zmiennej zależnej Y2 dla wstawionych wartości zmiennej niezależnej X lub dla wpisania niepewności wartości X lub Y. Kolumny będą mogły być wykorzystane np. dla narysowania drugiej linii na wspólnym wykresie albo dla przeliczeń wartości do robionego wykresu. Kolumnę można wypełnić wartościami samemu zdefiniowanej funkcji (zakładka Formula). Może to być funkcja wartości z innych kolumn np. $2 \cdot \text{col}("1") - 3 \cdot \text{col}("2") + \sin(\text{col}("3"))$. U dołu zakładki Formula jest pomocnik do wpisywania funkcji,

pokazujący dostępne do użycia funkcje matematyczne. Szczegóły podane są w podręczniku.

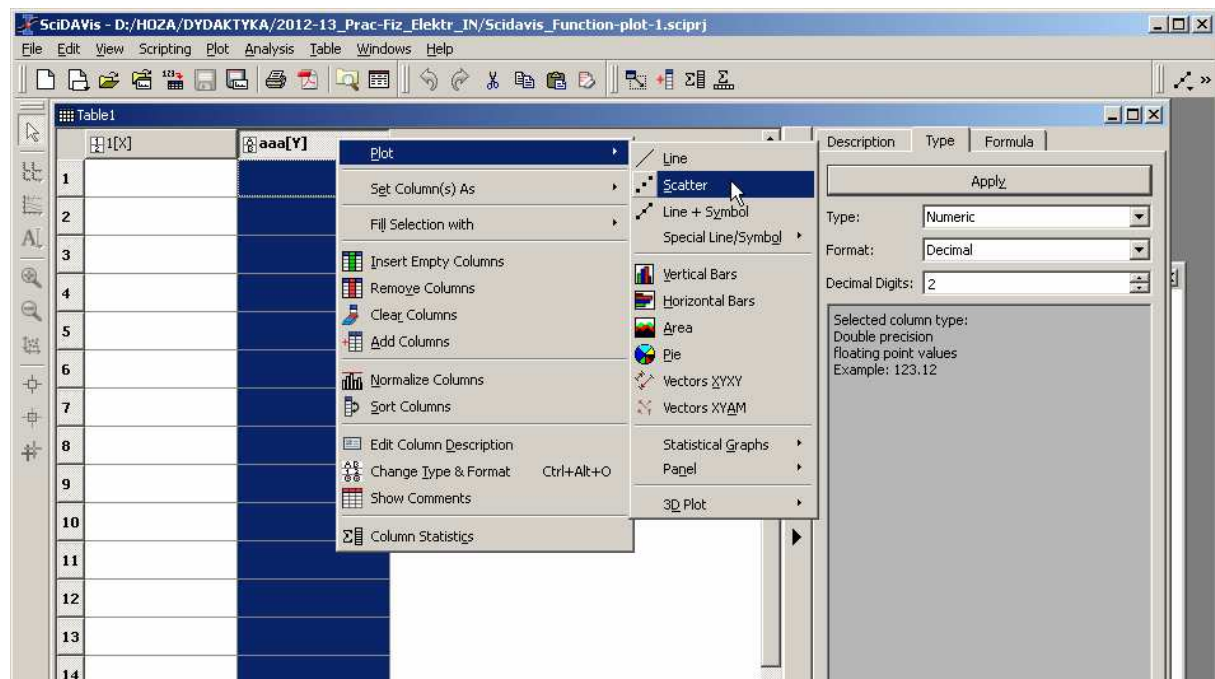
W tabeli należy jeszcze określić dla każdej kolumny typ zmiennej – w zakładce Type – jako Numeric, Text (kolumna nie będzie traktowana jako liczbowa, czyli nie można jej wykreślać) lub jako data kalendarzowa.

Mając wypełnione kolumny danych i zdefiniowane znaczenia kolumn, podstawowy wykres z **zaznaczonej kolumny Y** tworzy się z menu Plot→Line (linia łącząca kolejne punkty danych (x, y)), Plot→Scatter (tylko punkty danych) lub Plot→Line + Symbol (linia i punkty danych przedstawione wybieralnym symbolem graficznym) – Rys. 4. Można też użyć menu kontekstowego nagłówka kolumny Y – Rys. 5.



Rys. 4.

Sposób utworzenia wykresu złożonego z punktów (x, y) poprzez wybór z menu.



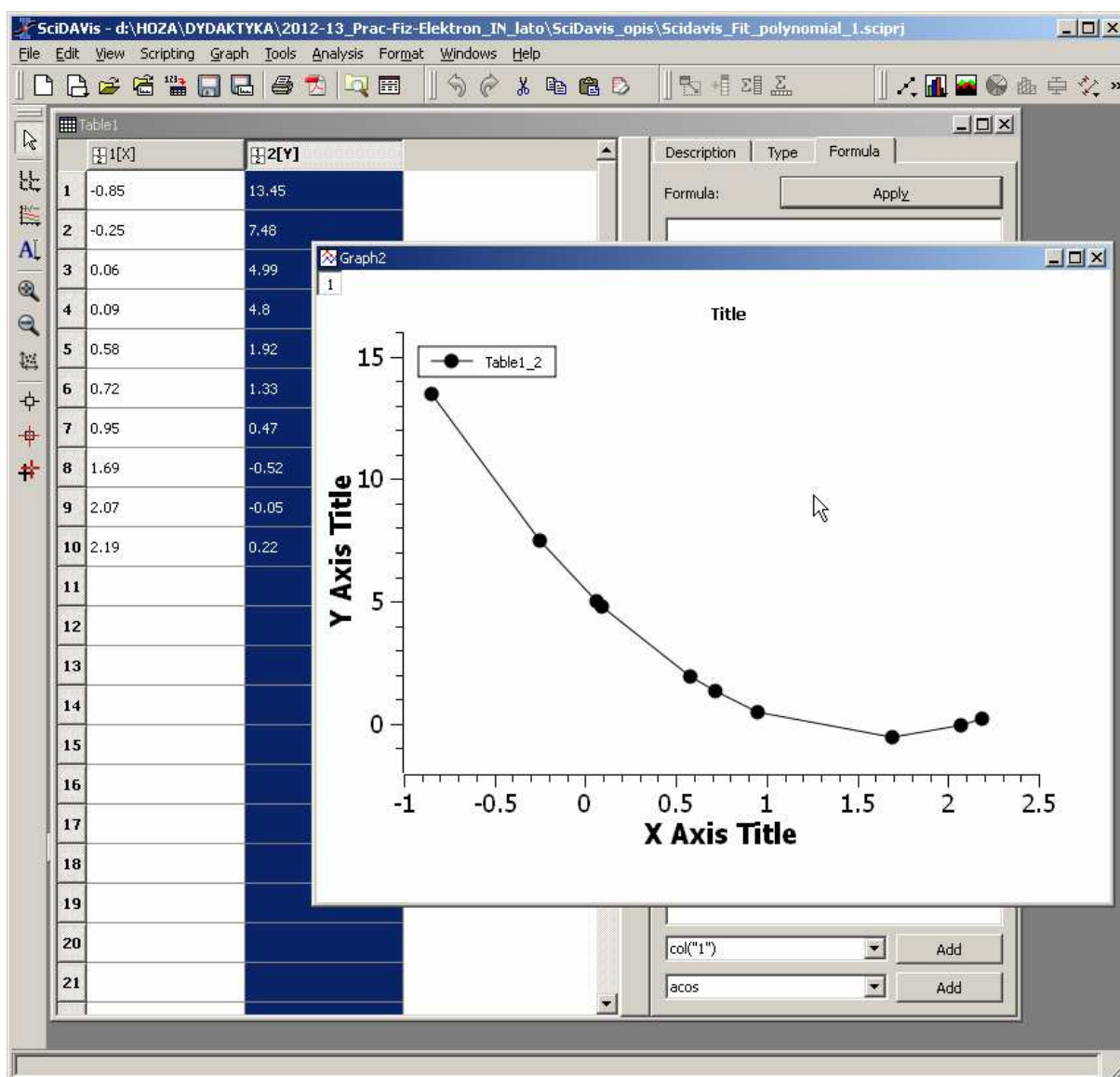
Rys. 5.

Tworzenie wykresu z danych tabeli poprzez menu kontekstowe kolumny.

Właściwości utworzonego wykresu – Rys. 6 - można zmieniać poprzez menu kontekstowe wykresu lub jego elementów. Dwukrotne kliknięcie lewym klawiszem na elementach wykresu również pozwala zmieniać wiele graficznych cech wyświetlania danych lub całego wykresu. Można w ten sposób określać rodzaj, wielkość i kolor symboli punktów danych, rodzaj linii łączącej punkty, jej grubość i kolor, właściwości i opisy osi OX, OY, także osi u góry i po prawej stronie wykresu, wielkość całego wykresu i wiele innych własności graficznych.

Z menu kontekstowego rysunku przez wybór Copy→Window można cały wykres skopiować jako bitmapę do schowka windowsowego lub wyeksportować Export→Window do pliku graficznego np. *.bmp, *.png (jeśli opis ćwiczenia będzie wykonywany w programach MS Word lub Writer w Open Office) albo jako *.eps dla LaTeX-a. Wyeksportować rysunek można też z menu głównego File→Export Graph.

Dla bardziej złożonego przedstawiania danych można używać warstw rysunku (Add Layer z menu kontekstowego okna rysunku), które np. mogą zawierać inne wykresy lub dodatkowe skale z inną jednostką.



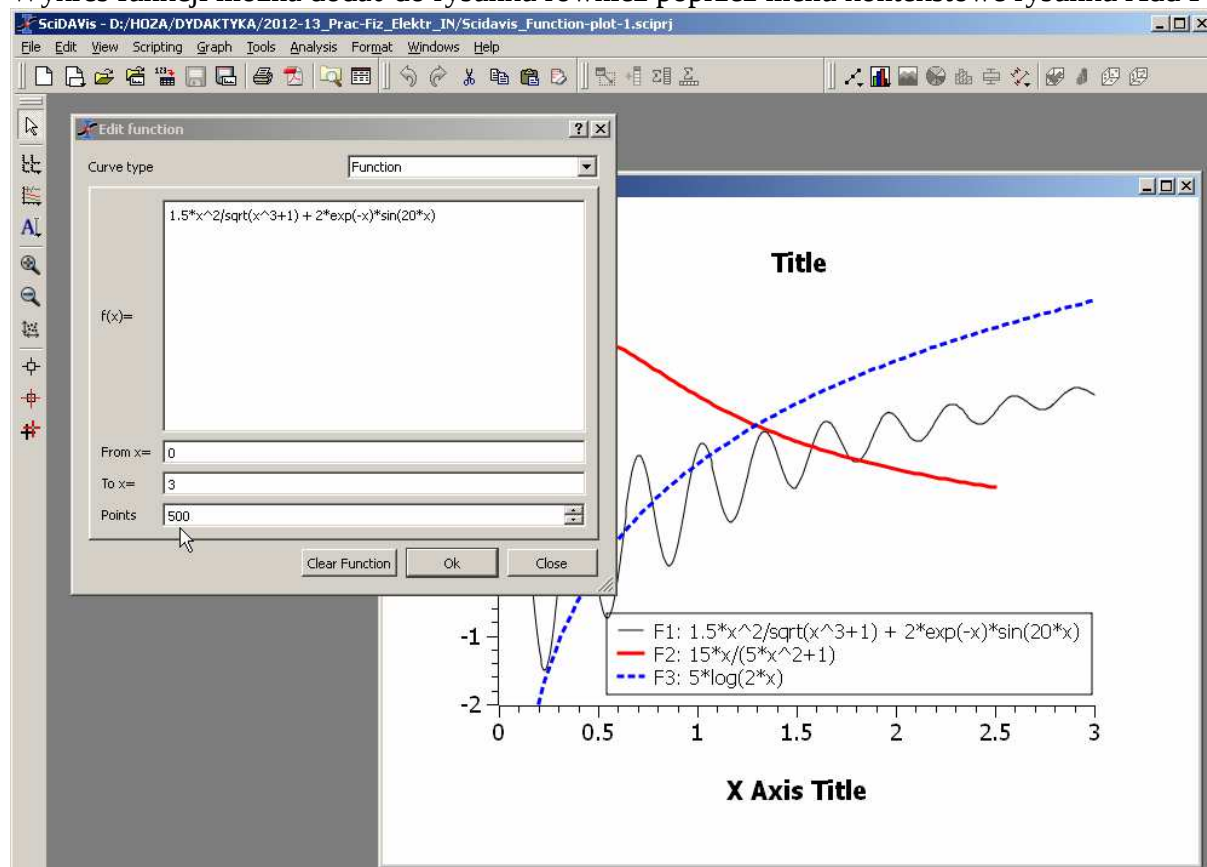
Rys. 6.

Wykres typu Line + Symbol utworzony z danych tabeli. Linia łącząca punkty nie reprezentuje żadnej konkretnej funkcji, a jedynie łączy odcinkami kolejne punkty danych – prowadzi wzrok.

Program Scidavis pozwala także rysować wykresy funkcji $y = f(x)$ określonej wzorem matematycznym. Aby otworzyć okienko definiowania funkcji należy wybrać z menu Graph opcję Add Function..., a następnie w otwartym okienku dialogu – Rys. 7 - wpisać wzór funkcji w ramce $f(x)=$, zakres zmiennej *From x=*, *To x=* oraz ilość punktów *Points* tworzących wykres funkcji. Składnia definiowania funkcji $f(x)=$ to proste wyrażenia zapisane tekstem:

4 działania i nawiasy: +, -, *, /, () np. $(2*x-1)/(3*x+2)$
 potęgowanie, pierwiastek 2-stopnia: ^, sqrt() np. $\sqrt{x^2+1}$
 eksponent i logarytm: exp(), log(), log10() np. $\exp(-3.5*x)+2.5*\log(x+1)$
 funkcje trygonometryczne: sin(), cos(), tg(), ctg() np. $x+\sin(x+x^2)$
 liczby niewymierne: pi, e np. $\sin(2*pi*x)+e^(-1)$
 oraz inne wyrażenia matematyczne wg. opisu w podręczniku.

Wykres funkcji można dodać do rysunku również poprzez menu kontekstowe rysunku Add Function...



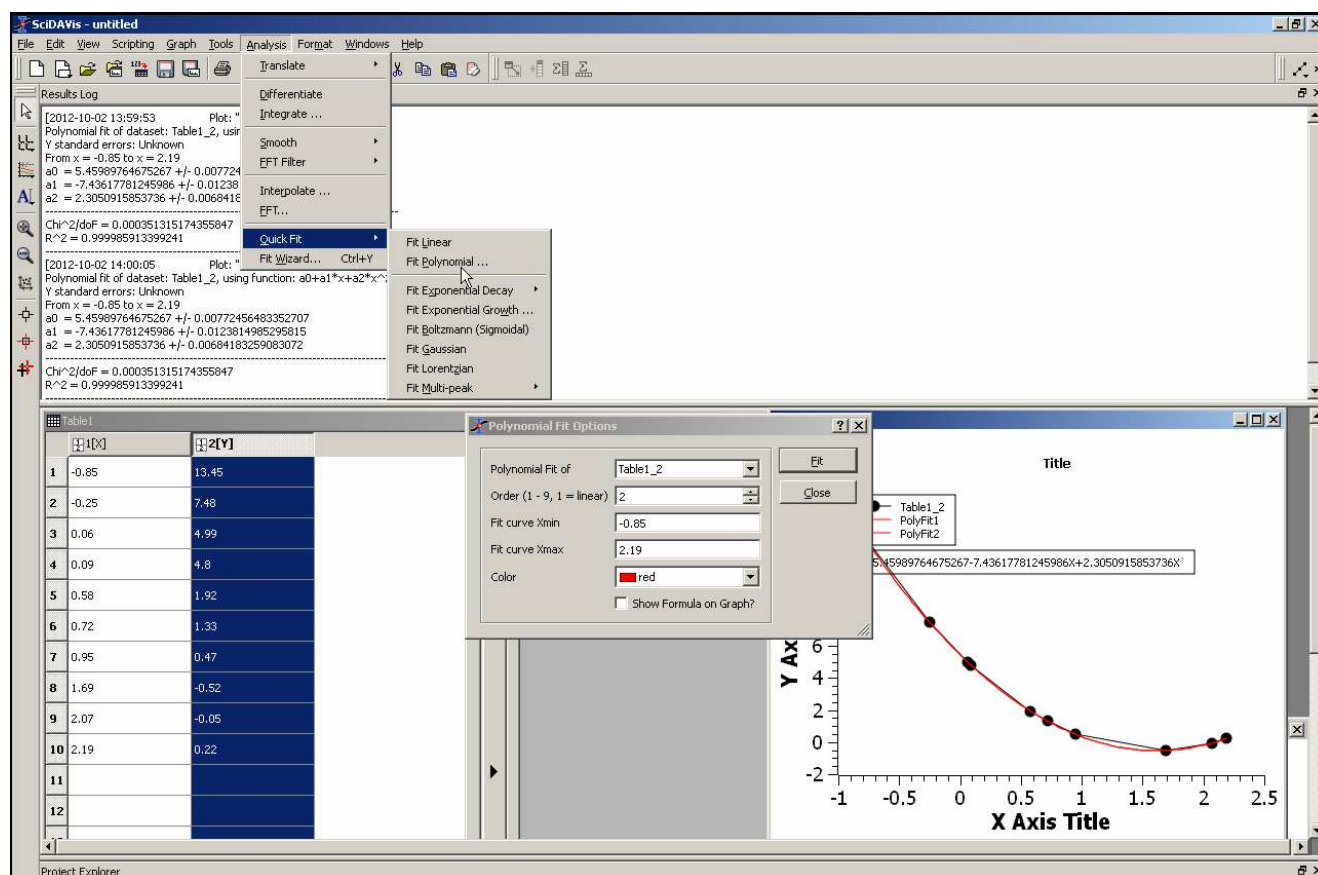
Rys. 7.

Okno dla definiowania funkcji oraz przykładowe wykresy. Legenda podaje wzory rysowanych funkcji.

Ważną cechą programów graficznego przedstawiania wyników pomiarowych są możliwości analizy matematycznej danych. Z wielu dostępnych możliwości na tym etapie nauki wybieramy tylko dopasowanie określonego typu funkcji do danych z pomiaru. Na przykład, jeśli spodziewamy się, że jakiś model matematyczny, czyli jakaś konkretna funkcja, powinien opisywać mierzone zjawisko, to możemy próbować dopasować punkty z pomiaru właśnie funkcją tego rodzaju. To znaczy chcemy tak dobrać współczynniki wybranej funkcji, aby jej wykres jak najlepiej oddawał przebieg zmienności danych z pomiaru. Kryterium, co to znaczy „jak najlepiej” jest minimum sumy kwadratów odległości (wzdłuż osi OY) wszystkich punktów pomiarowych od wykresu dopasowywanej funkcji. Metoda taka nazywa się metodą najmniejszych kwadratów. Jej zdefiniowanie i wzory obliczeniowe zostaną przedstawione np. na wykładzie ze *Wstępu do analizy danych*.

Przykład zastosowania metody najmniejszych kwadratów w programie Scidavis przedstawia Rys. 8. W tym przykładzie chcemy znaleźć funkcję wielomianową 2-go stopnia (czyli współczynniki trójmianu kwadratowego), która najlepiej opisuje punkty pomiarowe z Rys. 6. Mając wyświetlony wykres, z menu głównego wybieramy Analysis→Quick Fit→Fit Polynomial..., a następnie w oknie dialogowym wybieramy do których danych chcemy „dofitować” wielomian (Table1_2 - kolumna 2 z Table1), stopień wielomianu (może być np. funkcja liniowa), zakres zmiennej Xmin ... Xmax, kolor linii funkcji wielomianowej na wykresie, a także czy ma być wyświetlana na wykresie legenda z opisem dopasowanej funkcji. Po wykonaniu dopasowania program wyświetli osobne okno z wynikiem dopasowania, czyli np. ze współczynnikami wielomianu najlepiej pasującego do danych. Dla często stosowanego dopasowywania funkcji liniowej program Scidavis oferuje szybszą ścieżkę: Analysis→Quick Fit→Fit Linear i od razu pojawia się okno wyników oraz linia prosta dopasowania na wykresie. Z okna wyników dopasowania można odczytać wartości współczynników dopasowanej funkcji.

Program Scidavis oferuje dopasowania kilku najczęściej stosowanych funkcji (Analysis→Quick Fit i dalej dostępne tam funkcje) lub dopasowanie funkcji definiowanej przez użytkownika i o ilości parametrów także określanych przez użytkownika (Analysis→Fit Wizard...). Ta druga możliwość nie zawsze jednak prowadzi do dobrego rezultatu, bo dopasowywanie dowolnych funkcji z wieloma parametrami jest nie zawsze zbieżną procedurą. Wobec tego dla funkcji innych niż np. wielomianowa, typu Gaussa, eksponencjalna itp., często najlepsze rezultaty można osiągnąć dobierając parametry funkcji ręcznie i rysując kolejne przybliżenia funkcji na wspólnym wykresie z punktami pomiarowymi.



Rys. 8.
Dopasowanie funkcji kwadratowej (czerwona linia na wykresie) do punktów pomiarowych z Rys. 6.